

丰台区 2019—2020 学年度第二学期综合练习（一）

高三数学 2020.04

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x = 0\}$, 则 $A \cup B =$

- (A) $\{0\}$ (B) $\{0,1\}$ (C) $\{0,1,2\}$ (D) $\{-1,0,1,2\}$

2. 已知向量 $\mathbf{a} = (x, 2)$, $\mathbf{b} = (-2, 1)$, 满足 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $x =$

- (A) 1 (B) -1 (C) 4 (D) -4

3. 若复数 z 满足 $\frac{z}{1+i} = i$, 则 z 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

4. 圆 $(x-1)^2 + y^2 = 2$ 的圆心到直线 $x + y + 1 = 0$ 的距离为

- (A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) 1 (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 已知 $a = 2^{\frac{1}{3}}$, $b = 3^{\frac{1}{2}}$, $c = \log_3 \frac{1}{2}$, 则

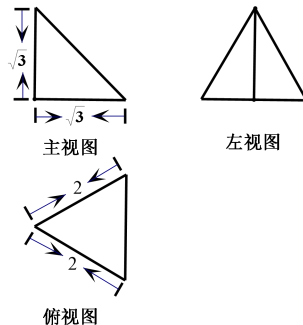
- (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > a > c$ (D) $b > c > a$

6. “ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”成立的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的四个面中，面积等于 $\sqrt{3}$ 的有

- (A) 1 个 (B) 2 个
(C) 3 个 (D) 4 个



8. 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作倾斜角为 60° 的直线与抛物线 C 交于两个不同的点 A, B

(点 A 在 x 轴上方), 则 $\frac{|AF|}{|BF|}$ 的值为

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 3

9. 将函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 且 $g(0) = 1$, 下列说法错误的是

- (A) $g(x)$ 为偶函数
 (B) $g(-\frac{\pi}{2}) = 0$
 (C) 当 $\omega = 5$ 时, $g(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上有 3 个零点
 (D) 若 $g(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{5}]$ 上单调递减, 则 ω 的最大值为 9

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \geq 0, \\ kx, & x < 0. \end{cases}$ 若存在非零实数 x_0 , 使得 $f(-x_0) = f(x_0)$ 成立, 则实数 k 的取值范围是

- (A) $(-\infty, -1)$ (B) $(-\infty, -1]$ (C) $(-1, 0)$ (D) $[-1, 0)$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_n = 2n - 1$, 则 $S_5 =$ _____.

12. 若 $x > 1$, 则函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$ 的最小值为 _____, 此时 $x =$ _____.

13. 已知平面 α 和三条不同的直线 m, n, l . 给出下列六个论断: ① $m \perp \alpha$; ② $m \parallel \alpha$; ③ $m \parallel l$;

④ $n \perp \alpha$; ⑤ $n \parallel \alpha$; ⑥ $n \parallel l$. 以其中两个论断作为条件, 使得 $m \parallel n$ 成立. 这两个论断可以是 _____ . (填上你认为正确的一组序号)

14. 如果对某对象连续实施两次变换后的结果就是变换前的对象, 那么我们称这种变换为“回归”变换.

如: 对任意一个实数, 变换: 取其相反数. 因为相反数的相反数是它本身, 所以变换“取实数的相反数”是一种“回归”变换. 有下列 3 种变换:

- ① 对 $A \subseteq \mathbf{R}$, 变换: 求集合 A 的补集;
 ② 对任意 $z \in \mathbf{C}$, 变换: 求 z 的共轭复数;
 ③ 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 变换: $x \rightarrow kx + b$ (k, b 均为非零实数).

其中是“回归”变换的是 _____.

注: 本题给出的结论中, 有多个符合题目要求. 全部选对得 5 分, 不选或有错选得 0 分, 其他得 3 分.

15. 已知双曲线 $M: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的渐近线是边长为 1 的菱形 $OABC$ 的边 OA, OC 所在直线. 若椭圆

$N: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过 A, C 两点, 且点 B 是椭圆 N 的一个焦点, 则 $a =$ _____.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (本小题共 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $c = 4, A = \frac{\pi}{3}$.

(I) 当 $b = 2$ 时, 求 a ;

(II) 求 $\sin B - \sqrt{3} \cos C$ 的取值范围.

