座号：______ 考号：______ 班级：______ 部______ 班 姓名：______ 学校：______

试卷类型：A

山东新高考联合质量测评9月联考试题

高　三　数　学

2023.9

本卷满分150分，考试时间120分钟

注意事项：

1. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题卡上．用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上．将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”．
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上．
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．
4. 考生必须保持答题卡的整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

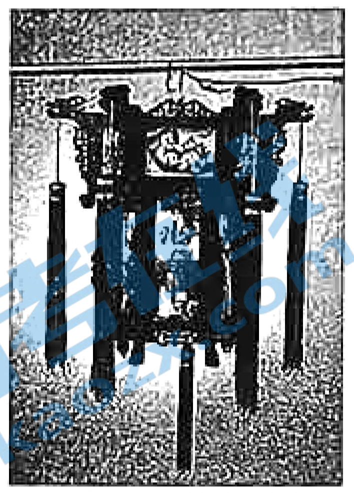
1. $\sin\frac{17\pi}{4}$的值为

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 已知等差数列$\{a_n\}$，其前n项和S_n满足$S_7-a_4=12$，则$a_2+a_6=$

A. 4　B. $\frac{7}{2}$　C. $\frac{5}{2}$　D. 3

3. 走马灯古称蟠螭灯、仙音烛和转鹭灯、马骑灯，是汉族特色工艺品，亦是传统节日玩具之一，属于灯笼的一种．如图为今年元宵节某地灯会的走马灯，主体为正六棱柱，底面边长6 cm，高15 cm，则它的体积为



A. $810\sqrt{3}\text{ cm}^3$

B. 810 cm^3

C. $270\sqrt{3}\text{ cm}^3$

D. 270 cm^3

4. 过点$(3,0)$作曲线$f(x)=xe^x$的两条切线，切点分别为$(x_1,f(x_1))$，$(x_2,f(x_2))$，则$x_1+x_2=$

A. -3　B. $-\sqrt{3}$　C. $\sqrt{3}$　D. 3

5. 若$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\sin\theta-\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\tan\theta=$

A. $\frac{1}{2}$　B. 2　C. $\frac{1}{3}$　D. 3

6. 已知$f(x)=\cos(2x+\varphi)$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，$f(x)$的一个极值点是$\frac{\pi}{6}$，则

A. $f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$上单调递增　B. $f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$上单调递减

C. $f(x)$在$\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增　D. $f(x)$在$\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$上单调递减

7. 已知正项等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_nS_n=2^{2n-1}-2^{n-1}$，设$b_n=\sqrt{\log_2(S_n+1)}$，将数列$\{b_n\}$中的整数项组成新的数列$\{c_n\}$，则$c_{2023}=$

A. 4 048　B. 2 023　C. 2 022　D. 4 046

8. 已知等腰直角$\triangle ABC$中，$\angle C$为直角，边$AC=\sqrt{6}$，P，Q分别为AC，AB上的动点（P与C不重合），将$\triangle APQ$沿PQ折起，使点A到达点A'的位置，且平面$A'PQ\perp$平面$BCPQ$．若点A'，B，C，P，Q均在球O的球面上，则球O体积的最小值为

A. $\frac{8\pi}{3}$　B. $\frac{4\pi}{3}$　C. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$　D. $\frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9. 已知函数$f(x)=\tan\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，则下列说法正确的是

A. $f(x)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$　B. $f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递减

C. $f\left(\frac{\pi}{5}\right)=f\left(-\frac{3\pi}{10}\right)$　D. $f(x)$的定义域为$\left\{x\,\middle|\,x\neq\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$

