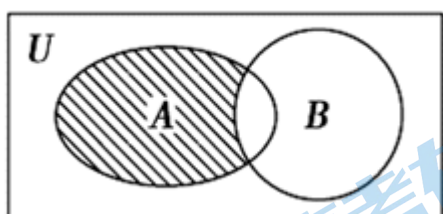


2023 北京中关村中学高一 10 月月考

数 学

一、选择题，本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x \geq 2\}$ ，则图中阴影部分所表示的集合为 ()



- A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 已知集合 $P = \{-1, 2a+1, a^2-1\}$ ，若 $0 \in P$ ，则实数 a 的取值集合为 ()

- A. $\{-\frac{1}{2}, -1\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{-\frac{1}{2}, 1\}$ D. $\{-\frac{1}{2}, -1, 1\}$

3. 以下选项中，不是集合 $A = \{(x, y) \mid y = 3x - 5\}$ 的元素的是 ()

- A. $(1, -5)$ B. $(2, 1)$ C. $(3, 4)$ D. $(4, 7)$

4. 如果 $a < b < 0$ ，那么下列不等式成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ab < b^2$ C. $a^2 < b^2$ D. $a + b < 2b$

5. 不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解集为 ()

- A. $(-1, 3)$ B. $(-3, 1)$ C. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

6. 集合 $A = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$ ，集合 $B = \{x \mid x \leq a\}$ ， $A \cap B = \emptyset$ ，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\{a \mid a < 2\}$ B. $\{a \mid a \geq -1\}$ C. $\{a \mid a < -1\}$ D. $\{a \mid -1 \leq a < 2\}$

7. 已知 α ， β 是一元二次方程 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 的两个不相等的实数根，则 $\alpha + \beta + \alpha\beta$ 的值为 ()

- A. -1 B. 2 C. 3 D. 7

8. “ $x^2 + y^2 = 0$ ”是“ $xy = 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分又不必要条件

9. 命题 $p: -1 \leq x < 2$ 的一个必要不充分条件是 ()

- A. $-1 \leq x < 3$ B. $-1 \leq x < 2$ C. $0 \leq x < 2$ D. $0 \leq x < 3$

10. 已知方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 的两根都大于 1，则 a 的取值范围是 ()

- A. $3 < a \leq 4$ B. $1 < a \leq 4$

C. $a > 1$

D. $a \leq 4$

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。

11. 已知 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = [0, +\infty)$ 则 $\complement_U A =$ _____.

12. 已知 $a < 0$ ， $-1 < b < 0$ ，那么 a ， ab ， ab^2 的大小关系为_____.

13. 不等式 $\frac{x+3}{x-1} > 0$ 的解集为_____.

14. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x}$ 的定义域是_____.

15. 已知 $P: \forall x \in \mathbf{R}, \sqrt{x^2} = x$ ，则 $\neg P$ ：_____， $\neg P$ 是_____命题。（填写“真”或“假”）

16. 已知集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$ ， $B = \{x | x < a\}$ ，若 $A \subseteq B$ ，则 a 的取值范围是_____.

17. 设 A 、 B 是任意两个集合，请写出一个“ $A \cup B = B$ ”的充分必要条件是_____.

18. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 \geq 0\}$ ， $B = \{x | x > c\}$ ，其中 $c \in \mathbf{R}$ 。

① 集合 $\complement_{\mathbf{R}} A =$ _____;

② 若 $\forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $x \in A$ 或 $x \in B$ ，则 c 的取值范围是_____.

三、解答题：本大题共 3 小题.需写出文字说明，证明过程或演算步骤

19. 已知 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$ ， $B = \{x | -3 < x \leq 3\}$ 。

(1) 求集合 A ；

(2) 求 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ ， $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$ 。

20. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2mx - 3m > 0$ 成立；命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 4mx + 1 < 0$ 成立。

(1) 若命题 p 为真命题，求实数 m 的取值范围；

(2) 若命题 p 真 q 假，求实数 m 的取值范围。

21. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2kx + k^2 - k - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 。

(1) 若 $k = 5$ ，求 $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2$ 的值；

(2) 若 $x_1 - 3x_2 = 2$ ，求实数 k 的值。

参考答案

一、选择题，本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)

1. 【答案】A

【分析】

根据图像判断出阴影部分表示 $A \cap (\complement_U B)$ ，由此求得正确选项.