17. (本小题共 14 分)

如图, 在四棱锥 $M-ABCD$ 中, $AB \parallel CD, \angle ADC = \angle BMC = 90^\circ$,

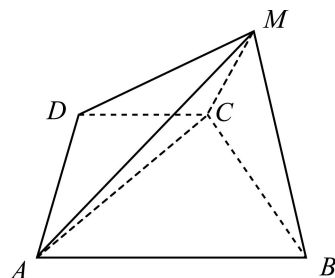
$MB = MC, AD = DC = \frac{1}{2} AB = \sqrt{2}$, 平面 $BCM \perp$ 平面 $ABCD$.

(I) 求证: $CD \parallel$ 平面 ABM ;

(II) 求证: $AC \perp$ 平面 BCM ;

(III) 在棱 AM 上是否存在一点 E , 使得二面角 $E-BC-M$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$?

若存在, 求出 $\frac{AE}{AM}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



18. (本小题共 14 分)

在抗击新冠肺炎疫情期间, 很多人积极参与了疫情防控的志愿者活动. 各社区志愿者服务类型有: 现场值班值守, 社区消毒, 远程教育宣传, 心理咨询 (每个志愿者仅参与一类服务). 参与 A, B, C 三个社区的志愿者服务情况如下表:

社区	社区服务总人数	服务类型			
		现场值班值守	社区消毒	远程教育宣传	心理咨询
A	100	30	30	20	20
B	120	40	35	20	25
C	150	50	40	30	30

(I) 从上表三个社区的志愿者中任取 1 人, 求此人来自于 A 社区, 并且参与社区消毒工作的概率;

(II) 从上表三个社区的志愿者中各任取 1 人调查情况, 以 X 表示负责现场值班值守的人数, 求 X 的分布列;

(III) 已知 A 社区心理咨询满意率为 0.85, B 社区心理咨询满意率为 0.95, C 社区心理咨询满意率为 0.9,

“ $\xi_A = 1, \xi_B = 1, \xi_C = 1$ ”分别表示 A, B, C 社区的人们对心理咨询满意, “ $\xi_A = 0, \xi_B = 0, \xi_C = 0$ ”分别表示 A, B, C 社区的人们对心理咨询不满意, 写出方差 $D(\xi_A), D(\xi_B), D(\xi_C)$ 的大小关系.

(只需写出结论)

19. (本小题共 15 分)

已知函数 $f(x) = (x+a)\ln x - x + 1$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线斜率为 1, 求实数 a 的值;

(II) 当 $a = 0$ 时, 求证: $f(x) \geq 0$;

(III) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上存在极值点, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题共 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $P(1, 0)$ 在椭圆 C 上, 直线 $y = y_0$ 与椭圆 C 交于不同的两点 A, B .

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 直线 PA, PB 分别交 y 轴于 M, N 两点, 问: x 轴上是否存在点 Q , 使得 $\angle OQN + \angle OQM = \frac{\pi}{2}$? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题共 14 分)

已知有穷数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_n (n \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } n \geq 3)$. 定义数列 A 的“伴生数列” $B:$

$b_1, b_2, \dots, b_k, \dots, b_n$, 其中

$$b_k = \begin{cases} 1, & a_{k-1} \neq a_{k+1}, \\ 0, & a_{k-1} = a_{k+1} \end{cases} (k = 1, 2, \dots, n), \text{ 规定 } a_0 = a_n, a_{n+1} = a_1.$$

(I) 写出下列数列的“伴生数列”:

① 1, 2, 3, 4, 5;

② 1, -1, 1, -1, 1.

(II) 已知数列 B 的“伴生数列” $C: c_1, c_2, \dots, c_k, \dots, c_n$, 且满足 $b_k + c_k = 1 (k = 1, 2, \dots, n)$.

(i) 若数列 B 中存在相邻两项为 1, 求证: 数列 B 中的每一项均为 1;

(ii) 求数列 C 所有项的和.

丰台区 2019~2020 学年度第二学期综合练习（一）

高三数学 参考答案及评分参考

2020. 04

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	B	C	A	C	D	D	A

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 25

12. 3 ; 2

13. ①④ (或③⑥)

14. ①②

15. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题共 14 分)

解: (I) 由余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$,

$$\text{得 } a^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \times 2 \times 4 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 12.$$

所以 $a = 2\sqrt{3}$.