10. 等差数列$\{a_n\}$的公差为d，前n项和为S_n；等比数列$\{b_n\}$的各项均为正数，公比为q，前n项和为T_n．下列说法正确的是

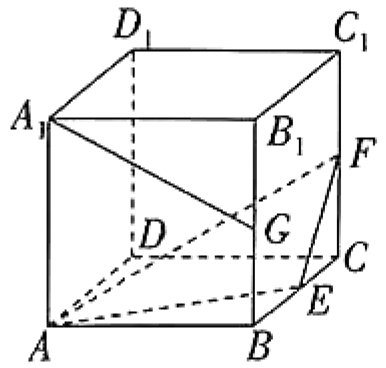
A. $\{2^{a_n}\}$是等比数列，公比为2^d

B. $\{\log_2 b_n\}$是等差数列，公差为$\log_2 q$

C. 若$k\in\mathbf{N}^*$，则S_k，$S_{2k}-S_k$，$S_{3k}-S_{2k}$成等差数列，公差是kd

D. 若$k\in\mathbf{N}^*$，则T_k，$T_{2k}-T_k$，$T_{3k}-T_{2k}$成等比数列，公比是q^k

11. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，G 分别为 BC，CC_1，BB_1 的中点，则



A. 直线 D_1D 与 EF 所成的角为 30°

B. 直线 A_1G 与平面 AEF 平行

C. 若正方体棱长为 1，三棱锥 A_1-AEF 的体积是$\frac{1}{12}$

D. 点 B_1 和 B 到平面 AEF 的距离之比是 3∶1

12. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，S_n 是前 n 项和，若 $n(S_{n+1}-S_n)-1=(n+1)(S_n-S_{n-1})$，$(n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\geqslant 2)$，若不等式$a_n<n[-2t^2-(a+1)t+a^2-a+2]$对于任意的 $t\in[1,2]$ 恒成立，则实数 a 的值可能为

A. -4　　B. 0　　C. 2　　D. 5

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数 $f(x)=e^x\sin 2x$，则 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=$________

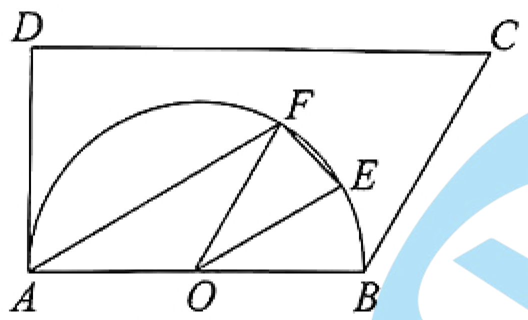
14. 已知圆锥的顶点为 P，母线 PA 与底面所成的角为 60°，底面圆心 O 到 PA 的距离为 $\sqrt{3}$，则该圆锥内切球的表面积为________.

15. 任取一个正整数，若是奇数，就将该数乘 3 再加上 1；若是偶数，就将该数除以 2. 反复进行上述两种运算，经过有限次步骤后，必进入循环圈 1→4→2→1. 这就是数学史上著名的“冰雹猜想”(又称“角谷猜想”等). 如取正整数 $m=6$，根据上述运算法则得出 6→3→10→5→16→8→4→2→1，共需经过 8 个步骤变成 1(简称为 8 步“雹程”). 现给出冰雹猜想的递推关系如下：

已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=m$(m 为正整数)，$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}，当 a_n 为偶数时，\\ 3a_n+1，当 a_n 为奇数时.\end{cases}$

当 $m=3$ 时，$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=$________.

16. 某学校有如图所示的一块荒地，其中 $AB=60$ m，$AD=40$ m，$BC=45$ m，$\angle DAB=\frac{\pi}{2}$，$\angle ABC=\frac{2\pi}{3}$，经规划以 AB 为直径做一个半圆，在半圆外进行绿化，半圆内作为活动中心，在以 AB 为直径的半圆弧上取 E，F 两点，现规划在$\triangle OEF$ 区域安装健身器材，在$\triangle OBE$ 区域设置乒乓球场，若$\angle BOE=\angle EOF$，且使四边形 $AOEF$ 的面积最大，则 $\cos\angle EOF=$________.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (10 分)在$\triangle ABC$ 中，$a=4$，$c\cos A+a\cos C=5$，$\cos\frac{C}{2}=\frac{3}{4}$.

(1)求$\triangle ABC$ 的面积；

(2)求 c 及 $\sin A$ 的值.

18. (12 分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$n(a_{n+1}-a_n)=a_n-na_{n+1}$，设 $b_n=\frac{a_n}{n}$.

