

北京十二中 2022-2023 学年第二学期高二年级数学期中考试题

命题人：崔浩 樊建先 复核人：张志刚

- | | |
|------|---|
| 考生须知 | 1.本试卷共 4 页，分为三部分.总分 150 分.考试时间 120 分钟. 2.将选择题答案填涂在答题卡上，第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答在答题卡上，在试卷上作答无效. 3.考试结束时，收答题卡. |
|------|---|

第一部分 选择题（共 60 分）

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知抛物线 C 的准线方程为 $y = -1$ ，则抛物线 C 的标准方程为

- (A) $y^2 = 4x$ (B) $y^2 = 2x$ (C) $x^2 = -4y$ (D) $x^2 = 2y$

2. $(x^2 - \frac{2}{x})^5$ 的展开式中， x 的系数是

- (A) -80 (B) 40 (C) 40 (D) 80

3. 设随机变量 X 的概率分布列为：

| | | | | |
|-----|---------------|-----|---------------|---------------|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | $\frac{1}{3}$ | m | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{6}$ |

则 $P(|X - 3| = 1) =$

- (A) $\frac{7}{12}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

4. 用数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的五位数，其中奇数的个数为

- (A) 24 (B) 48 (C) 60 (D) 72

5. 我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题：“今有善走男，日增等里，首日行走一百里，九日共行一千九百六十里，问日增几何？”，该问题中，善走男第 5 日所走的路程里数是

- (A) 120 (B) 130 (C) 140 (D) 150

6. 一盒中有 6 个乒乓球，其中 4 个新球 2 个旧球，从中取 2 个来用，用完后放回盒中，设此时盒中旧乒乓球的个数为 3 的概率为

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$

7. 对于数列 $\{a_n\}$ ，“ $a_{n+1} > |a_n| (n \in \mathbb{N}^*)$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)，获取更多试题资料及排名分析信息。

8. 某人射击一次命中目标的概率为 $\frac{1}{2}$, 则此人射击 6 次, 3 次命中且恰有 2 次连续命中的概率为()

- (A) $C_6^3(\frac{1}{2})^6$ (B) $C_4^2(\frac{1}{2})^6$ (C) $A_4^2(\frac{1}{2})^6$ (D) $C_4^1(\frac{1}{2})^6$

9. 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点 F 作一条渐近线的垂线, 垂足为 A . 若 $\angle AFO = 2\angle AOF$ (O 为坐标原点), 则该双曲线的离心率为

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) 2 (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 2

10. 把 5 名新生安排到某 3 个班级, 要求每个班级至少有一名新生, 则不同的安排方式共有

- (A) 150 种 (B) 180 种 (C) 300 种 (D) 360 种

11. 若椭圆上存在点 P , 使得点 P 到椭圆的两个焦点的距离之比为 2:1, 则称该椭圆为“倍径椭圆”, 则下列椭圆中为“倍径椭圆”的是

- (A) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$ (B) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$ (C) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$ (D) $\frac{x^2}{33} + \frac{y^2}{36} = 1$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 4, a_n + a_{n+1} = 4n + 2 (n \in \mathbb{N}^+)$, 则使得 $S_n > 2023$ 成立的 n 的最小值为()

- (A) 32 (B) 33 (C) 44 (D) 45

第二部分 非选择题 (共 90 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 = 5, a_5 = 1$, 则 $a_6 =$ _____.

14. 已知某班级中, 有女生 18 人, 男生 20 人, 而且女生中不戴眼镜的有 8 人, 男生中戴眼镜的有 11 人, 现从这个班级中随机抽出一名学生, 已知这名学生是女生, 则所抽到学生戴眼镜的概率是 _____.

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右两个顶点分别为 A, B , 点 P 是椭圆 C 上异于 A, B 的任意一点, 则直线 PA, PB 的斜率之积为 _____.

16. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 0, a_{n+1} = \frac{a_n + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}a_n}$, 则 $a_{30} =$ _____.