.....6 分

(II) 由 $A = \frac{\pi}{3}$ 可知, $B + C = \frac{2\pi}{3}$, 即 $B = \frac{2\pi}{3} - C$.

$$\begin{aligned} \sin B - \sqrt{3} \cos C &= \sin\left(\frac{2\pi}{3} - C\right) - \sqrt{3} \cos C \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos C + \frac{1}{2} \sin C - \sqrt{3} \cos C \\ &= \frac{1}{2} \sin C - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos C \\ &= \sin\left(C - \frac{\pi}{3}\right). \end{aligned}$$

因为 $B + C = \frac{2\pi}{3}$, 所以 $C \in (0, \frac{2\pi}{3})$. 故 $C - \frac{\pi}{3} \in (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$.

因此 $\sin(C - \frac{\pi}{3}) \in (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

于是 $\sin B - \sqrt{3} \cos C \in (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

.....14 分

17. (本小题共 14 分)

证明: (I) 因为 $AB \parallel CD$,

$AB \subset$ 平面 ABM ,

$CD \not\subset$ 平面 ABM ,

所以 $CD \parallel$ 平面 ABM .

(II) 取 AB 的中点 N , 连接 CN .

在直角梯形 $ABCD$ 中,

易知 $AN = BN = CD = \sqrt{2}$, 且 $CN \perp AB$.

在 $\text{Rt} \triangle CNB$ 中, 由勾股定理得 $BC = 2$.

在 $\triangle ACB$ 中, 由勾股定理逆定理可知 $AC \perp BC$.

又因为平面 $BCM \perp$ 平面 $ABCD$,

且平面 $BCM \cap$ 平面 $ABCD = BC$,

所以 $AC \perp$ 平面 BCM .

(III) 取 BC 的中点 O , 连接 OM , ON .

所以 $ON \parallel AC$,

因为 $AC \perp$ 平面 BCM ,

所以 $ON \perp$ 平面 BCM .

因为 $BM = MC$,

所以 $OM \perp BC$.

如图建立空间直角坐标系 $O-xyz$,

则 $M(0,0,1)$, $B(0,1,0)$, $C(0,-1,0)$, $A(2,-1,0)$,

$\overrightarrow{AM} = (-2, 1, 1)$, $\overrightarrow{BC} = (0, -2, 0)$, $\overrightarrow{BA} = (2, -2, 0)$.

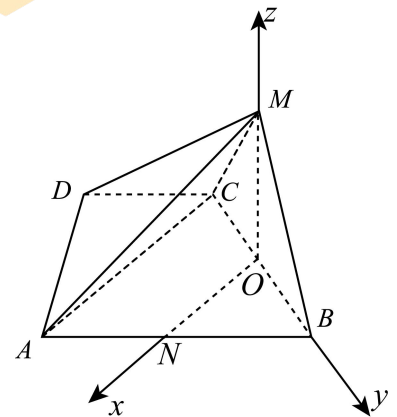
易知平面 BCM 的一个法向量为 $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$.

假设在棱 AM 上存在一点 E , 使得二面角 $E-BC-M$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$.

不妨设 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AM} (0 \leq \lambda \leq 1)$,

所以 $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = (2-2\lambda, \lambda-2, \lambda)$,

设 $\mathbf{n} = (x, y, z)$ 为平面 BCE 的一个法向量,



.....3 分

.....7 分

$$\text{则} \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{BC} = 0, \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{BE} = 0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} -2y = 0, \\ (2-2\lambda)x + \lambda z = 0, \end{cases}$$

令 $x = \lambda$, $z = 2\lambda - 2$, 所以 $\vec{n} = (\lambda, 0, 2\lambda - 2)$.

$$\text{从而} |\cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

解得 $\lambda = \frac{2}{3}$ 或 $\lambda = 2$.

因为 $0 \leq \lambda \leq 1$, 所以 $\lambda = \frac{2}{3}$.

由题知二面角 $E-BC-M$ 为锐二面角.