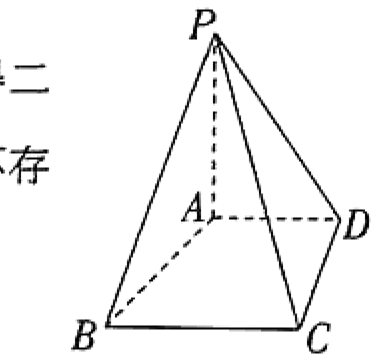
(1)求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2)设数列 $c_n=\log_{\frac{1}{2}}b_{n+1}$，求数列$\left\{(-1)^n\frac{2n+1}{c_nc_{n+1}}\right\}$的前 $2n$ 项和T_{2n}.

19. (12 分)如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$底面 $ABCD$，$AD/\!/BC$，$AD\perp CD$，$AD=CD=\frac{1}{2}BC=2$，点 E 在平面 PBC 上运动.

(1)试确定一点 E，使得 $CD/\!/$平面 PAE，并说明点 E 的位置；

(2)若四棱锥的体积为 6，在侧棱 PC 上是否存在一点 F，使得二面角 $F-AB-C$ 的余弦值为$\frac{2\sqrt{34}}{17}$，若存在，求 PF 的长，若不存在，请说明理由.



20. (12 分)已知$f(x)=e^{2x}-2(a+1)e^x+2ax(a>0)$

(1)讨论$f(x)$的单调性；

(2)若对任意 $a>1$，关于 x 的方程$f(x)=k$ 恒有正数解，求 k 的取值范围.

21. (12 分)已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\sin^2\omega x+m+1(\omega>0，m\in\mathbf{R})$，同时满足函数$f(x)$的最小正周期为 π，函数$f(x)$的图象经过点$\left(0，\frac{1}{2}\right)$.

(1)求$f(x)$的解析式及最小值；

(2)若函数$f(x)$在区间$[0，t](t>0)$上有且仅有 2 个零点，求 t 的取值范围.

22. (12 分)已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，对一切正整数 n，点 $P_n(a_n，\sqrt{S_n})$都在函数 $f(x)=\frac{x+1}{2}$的图象上.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，且 $b_n=2^na_{n+1}$，若$\frac{T_n-2}{2^{n+1}}>\lambda\sqrt{a_{n+1}}-16$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围.

山东新高考联合质量测评 9 月联考试题

高三数学参考答案及评分标准

1.D.

2.A.

3. A.

4. D.

5.B.

6.C

7.解：令数列$\{a_n\}$的公比为q，$\because a_n>0, \therefore a_1>0, q>0$，

因为$a_nS_n=2^{2n-1}-2^{n-1}$，

所以当$n=1$时，$a_1^{\ 2}=2^1-2^0=1$，即$a_1=1$，

当$n=2$时，$a_2S_2=2^3-2^1=6$，即$q(1+q)=6$，解得$q=2$（舍去$q=-3$），

所以$S_n=\dfrac{1\times(1-2^n)}{1-2}=2^n-1$，即$b_n=\sqrt{\log_2(S_n+1)}=\sqrt{n}$。

因为数列$\{b_n\}$中的整数项组成新的数列$\{c_n\}$，

所以$n=k^2$，$k\in N^*$，此时$b_{k^2}=\sqrt{k^2}=k$，即$c_n=n$，$\therefore c_{2023}=2023$.故选：B

8.解：显然P不与A重合，由点A',B,C,P,Q均在球O的球面上，得B,C,P,Q共圆，则$\angle C+\angle PQB=\pi$，

又ΔABC为等腰直角三角形，AB为斜边，即有$PQ\perp AB$，

将ΔAPQ翻折后，$PQ\perp A'Q$，$PQ\perp BQ$，又平面$A'PQ\perp$平面$BCPQ$，

平面$A'PQ\cap$平面$BCPQ=PQ$，

$A'Q\subset$平面$A'PQ$，$BQ\subset$平面$BCPQ$，于是$A'Q\perp$平面$BCPQ$，$BQ\perp$平面$A'PQ$，

显然$A'P,BP$的中点D,E分别为$\triangle A'PQ$，四边形$BCPQ$外接圆圆心，

则$DO\perp$平面$A'PQ$，$EO\perp$平面$BCPQ$，因此$DO//BQ, EO//A'Q$，

取PQ的中点F，连接DF,EF，则有$EF//BQ//DO, DF//A'Q//EO$，

四边形$EFDO$为矩形，设$A'Q=x$且$0<x<2\sqrt{3}$，$DO=EF=\dfrac{1}{2}BQ=\dfrac{2\sqrt{3}-x}{2}$，$A'P=\sqrt{2}x$，