【详解】根据图像可知，阴影部分表示 $A \cap (\complement_U B)$ ， $\complement_U B = \{x | x < 2\}$ ，所以 $A \cap (\complement_U B) = \{1\}$.

故选：A

【点睛】本小题主要考查集合交集与补集的概念和运算，考查韦恩图，属于基础题.

2. 【答案】C

【分析】分别令 $2a+1=0$ 和 $a^2-1=0$ ，求得 a 后，验证是否满足集合元素的互异性即可得到结果.

【详解】当 $2a+1=0$ 时， $a=-\frac{1}{2}$ ，此时 $a^2-1=-\frac{3}{4}$ ，满足题意；

当 $a^2-1=0$ 时， $a=1$ 或 -1 ；

若 $a=1$ ， $2a+1=3$ ，满足题意；若 $a=-1$ ， $2a+1=-1$ ，不满足互异性，不合题意；

\therefore 实数 a 的取值集合为 $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$.

故选：C.

【点睛】本题考查根据元素与集合关系求解参数值的问题，易错点是忽略求得参数值后，需验证集合中元素是否满足互异性.

3. 【答案】A

【分析】根据集合中的元素满足的约束条件，即可代入逐一验证.

【详解】对于 A，当 $x=1$ 时， $y=3-5=-2$ ，故 $(1,-2)$ 不是 $A = \{(x,y) | y=3x-5\}$ 的元素，

对于 B，当 $x=2$ 时， $y=3 \times 2 - 5 = 1$ ，故 $(2,1)$ 是 $A = \{(x,y) | y=3x-5\}$ 的元素，

对于 C，当 $x=3$ 时， $y=3 \times 3 - 5 = 4$ ，故 $(3,4)$ 是 $A = \{(x,y) | y=3x-5\}$ 的元素，

对于 D，当 $x=4$ 时， $y=3 \times 4 - 5 = 7$ ，故 $(4,7)$ 是 $A = \{(x,y) | y=3x-5\}$ 的元素，

故选：A

4. 【答案】D

【分析】利用特殊值以及差比较法求得正确答案.

【详解】不妨设 $a=-2, b=-1$ ，则：

$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ，A 选项错误.

$ab > b^2$, B 选项错误.

$a^2 > b^2$, C 选项错误.

由于 $a + b - 2b = a - b < 0$, 所以 $a + b < 2b$, D 选项正确.

故选: D

5. 【答案】A

【分析】根据一元二次不等式的解法进行求解即可.

【详解】 $x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$,

故选: A.

6. 【答案】C

【分析】根据集合的运算可得出实数 a 的取值范围.

【详解】因为 $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 集合 $B = \{x | x \leq a\}$, $A \cap B = \emptyset$, 则 $a < -1$.

故选: C.

7. 【答案】C

【分析】根据韦达定理即可求解.

【详解】由于 α, β 是一元二次方程 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 的两个不相等的实数根,

$$\text{所以 } \begin{cases} \Delta = 25 - 4 \times (-2) > 0 \\ \alpha + \beta = 5 \\ \alpha\beta = -2 \end{cases}, \text{ 故 } \alpha + \beta + \alpha\beta = 5 - 2 = 3,$$

故选: C

8. 【答案】A

【分析】利用充分条件、必要条件的定义判断可得出结论.

【详解】 $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$, $xy = 0 \Leftrightarrow x = 0$ 或 $y = 0$,

所以, “ $x^2 + y^2 = 0$ ” \Rightarrow “ $xy = 0$ ”, 但“ $x^2 + y^2 = 0$ ” \nRightarrow “ $xy = 0$ ”,

所以, “ $x^2 + y^2 = 0$ ”是“ $xy = 0$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

9. 【答案】A

【分析】由命题 $p: -1 \leq x < 2$ 的一个必要不充分条件可知, $-1 \leq x < 2$ 为所求结果的真子集.

【详解】集合 $\{x | -1 \leq x < 2\}$ 是集合 $\{x | -1 \leq x < 3\}$ 的真子集,

故 $-1 \leq x < 3$ 是 p 的一个必要不充分条件.

而 $-1 \leq x < 2$ 是 p 的充要条件, $0 \leq x < 2$ 是 p 的充分不必要条件, $0 \leq x < 3$ 是 p 的既不充分也不必要条件.

故选: A.

10. 【答案】A

【分析】由已知可得判别式 $\Delta \geq 0$, 再借助韦达定理及两根都大于 1 的条件列出不等式, 求解即得.