所以在棱 AM 上存在一点 E , 使得二面角 $E-BC-M$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$,

$$\text{此时} \frac{AE}{AM} = \frac{2}{3}.$$

.....14 分

18. (本小题共 14 分)

解: (I) 记“从上表三个社区的志愿者中任取 1 人, 此人来自于 A 社区, 并且参与社区消毒工作”为事件 D ,

$$P(D) = \frac{30}{100+120+150} = \frac{3}{37}.$$

所以从上表三个社区的志愿者中任取 1 人, 此人来自于 A 社区, 并且参与社区消毒工作的概率为 $\frac{3}{37}$.
.....4 分

(II) 从上表三个社区的志愿者中各任取 1 人, 由表可知: A, B, C 三个社区负责现场值班值守的概率分别为 $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$.

X 的所有可能取值为 0, 1, 2, 3.

$$P(X=0) = \frac{7}{10} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{28}{90} = \frac{14}{45}, \quad P(X=1) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{7}{10} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{7}{10} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{40}{90} = \frac{4}{9},$$

$$P(X=2) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{7}{10} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{19}{90},$$

$$P(X=3) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}.$$

X 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{14}{45}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{19}{90}$	$\frac{1}{30}$

.....11 分

(III) $D(\xi_A) > D(\xi_C) > D(\xi_B)$

.....14 分

19. (本小题共 15 分)

解: (I) 因为 $f(x) = (x+a)\ln x - x + 1$,

$$\text{所以 } f'(x) = \ln x + \frac{a}{x}.$$

$$\text{由题知 } f'(e) = \ln e + \frac{a}{e} = 1,$$

解得 $a = 0$.

……………4 分

(II) 当 $a = 0$ 时, $f(x) = x \ln x - x + 1$,

$$\text{所以 } f'(x) = \ln x.$$

当 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上单调递减;

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增;

所以 $f(1) = 0$ 是 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的最小值.

所以 $f(x) \geq 0$.

……………8 分

(III) 由 (I) 知, $f'(x) = \ln x + \frac{a}{x} = \frac{x \ln x + a}{x}$.

若 $a \geq 0$, 则当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增,

此时无极值.

若 $a < 0$, 令 $g(x) = f'(x)$,

$$\text{则 } g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{a}{x^2}.$$

因为当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增.

因为 $g(1) = a < 0$,

$$\text{而 } g(e^{-a}) = -a + ae^a = a(e^a - 1) > 0,$$

所以存在 $x_0 \in (1, e^{-a})$, 使得 $g(x_0) = 0$.

$f'(x)$ 和 $f(x)$ 的情况如下:

x	$(1, x_0)$	x_0	$(x_0, 1-a)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	极小值	↗

因此, 当 $x = x_0$ 时, $f(x)$ 有极小值 $f(x_0)$.

综上, a 的取值范围是 $(-\infty, 0)$.

……………15 分

20. (本小题共 14 分)

解: (I) 由题意
$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ a^2 = b^2 + c^2. \end{cases}$$

解得 $a^2 = 2, b^2 = 1$.

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{y^2}{2} + x^2 = 1$.

.....5 分

(II) 假设存在点 Q 使得 $\angle OQN + \angle OQM = \frac{\pi}{2}$. 设 $Q(m, 0)$,

因为 $\angle OQN + \angle OQM = \frac{\pi}{2}$,

所以 $\angle OQN = \angle OMQ$. 则 $\tan \angle OQN = \tan \angle OMQ$.

即 $\frac{|ON|}{|OQ|} = \frac{|OQ|}{|OM|}$, 所以 $|OQ|^2 = |ON||OM|$.

因为直线 $y = y_0$ 交椭圆 C 于 A, B 两点, 则 A, B 两点关于 y 轴对称.

设 $A(x_0, y_0), B(-x_0, y_0) (x_0 \neq \pm 1)$,

因为 $P(1, 0)$,

则直线 PA 的方程为: $y = \frac{y_0}{x_0 - 1}(x - 1)$.

令 $x = 0$, 得 $y_M = \frac{-y_0}{x_0 - 1}$.

直线 PB 的方程为: $y = \frac{-y_0}{x_0 + 1}(x - 1)$.

令 $x = 0$, 得 $y_N = \frac{y_0}{x_0 + 1}$.

