高一第一学期期末样题

数学参考答案

2022.01

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

题号	（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）	（9）	（10）
答案	A	A	D	C	C	C	B	D	B	B

二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

题号	（11）	（12）	（13）	（14）	（15）
答案	$(1,+\infty)$	1	$f(x)=1-2^x$，（答案不唯一）	$(1,2)$	①②④

注：第 15 题少选项得 2 分，错选或未作答均为 0 分。

三、解答题（共 4 小题，共 40 分）

（16）（共 9 分）

解：由 $x^2-2x-3>0$ 得 $x<-1$ 或 $x>3$.

所以 $A=(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$.　…………2 分

（Ⅰ）当 $a=1$时， $B=(-\infty,4]$.　…………3 分

所以 $A\cap B=(-\infty,-1)\cup(3,4]$.　…………5 分

（Ⅱ）由题意知 $B=(-\infty,4a]$.　…………6 分

因为 $A\cup B=\mathbf{R}$，

所以 $4a\geq 3$.　…………8 分

所以 $a\geq\frac{3}{4}$.

所以 实数 a 的取值范围是 $[\frac{3}{4},+\infty)$.　…………9 分

（17）（共 10 分）

解：选择条件①：$a>1,b=1$.

（Ⅰ）函数 $f(x)$ 是偶函数，理由如下：　…………1

分

$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，对任意 $x\in\mathbf{R}$，则 $-x\in\mathbf{R}$.　…………2

分

因为 $f(-x)=a^{-x}+a^{x}=f(x)$， …………3 分

所以 函数 $f(x)$ 是偶函数.

（Ⅱ）$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数. …………4 分

任取 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，则 $x_1+x_2>0$. …………5 分

因为 $a>1$，

所以 $a^{x_1}<a^{x_2}$，$a^{x_1+x_2}>1$.

所以 $f(x_1)-f(x_2)=a^{x_1}+a^{-x_1}-(a^{x_2}+a^{-x_2})$

$$=(a^{x_1}-a^{x_2})(1-\frac{1}{a^{x_1}\cdot a^{x_2}})$$

$=(a^{x_1}-a^{x_2})\cdot\dfrac{a^{x_1+x_2}-1}{a^{x_1+x_2}}<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$. …………7

分

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

（Ⅲ）实数 m 的取值范围是 $[-5,-1]\cup[1,5]$. …………10

分

选择条件②：$0<a<1,b=-1$.

（Ⅰ）函数 $f(x)$ 是奇函数，理由如下： …………1 分

$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，对任意 $x\in\mathbf{R}$，则 $-x\in\mathbf{R}$. …………2

分

因为 $f(-x)=a^{-x}-a^{x}=-f(x)$， …………3 分

所以 函数 $f(x)$ 是奇函数.

（Ⅱ）$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数. …………4 分

任取 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1<x_2$. …………5 分

因为 $0<a<1$，

所以 $a^{x_1}>a^{x_2}>0$.

所以 $f(x_1)-f(x_2)=a^{x_1}-a^{-x_1}-(a^{x_2}-a^{-x_2})$

$=(a^{x_1}-a^{x_2})(1+\dfrac{1}{a^{x_1}\cdot a^{x_2}})>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$. …………7 分

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数.

（Ⅲ）实数 m 的取值范围是 $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$. …………10 分

（18）（共 10 分）

解：（Ⅰ） $a=18$， $b=4$. …………2 分

（Ⅱ）记样本中甲生产线的 4 件二等品产品为 A_1,A_2,A_3,A_4;乙生产线的 2 件二等品产品为 B_1,B_2 .

从样本中 6 件二等品中任取 2 件，所有可能的结果有 15 个，它们是：

(A_1,A_2)，(A_1,A_3)，(A_1,A_4)，(A_2,A_3)，(A_2,A_4)，(A_3,A_4)，(A_1,B_1)，(A_2,B_1)，(A_3,B_1)，(A_4,B_1)，(A_1,B_2)，(A_2,B_2)，(A_3,B_2)，(A_4,B_2)，(B_1,B_2) .

…………6 分

用 C 表示：“至少有 1 件为甲生产线产品”这一事件，则 $\overline{C}$ 中的结果有 1 个，它是 (B_1,B_2) . …………7 分

所以 $P(C)=1-P(\overline{C})=1-\dfrac{1}{15}=\dfrac{14}{15}$. …………8 分

（Ⅲ） $P_1<P_2$. …………10 分

（19）（共 11 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)=2^x$ 不具有性质 $P(0)$. 理由如下：

对于 $a=0$， $x_1=1$，因为 $\dfrac{1+2^{x_2}}{2}>0$， $x_2\in\mathbf{R}$，所以 不存在 $x_2\in\mathbf{R}$ 满足 $\dfrac{x_1+f(x_2)}{2}=a$.