设球O的半径R，有$R^2=DO^2+(\frac{A'P}{2})^2=\frac{3}{4}x^2-\sqrt{3}x+3=\frac{3}{4}(x-\frac{2\sqrt{3}}{3})^2+2$，

当$x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$时，$(R^3)_{\min}=2\sqrt{2}$，所以球O体积的最小值为$\frac{4\pi R^3}{3}=\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$.故选：C.

9.解：因为$f(x)=\tan\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

对于A：$f(x)$的最小正周期为$T=\frac{\pi}{2}$，故A正确；

对于B：当$x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$时，$2x-\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$，因为$y=\tan z$在$z\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，

故$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递增，故B错误；

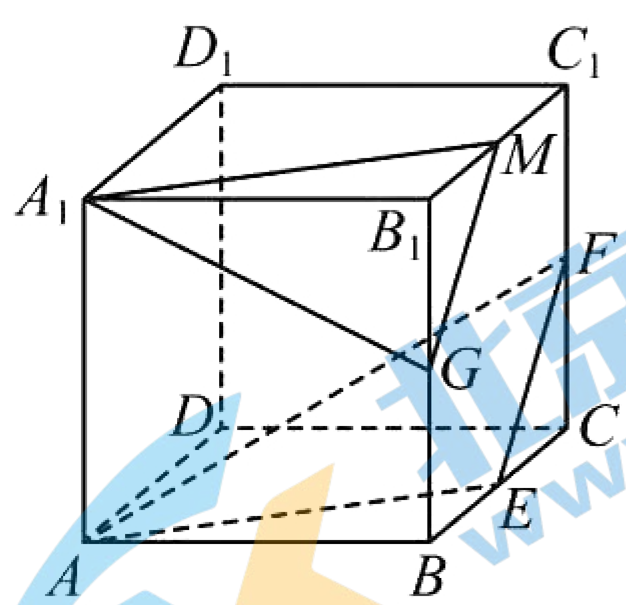
对于C：因为$f(x)$的最小正周期为$T=\frac{\pi}{2}$，所以$f(\frac{\pi}{5})=f(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{2})=f(-\frac{3\pi}{10})$，故C正确；

对于D：令$2x-\frac{\pi}{6}\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，解得$x\neq\frac{\pi}{3}+\frac{k}{2}\pi,k\in Z$，所以$f(x)$的定义域为$\left\{x\middle|x\neq\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，故D错误。故选：AC。

10. ABD。

11.解：对于选项A，由图可知CC_1与DD_1显然平行，所以$\angle EFC$=45°即为所求，选项A不正确；

对于选项B，取B_1C_1的中点M，连接A_1M、GM，如图所示，



易知$A_1M//AE$，且$A_1M\not\subset$平面AEF，$AE\subset$平面AEF，

所以$A_1M//$平面AEF。

又易知$GM//EF$，

$GM\not\subset$平面AEF，$EF\subset$平面AEF，所以$GM//$平面AEF。

又$A_1M\cap GM=M$，可得平面$A_1MG//$平面AEF。

又$A_1G\not\subset$平面AEF，从而$A_1G//$平面AEF，选项B正确。

对于选项C，由选项B知，A_1和G到平面AEF的距离相等，所以

$V_{A_1-AEF}=V_{G-AEF}=V_{A-FEG}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{12}$.选项C正确。

对于选项D，平面AEF过BC的中点E，即平面AEF将线段BC平分，

所以C与B到平面AEF的距离相等，连接B_1C，显然EF将线段B_1C三等分，从而B_1与B到平面AEF的距离之比为3:1，选项D正确.故选：BCD.