17. 对一种传染病, 某研发团队研发了一款新药用于治疗, 为检验药效, 该团队从感染者中随机抽取 100 名, 检测发现其中感染了“ α 型毒株”、“ β 型毒株”、“ γ 型毒株”的人数之比为 5:3:2. 对他们进行治疗后, 统计出该药对“ α 型毒株”、“ β 型毒株”、“ γ 型毒株”的有效率分别为 82%、60%、75%, 那么你预估这款新药对这种传染病的总体有效率是_____.
18. 袋中装有 5 个相同的红球和 2 个相同的黑球, 每次从中抽出 1 个球, 抽取 3 次.
按不放回抽取, 得到红球个数记为 X , 得到黑球的个数记为 Y ;
按放回抽取, 得到红球的个数记为 ξ .

下列结论中正确的是_____.

- ① $E(X):E(Y)=5:2$; ② $D(X)>D(Y)$; ③ $E(X)=E(\xi)$; ④ $D(X)<D(\xi)$.

(注: 随机变量 X 的期望记为 $E(X)$ 、方差记为 $D(X)$)

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 60 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

19. (本小题满分 10 分)

已知圆 C 过点 $P(0, -4)$, $Q(2, 0)$, $R(3, -1)$.

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 若直线 $l: mx + y - 1 = 0$ 与圆 C 交于两点 A, B , 且 $|AB| = 4$, 求 m 的值

20. (本小题满分 11 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为 S_n , $2a_3 - a_2 = 5$, $S_5 - S_3 = 14$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若对 $\forall n \in N^*$, $S_n - a_n + \lambda \geq 0$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

21. (本小题满分 13 分)

某冰糖橙是甜橙的一种，以味甜皮薄著称。该橙按照等级可分为四类：珍品、特级、优级和一级。某采购商打算订购一批橙子销往省外，并从采购的这批橙子中随机抽取 100 箱（每箱有 5kg），利用橙子的等级分类标准得到的数据如下表：

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 等级 | 珍品 | 特级 | 优级 | 一级 |
| 箱数 | 40 | 30 | 10 | 20 |

- (1) 从这 100 箱橙子中随机抽取 1 箱，求该箱是珍品的概率；
 (2) 利用样本估计总体，果园老板提出两种方案供采购商参考：

方案一：不分等级出售，价格为 27 元/kg；

方案二：分等级出售，橙子价格如下表。

| | | | | |
|----------|----|----|----|----|
| 等级 | 珍品 | 特级 | 优级 | 一级 |
| 价格(元/kg) | 36 | 30 | 24 | 18 |

从采购商的角度考虑，应该采用哪种方案？

- (3) 从这 100 箱中抽取 3 箱，这 3 箱等级不全相同的概率记为 p_1 ；用分层随机抽样的方法从这 100 箱橙子中抽取 20 箱，再从抽取的 20 箱中随机抽取 3 箱，这 3 箱等级不全相同的概率记为 p_2 ，请直接写出 p_1 与 p_2 的大小关系（不必说明理由）。

22. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，上顶点的坐标为 $A(0, 1)$ ，

- (1) 求椭圆 C 的方程。
 (2) 若椭圆 C 下顶点是 B ， M 是 C 上一点（不与 A, B 重合），直线 AM 与直线 $y=2$ 交于点 I ，直线 BP 交椭圆 C 于点 N 。求证：直线 MN 过定点。

23. (本小题满分 13 分)

设数列 $\{a_n\}: 1, -2, -2, 3, 3, 3, -4, -4, -4, -4, \dots, \underbrace{(-1)^{k-1}k, \dots, (-1)^{k-1}k}_{k \text{ 个}}, \dots$ ，

即当 $\frac{(k-1)k}{2} < n \leq \frac{k(k+1)}{2} (k \in N^*)$ 时， $a_n = (-1)^{k-1}k$ 。记 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n (n \in N^*)$ 。

- (1) 写出 S_1, S_2, S_3, S_4 ；
 (2) 令 $b_k = \frac{S_{k(k+1)}}{2}$ ，求数列 $\{b_k\}$ 的通项公式；
 (3) 对于 $l \in N^*$ ，定义集合 $P_l = \left\{ n \mid \frac{S_n}{a_n} \in Z, n \in N^*, \text{ 且 } 1 \leq n \leq l \right\}$ ，求集合 P_{2023} 中元素的个数。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