所以 函数 $f(x)=2^x$ 不具有性质 $P(0)$. …………1 分

函数 $f(x)=\log_2 x$， $x\in(0,1)$ 具有性质 $P(0)$. 理由如下：

对于 $\forall x_1 \in (0,1)$，取 $x_2 = 2^{-x_1}$，则 $x_2 \in (0,1)$.

因为 $\dfrac{x_1 + \log_2 x_2}{2} = \dfrac{x_1 - x_1}{2} = 0$，

所以 函数 $f(x) = \log_2 x$，$x \in (0,1)$ 具有性质 $P(0)$. …………2 分

（Ⅱ）<u>必要而不充分</u> 理由如下： …………3 分

①若 $f(x)$ 存在零点，令 $f(x) = 3x - 1$，$x \in [0,1]$，则 $f(\frac{1}{3}) = 0$.

因为 $\forall x_1 \in [0,1]$，取 $x_2 = 1 - \frac{1}{3}x_1$，则 $x_2 \in [\frac{2}{3},1]$，且 $\dfrac{x_1 + f(x_2)}{2} = \dfrac{x_1 + 2 - x_1}{2} = 1$.

所以 $f(x)$ 具有性质 $P(1)$，但 $2 \notin [0,1]$. …………4 分

②若 $2 \in D$，因为 $f(x)$ 具有性质 $P(1)$，

取 $x_1 = 2$，则存在 $x_2 \in D$ 使得 $\dfrac{x_1 + f(x_2)}{2} = \dfrac{2 + f(x_2)}{2} = 1$.

所以 $f(x_2) = 0$，即 $f(x)$ 存在零点 x_2. …………5 分

综上可知，“$f(x)$ 存在零点”是“$2 \in D$”的必要而不充分条件.

（Ⅲ）记函数 $f(x) = tx^2 + x + 4$，$x \in [0,2]$ 的值域为 F，函数 $g(x) = 2a - x$，$x \in [0,2]$ 的值域 $A = [2a-2, 2a]$.

因为 存在唯一的实数 a，使得函数 $f(x) = tx^2 + x + 4$，$x \in [0,2]$ 有性质 $P(a)$，

即存在唯一的实数 a，对 $\forall x_1 \in [0,2]$，$\exists x_2 \in [0,2]$，使得 $f(x_2) = 2a - x_1$ 成立，

所以 $F = A$. …………7 分

① 当 $t = 0$ 时，$f(x) = x + 4$，$x \in [0,2]$，其值域 $F = [4,6]$.

由 $F = A$ 得 $a = 3$. …………8 分

②当 $-\frac{1}{4} \le t$，且 $t \ne 0$ 时，$f(x) = tx^2 + x + 4$，$x \in [0,2]$ 是增函数，所以 其值域 $F = [4, 4t+6]$.

由 $F = A$ 得 $t = 0$，舍去. …………9 分

③当 $-\frac{1}{2} \le t < -\frac{1}{4}$ 时，$f(x) = tx^2 + x + 4$，$x \in [0,2]$ 的最大值为 $f(-\frac{1}{2t}) = 4 - \frac{1}{4t}$，最小值为 4，

所以 $f(x)$ 的值域 $F = [4, 4 - \frac{1}{4t}]$.

由 $F=A$ 得 $t=-\frac{1}{8}$，舍去.

当 $t<-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=tx^2+x+4$，$x\in[0,2]$ 的最大值为 $f(-\frac{1}{2t})=4-\frac{1}{4t}$，最小值为 $f(2)=4t+6$，

所以 $f(x)$ 的值域 $F=[4t+6,4-\frac{1}{4t}]$.

由 $F=A$ 得 $t=\frac{-2-\sqrt{3}}{4}$（舍去 $t=\frac{-2+\sqrt{3}}{4}$）. …………11 分

综上所述，$t=0$ 或 $t=\frac{-2-\sqrt{3}}{4}$.

选做题：（本题满分 5 分。所得分数可计入总分，但整份试卷得分不超过 100 分）

解：（Ⅰ）； …………1 分

（Ⅱ）合格； …………2 分

（Ⅲ）$(4-\frac{\sqrt{10}}{2})$ h. …………5 分

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了**【2022 年 1 月北京各区各年级期末试题&答案汇总】**专题，及时更新最新试题及答案。

通过**【北京高考资讯】公众号**，**对话框回复【期末】**或者**底部栏目<试题下载→期末试题>**，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！