【详解】设方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ，依题意有：
$$\begin{cases} \Delta = 16 - 4a \geq 0 \\ x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = a \end{cases},$$

因 x_1, x_2 都大于 1，则 $x_1 + x_2 > 2$ ，且 $(x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0$ ，显然 $x_1 + x_2 > 2$ 成立，

由 $(x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0$ 得 $x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0$ ，则有 $a - 4 + 1 > 0$ ，解得 $a > 3$ ，

由 $\Delta = 16 - 4a \geq 0$ 解得： $a \leq 4$ ，于是得 $3 < a \leq 4$ ，

所以 a 的取值范围是 $3 < a \leq 4$ 。

故选：A

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。

11. 【答案】 $(-\infty, 0)$

【分析】根据补集运算直接求解即可。

【详解】因为 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = [0, +\infty)$ ，

所以 $\complement_U A = (-\infty, 0)$ ，

故答案为： $(-\infty, 0)$

12. 【答案】 $a < ab^2 < ab$

【分析】

利用不等式的性质以及作差法即可比较大小。

【详解】由 $a < 0$ ， $-1 < b < 0$ ，

则 $ab > 0$ ， $ab^2 < 0$ ， $0 < b^2 < 1$ ，

又 $ab^2 - a = a(b^2 - 1) > 0$ ，

所以 $ab^2 > a$ ，

所以 $a < ab^2 < ab$ 。

故答案为： $a < ab^2 < ab$

13. 【答案】 $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$

【分析】由题可得 $(x-1)(x+3) > 0$ ，进而即得。

【详解】由 $\frac{x+3}{x-1} > 0$ ，得 $(x-1)(x+3) > 0$ ，

所以 $x < -3$ 或 $x > 1$ ，

故不等式得解集为 $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$ 。

故答案为： $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$ 。

14. 【答案】 $\{x \mid x \geq -3 \text{ 且 } x \neq 0\} \cup [-3, 0) \cup (0, +\infty)$

【分析】根据函数成立的条件建立不等式进行求解即可.

【详解】要使函数有意义, 则 $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}$,

即 $x \geq -3$ 且 $x \neq 0$, 即函数的定义域为 $\{x | x \geq -3 \text{ 且 } x \neq 0\}$.

故答案为: $\{x | x \geq -3 \text{ 且 } x \neq 0\}$.

15. 【答案】 ①. $\exists x \in \mathbf{R}, \sqrt{x^2} \neq x$, ②. 真

【分析】根据全称量词命题、全称量词命题的否定等知识求得正确答案.

【详解】依题意, $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sqrt{x^2} = x$,

则 $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sqrt{x^2} \neq x$,

由于 $\sqrt{(-1)^2} = 1 \neq -1$, 所以 $\neg p$ 是真命题.

故答案为: $\exists x \in \mathbf{R}, \sqrt{x^2} \neq x$; 真

16. 【答案】 $[2, +\infty)$

【分析】由 $A \subseteq B$ 列不等式求 a 的取值范围,

【详解】 \because 集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, $A \subseteq B$,

$\therefore a \geq 2$.

$\therefore a$ 的取值范围是 $[2, +\infty)$.

故答案为: $[2, +\infty)$.

17. 【答案】 $A \subseteq B$ (只需与 $A \subseteq B$ 等价即可)

【分析】分析可知 $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$, 即可得出结果.

【详解】 $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$,

所以, “ $A \cup B = B$ ”的充分必要条件是 “ $A \subseteq B$ ”.

故答案为: $A \subseteq B$ (只需与 $A \subseteq B$ 等价即可).

18. 【答案】 ①. $(-2, 3)$ ②. $(-\infty, -2]$

【分析】化简集合 A , 直接计算补集, 再根据 $A \cup B = \mathbf{R}$ 求解即可.

【详解】解: ①因为 $A = \{x | (x+2)(x-3) \geq 0\} = (-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}} A = (-2, 3)$;

②因为 $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x \in A$ 或 $x \in B$, 所以 $A \cup B = \mathbf{R}$,

所以 $c < -2$,

故答案为: $(-2, 3); (-\infty, -2]$.