12.解：由$n\left(S_{n+1}-s_{n}\right)-1=(n+1)\left(S_{n}-S_{n-1}\right)$知，$a_{n+1}-\frac{1}{n}=\frac{n+1}{n}a_{n}$，

所以$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

则$\frac{a_n}{n}-\frac{a_{n-1}}{n-1}=\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}$，$\frac{a_{n-1}}{n-1}-\frac{a_{n-2}}{n-2}=\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1}$，…，$\frac{a_2}{2}-\frac{a_1}{1}=1-\frac{1}{2}$，

上述式子累加可得$\frac{a_n}{n}-a_1=1-\frac{1}{n}$，所以$\frac{a_n}{n}=2-\frac{1}{n}<2$.

所以$-2t^2-(a+1)t+a^2-a+2\geq 2$对于任意的$t\in[1,2]$恒成立，

整理得$[2t-(a-1)](t+a)\leq 0$对于任意的$t\in[1,2]$恒成立.

法一：

对选项A，当$a=-4$时，不等式为$(2t+5)(t-4)\leq 0$，其解集$[-\frac{5}{2},4]$包含$[1,2]$，故选项A正确；对选项B，

当$a=0$时，不等式为$(2t+1)t\leq 0$，其解集$[-\frac{1}{2},0]$不包含$[1,2]$，故选项B错误；

对选项C，当$a=2$时，不等式为$(2t-1)(t+2)\leq 0$，其解集$[-2,\frac{1}{2}]$不包含$[1,2]$,故选项C错误；

对选项D，当$a=5$时，不等式为$(2t-4)(t+5)\leq 0$，其解集$[-5,2]$包含$[1,2]$，故选项D正确.

法二:令$f(t)=[2t-(a-1)](t+a)$,

若$[2t-(a-1)](t+a)\leq 0$对于任意的$t\in[1,2]$恒成立，只需$\begin{cases}f(1)\leq 0\\f(2)\leq 0\end{cases}$即$\begin{cases}(3-a)(1+a)\leq 0\\(5-a)(2+a)\leq 0\end{cases}$得

$a\geq 5$或$a\leq -2$。故选：AD.

13. 解：由$f'(x)=e^x(\sin 2x+2\cos 2x)$，得$f'(\frac{\pi}{2})=-2e^{\frac{\pi}{2}}$.

14.解：设球心为C，过C作CD垂直于PA，垂足为D，设内切球半径为r.在ΔPOA中$PO=2\sqrt{3}$，所以$PC=2\sqrt{3}-r$。

在ΔPCD中，$CD=r$，所以$\sin 30^0=\frac{CD}{PC}=\frac{r}{2\sqrt{3}-r}$，解得$r=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以$S_{表}=4\pi r^2=\frac{16\pi}{3}$。

15. 解：$3\to 10\to 5\to 16\to 8\to 4\to 2\to 1\to 4\to 2\to 1\ldots$ $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=42$，$95\div 3=31\ldots 2$，所以

$a_6+a_7+\ldots+a_{100}=31\times 7+6=223$.所以$a_1+a_2+\cdots+a_{100}=42+223=265$.

16.解：设$\angle BOE=\theta$，则$\angle EOF=\theta$，根据题意易知$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

$\because OF=OA$，□OAF为等腰三角形，且$\angle OFA=\angle OAF$，

又$\because \angle BOF=\angle OFA+\angle OAF$，$\therefore \angle EOF=\angle OFA=\angle OAF=\theta$，所以$OE//FA$

$\therefore$四边形$OEFA$为梯形，则四边形$OEFA$面积

$S=\frac{1}{2}\times 30\times 30\times[\sin(\pi-2\theta)+\sin\theta]=\frac{900}{2}(\sin\theta+2\sin\theta\cos\theta)=\frac{900}{2}(\sin\theta+\sin 2\theta)$，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

则 $S'=\frac{900}{2}(\cos\theta+2\cos 2\theta)=\frac{900}{2}(4\cos^2\theta+\cos\theta-2)$，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

令 $S'=0$，

则 $4\cos^2\theta+\cos\theta-2=0$，解得 $\cos\theta=\frac{-\sqrt{33}-1}{8}$（舍）或 $\cos\theta=\frac{\sqrt{33}-1}{8}$

设 φ 为 $\cos\theta=\frac{\sqrt{33}-1}{8}$ 所对应的角，

$\because$ $y=\cos\theta$ 在 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减，

$\therefore\theta\in(0,\varphi)$时，$\cos\theta\in\left(\frac{\sqrt{33}-1}{8},1\right)$，$S'=450(4\cos^2\theta+\cos\theta-2)>0$，S 单调递增.