因为 $|OQ|^2 = |ON||OM|$,

所以 $m^2 = \frac{y_0^2}{|x_0^2 - 1|}$.

又因为点 $A(x_0, y_0)$ 在椭圆 C 上,

所以 $y_0^2 = 2(1 - x_0^2)$.

所以 $m^2 = \frac{2(1-x_0^2)}{1-x_0^2} = 2$. 即 $m = \pm\sqrt{2}$.

所以存在点 $Q(\pm\sqrt{2}, 0)$ 使得 $\angle OQN + \angle OQM = \frac{\pi}{2}$ 成立.14分

21. (本小题共 14 分)

解: (I) ① 1, 1, 1, 1, 1;

② 1, 0, 0, 0, 1.4分

(II) (i) 由题意, 存在 $k \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, 使得 $b_k = b_{k+1} = 1$.

若 $k=1$, 即 $b_1 = b_2 = 1$ 时, $c_1 = c_2 = 0$.

于是 $b_n = b_2 = 1, b_1 = b_3 = 1$.

所以 $c_n = c_3 = 0$, 所以 $b_4 = b_2 = 1$. 即 $b_2 = b_3 = b_4 = 1$.

依次类推可得 $b_k = b_{k+1} = 1 (k = 2, 3, \dots, n-1)$.

所以 $b_k = 1 (k = 1, 2, \dots, n)$.

若 $2 \leq k \leq n-1$, 由 $b_k = b_{k+1} = 1$ 得 $c_k = c_{k+1} = 0$.

于是 $b_{k-1} = b_{k+1} = b_k = 1$. 所以 $c_{k-1} = c_k = 0$.

依次类推可得 $b_1 = b_2 = 1$.

所以 $b_k = 1 (k = 1, 2, \dots, n)$.

综上所述, 数列 B 中的每一项均为 1.8分

(ii) 首先证明不可能存在 $k \in \{2, \dots, n-1\}$ 使得 $b_{k-1} = b_k = b_{k+1} = 0$.

若存在 $k \in \{2, \dots, n-1\}$ 使得 $b_{k-1} = b_k = b_{k+1} = 0$,

则 $c_{k-1} = c_k = c_{k+1} = 1$.

又 $b_{k-1} = b_{k+1}$ 得 $c_k = 0$ 与已知矛盾.

所以不可能存在 $b_{k-1} = b_k = b_{k+1} = 0, k \in \{2, \dots, n-1\}$.

由此及(i)得数列 $\{b_n\}$ 的前三项 b_1, b_2, b_3 的可能情况如下:

(1) $b_1 = b_2 = b_3 = 1$ 时, 由 (i) 可得 $b_k = 1 (k = 1, 2, \dots, n)$.

于是 $c_k = 0$ ($k = 1, 2, \dots, n$).

所以所有项的和 $S = 0$.

(2) $b_1 = 1, b_2 = 0, b_3 = 1$ 时, $c_2 = 0$,

此时 $b_2 + c_2 = 0$ 与已知矛盾.

(3) $b_1 = 1, b_2 = 0, b_3 = 0$ 时, $c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1$.

于是 $b_n = b_2 = 0, b_2 \neq b_4 = 1$.

故 $c_n = 1, c_4 = 0, b_5 = b_3 = 0$

于是 $b_1 \neq b_{n-1} = 0, c_5 = 1, b_6 = 0$,

于是 $b_1 = b_4, b_2 = b_5, b_3 = b_6$, 且 $b_{n-2} = 1, b_{n-1} = 0, b_n = 0$.

依次类推 $b_k = b_{k+3}$ 且 n 恰是 3 的倍数满足题意.

所以所有项的和 $S = n - \frac{n}{3} = \frac{2n}{3}$.

同理可得 $b_1 = 0, b_2 = 1, b_3 = 0$ 及 $b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 = 1$ 时,

当且仅当 n 恰是 3 的倍数时, 满足题意.

此时所有项的和 $S = \frac{2n}{3}$.

综上, 所有项的和 $S = 0$ 或 $S = \frac{2n}{3}$ (n 是 3 的倍数).

.....14分

(若用其他方法解题, 请酌情给分)

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。