三. 解答题: 本大题共 3 小题.需写出文字说明, 证明过程或演算步骤

19. 【答案】 (1) $A = \{x | -2 < x < 3\}$

$$(2) \complement_{\mathbb{R}}(A \cap B) = \{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}, (\complement_{\mathbb{R}}A) \cap B = \{x \mid -3 < x \leq -2 \text{ 或 } x = 3\}$$

【分析】(1) 解出一元二次不等式得到集合 A 即可；

(2) 由集合的交集与补集的运算求解即可。

【小问 1 详解】

因为 $A = \{x \mid x^2 - x - 6 < 0\}$ ，所以解不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 可得：

$$-2 < x < 3, \text{ 故集合 } A = \{x \mid -2 < x < 3\}$$

【小问 2 详解】

由 (1) 可知： $A = \{x \mid -2 < x < 3\}$ ，又 $B = \{x \mid -3 < x \leq 3\}$ ，

所以 $A \cap B = \{x \mid -2 < x < 3\}$ ，所以 $\complement_{\mathbb{R}}(A \cap B) = \{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ 。

$$\complement_{\mathbb{R}}A = \{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}, (\complement_{\mathbb{R}}A) \cap B = \{x \mid -3 < x \leq -2 \text{ 或 } x = 3\}.$$

20. 【答案】(1) $(-3, 0)$

$$(2) \left[-\frac{1}{2}, 0\right)$$

【分析】(1) 由命题 P 为真命题转化为不等式 $x^2 - 2mx - 3m > 0$ 恒成立。

(2) 解出“命题 q 假”所对应的实数 m 的取值范围并与 (1) 中 m 的取值范围作交集。

【小问 1 详解】

因为命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2mx - 3m > 0$ 为真命题。

所以 $x^2 - 2mx - 3m > 0$ 在 \mathbb{R} 上恒成立，则判别式 $\Delta = (-2m)^2 - 4 \times (-3m) < 0$ ，

$$\text{即 } m^2 + 3m < 0 \Leftrightarrow m(m+3) < 0 \text{ 解得 } -3 < m < 0.$$

所以实数 m 的取值范围为 $(-3, 0)$ 。

【小问 2 详解】

由 (1) 知命题 P 为真命题时， m 的取值范围为 $(-3, 0)$ 。

当命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 4mx + 1 < 0$ 为真命题时，不等式 $x^2 + 4mx + 1 < 0$ 有解。

则判别式 $\Delta = (4m)^2 - 4 \times 1 > 0$ 即 $4m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow (2m-1)(2m+1) > 0$ 解得 $m < -\frac{1}{2}$ 或 $m > \frac{1}{2}$ 。

则命题 q 为假命题时， $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ 即 $m \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 。

故命题 P 真 q 假时， m 满足 $(-3, 0) \cap \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] = \left[-\frac{1}{2}, 0\right)$ 。

所以实数 m 的取值范围为 $\left[-\frac{1}{2}, 0\right)$ 。

21. 【答案】(1) 190

(2) $k = 3$

【分析】(1) 由题知 $x_1 + x_2 = 10, x_1 x_2 = 19$ ，再根据韦达定理求解即可；

(2) 由题知 $\Delta = 4k + 4 > 0$ ， $x_2 = \frac{k-1}{2}$ ， $x_1 = \frac{3k+1}{2}$ ，进而得 $k^2 - 2k - 3 = (k-3)(k+1) = 0$ ，再解方程求解即可得答案.

【小问 1 详解】

解：因为关于 x 的方程 $x^2 - 2kx + k^2 - k - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 ， $k = 5$ ，

所以 $x_1 + x_2 = 2k = 10, x_1 x_2 = k^2 - k - 1 = 19$ ，

所以 $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 10 \times 19 = 190$

【小问 2 详解】

解：由题知 $x_1 + x_2 = 2k, x_1 x_2 = k^2 - k - 1$ ， $\Delta = 4k^2 - 4(k^2 - k - 1) = 4k + 4 > 0$

因为 $x_1 - 3x_2 = 2$ ，

所以 $x_2 = \frac{k-1}{2}$ ， $x_1 = \frac{3k+1}{2}$ ， $\frac{3k+1}{2} \cdot \frac{k-1}{2} = k^2 - k - 1$ ，

所以， $k^2 - 2k - 3 = (k-3)(k+1) = 0$ ，解得 $k = 3$ 或 $k = -1$ ，

因为 $\Delta = 4k^2 - 4(k^2 - k - 1) = 4k + 4 > 0$ ，即 $k > -1$ ，

所以， $k = 3$ 。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