$\therefore\theta\in\left(\varphi,\frac{\pi}{2}\right)$时，$\cos\theta\in\left(0,\frac{\sqrt{33}-1}{8}\right)$，$S'=450(4\cos^2\theta+\cos\theta-2)<0$，S 单调递减.

$\therefore$ 当 $\cos\theta=\frac{\sqrt{33}-1}{8}$ 时，面积最大，即 $\cos\angle BOC=\frac{\sqrt{33}-1}{8}$.

17 解：（1）由 $c\cos A+a\cos C=5$,知 $c\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+a\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=5$,

化简得 b=5 ....2 分

由 $\cos\frac{C}{2}=\frac{3}{4}$，$\cos C=2\cos^2\frac{C}{2}-1=\frac{1}{8}$,又 $0<C<\pi$ 则 $\sin C=\frac{3\sqrt{7}}{8}$，.....................4 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{15\sqrt{7}}{4}$. ....6 分

（2）由 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=16+25-5=36$，得 $c=6$. ....8 分

而 $\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}$，则 $\sin A=\frac{a\sin C}{c}=\frac{\sqrt{7}}{4}$. ....10 分

18.解：（1）由 $n(a_{n+1}-a_n)=a_n-na_{n+1}(n\in\mathrm{N}^*)$ 得：$2na_{n+1}=(n+1)a_n$，

$\therefore\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{1}{2}\frac{a_n}{n}$，..2 分

$\therefore b_{n+1}=\frac{1}{2}b_n$，

$\therefore$数列 $\{b_n\}$ 是以 1 为首项，$\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列...4 分

$\therefore b_n=\frac{1}{2^{n-1}}$...5 分

（2）由（1）得 $c_n=n$，

$\therefore(-1)^n\frac{2n+1}{n(n+1)}=(-1)^n(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1})$，..7 分

$\therefore T_{2n}=-\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\cdots+(-1)^{2n}\left(\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2n+1}-1$. ....12 分

19.解：（1）点 E 在△PBC 的 BC 边的中线上.--1 分

取 BC 的中点 G，连接 AG，PG，

因为 $AD=\frac{1}{2}BC$， $AD//BC$，

所以 $AD//GC, AD=GC$，

所以四边形 $AGCD$ 为平行四边形.---3 分

所以 $AG//CD$，

所以 $CD//$平面PAG，

故当点 F 在△PBC 的 BC 边的中线 PG 上运动时，$CD//$平面PAE. ---------------5 分

（2）四棱锥的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{(2+4)\times 2}{2}\cdot PA=6$，

故 $PA=3$. --- ---------------6 分

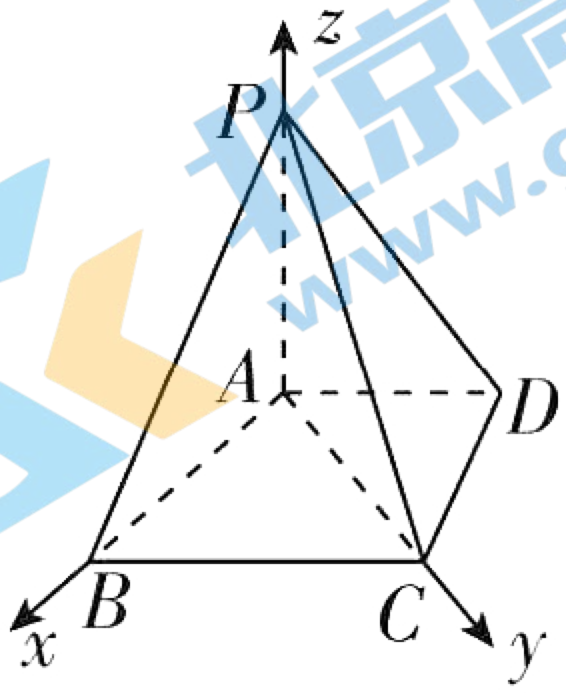
由已知可得 $AB=2\sqrt{2}, AC=2\sqrt{2}$,所以 $AB^2+AC^2=BC^2$, $AB\perp AC$.-------------------7 分

以点 A 为坐标原点，AB、AC、AP 所在的直线分别为 x轴, y轴, z轴 建立如图所示空间直角坐标系.

则 $A(0,0,0), B(2\sqrt{2},0,0), C(0,2\sqrt{2},0)$, $P(0,0,3)$, $F(0,2\sqrt{2}\lambda,3-3\lambda)$, $\lambda\in(0,1)$，

$\overrightarrow{AB}=(2\sqrt{2}，0，0)$，$\overrightarrow{AF}=(0,2\sqrt{2}\lambda，3-3\lambda)$----------------------8 分

设面 ABF 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，



则 $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{AF}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2\sqrt{2}x=0\\ 2\sqrt{2}\lambda y+(3-3\lambda)z=0\end{cases}$，

令 $y=\sqrt{2}$，则 $z=\frac{4\lambda}{3(\lambda-1)}$，所以 $\vec{n}=(0,\sqrt{2},\frac{4\lambda}{3(\lambda-1)})$ ----------------9 分

又面 ABC 的法向量 $\vec{m}=(0,0,1)$，

所以二面角 $F-AB-C$ 的余弦值 $|\cos<\vec{n},\vec{m}>|=\frac{|\vec{n}\cdot\vec{m}|}{|\vec{n}||\vec{m}|}=\frac{2\sqrt{34}}{17}$，

解得 $\lambda=\frac{1}{2}$，---10 分

即 F 为 PC 中点，

此时 $PC=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{17}$，

$PF=\frac{1}{2}PC=\frac{\sqrt{17}}{2}$. --11 分

即当 $PF=\frac{\sqrt{17}}{2}$ 时，二面角 $F-AB-C$ 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{34}}{17}$ ------------------------12 分

20. 解：（1） $f'(x)=2e^{2x}-2(a+1)e^{x}+2a=2(e^{x}-1)(e^{x}-a)$ -----------------------1 分

① $a=1$ 时，由 $f'(x)\geq 0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增.-----------------------------2 分

② $a>1$ 时，由 $f'(x)>0$ 得 $x<0$ 或 $x>\ln a$，$f'(x)<0$ 得 $0<x<\ln a$，-----------3 分

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0),(\ln a,+\infty)$ 上单调递增；在 $(0,\ln a)$ 上单调递减.------------------4 分

③ $0<a<1$ 时，由 $f'(x)>0$ 得 $x<\ln a$ 或 $x>0$，$f'(x)<0$ 得 $\ln a<x<0$，------5 分

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a),(0,+\infty)$ 上单调递增；在 $(\ln a,0)$ 上单调递减.------------------6 分

（2） $a>1$ 时，由（1）得 $f(x)$ 在 $(0,\ln a)$ 上单调递减，在 $(\ln a,+\infty)$ 上单调递增

所以对任意 $x>0$，

$f(x)\geq f(\ln a)=e^{2\ln a}-2(a+1)e^{\ln a}+2a\ln a=a^2-2a(a+1)+2a\ln a$

$=2a\ln a-a^2-2a$ --8分

令 $g(a)=2a\ln a-a^2-2a$（$a>1$），

则 $g'(a)=2(1+\ln a)-2a-2=2(\ln a-a)<0$ --10 分

所以 $g(a)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，$g(a)<g(1)=-3$

因为对任意 $a>1$，关于 x 的方程 $f(x)=k$ 恒有正数解，所以 $k\geq -3$.--------------12 分

21.解：（1）因为 $f(0)=1+m=\frac{1}{2}$，所以 $m=-\frac{1}{2}$. ....1 分

$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x-\frac{1-\cos 2\omega x}{2}+\frac{1}{2}$，所以 $f(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$. ....3 分

又因为函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π，所以 $\omega=1$，所以：$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$. ....5 分

当 $2x+\frac{\pi}{6}=2k\pi-\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $x=k\pi-\frac{\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$f(x)_{\min}=-1$

所以函数 $f(x)$ 的最小值为 -1，.--6 分

（2）令 $\sin(2x+\frac{\pi}{6})=0$，则 $2x+\frac{\pi}{6}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$. -------8 分

当 $k=1,2,3$ 时，函数 $f(x)$ 的零点为 $\frac{5\pi}{12},\frac{11\pi}{12}$，$\frac{17\pi}{12}$.------------------------------------10 分

由于函数 $f(x)$ 在区间 $[0,t]$ 上有且仅有 2 个零点，

所以 $\frac{11\pi}{12}\le t<\frac{17\pi}{12}$,所以 t 的取值范围是 $\left[\frac{11\pi}{12},\frac{17\pi}{12}\right)$．-------------------------------------12 分

22（1）由题意知 $\sqrt{S_n}=\frac{a_n+1}{2}$,---1 分

当 n=1 时，$\sqrt{a_1}=\frac{a_1+1}{2}$，所以 $a_1=1$，

当 $n\geq 2$ 时，$S_n=\left(\frac{a_n+1}{2}\right)^2,S_{n-1}=\left(\frac{a_{n-1}+1}{2}\right)^2$,

因为 $a_n=S_n-S_{n-1}=(\frac{a_n+1}{2})^2-(\frac{a_{n-1}+1}{2})^2$,

所以 $a_n{}^2-a_{n-1}{}^2-2a_n-2a_{n-1}=0$,

即 $(a_n-a_{n-1}-2)(a_n+a_{n-1})=0$. -----------------------------3 分

因为数列为正项数列,

所以 $a_n-a_{n-1}-2=0$, 即数列 $\{a_n\}$ 为公差为 2 的等差数列,

所以 $a_n=2n-1$. ------------------------------4 分

（1）因为 $b_n=2^n a_{n+1}=2^n(2n+1)$,

所以 $T_n=2\times3+2^2\times5+2^3\times7+\ldots+2^n(2n+1)$， ①

$2T_n=2^2\times3+2^3\times5+2^4\times7+\ldots+2^n(2n-1)+2^{n+1}(2n+1)$. ②

①-② 得，$-T_n=2\times3+2^3+2^4+\ldots+2^{n+1}-2^{n+1}(2n+1)=2+2^2+2^3+2^4+\ldots+2^{n+1}-2^{n+1}(2n+1)$

$=\frac{2(1-2^{n+1})}{1-2}-2^{n+1}(2n+1)=(1-2n)2^{n+1}-2$， - ---------------------------7 分

所以 $T_n=(2n-1)2^{n+1}+2$，

所以 $\frac{T_n-2}{2^{n+1}}>\lambda\sqrt{a_{n+1}}-16$ 可化简为 $\lambda<\frac{2n+15}{\sqrt{2n+1}}=\sqrt{2n+1}+\frac{14}{\sqrt{2n+1}}$.

因为 $\frac{T_n-2}{2^{n+1}}>\lambda\sqrt{a_{n+1}}-16$ 恒成立，所以 $\lambda<\left(\sqrt{2n+1}+\frac{14}{\sqrt{2n+1}}\right)_{\min}$.--------------------9 分

因为对勾函数 $y=x+\frac{14}{x}(x>0)$ 在 $(0,\sqrt{14})$ 上单调递减，在 $(\sqrt{14},+\infty)$ 上单调递增，

又$n\in\mathbf{N}^*$，

所以当$n=6$，即$\sqrt{2n+1}=\sqrt{13}$时，$\sqrt{2n+1}+\dfrac{14}{\sqrt{2n+1}}=\dfrac{27\sqrt{13}}{13}$；

当$n=7$，即$\sqrt{2n+1}=\sqrt{15}$时，$\sqrt{2n+1}+\dfrac{14}{\sqrt{2n+1}}=\dfrac{29\sqrt{15}}{15}$，又$\dfrac{27\sqrt{13}}{13}>\dfrac{29\sqrt{15}}{15}$；

所以$\left(\sqrt{2n+1}+\dfrac{14}{\sqrt{2n+1}}\right)_{\min}=\dfrac{29\sqrt{15}}{15}$，

故$\lambda<\dfrac{29\sqrt{15}}{15}$．--12 分