南充市高 2022 届第一次诊断性考试

文科数学评分细则

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

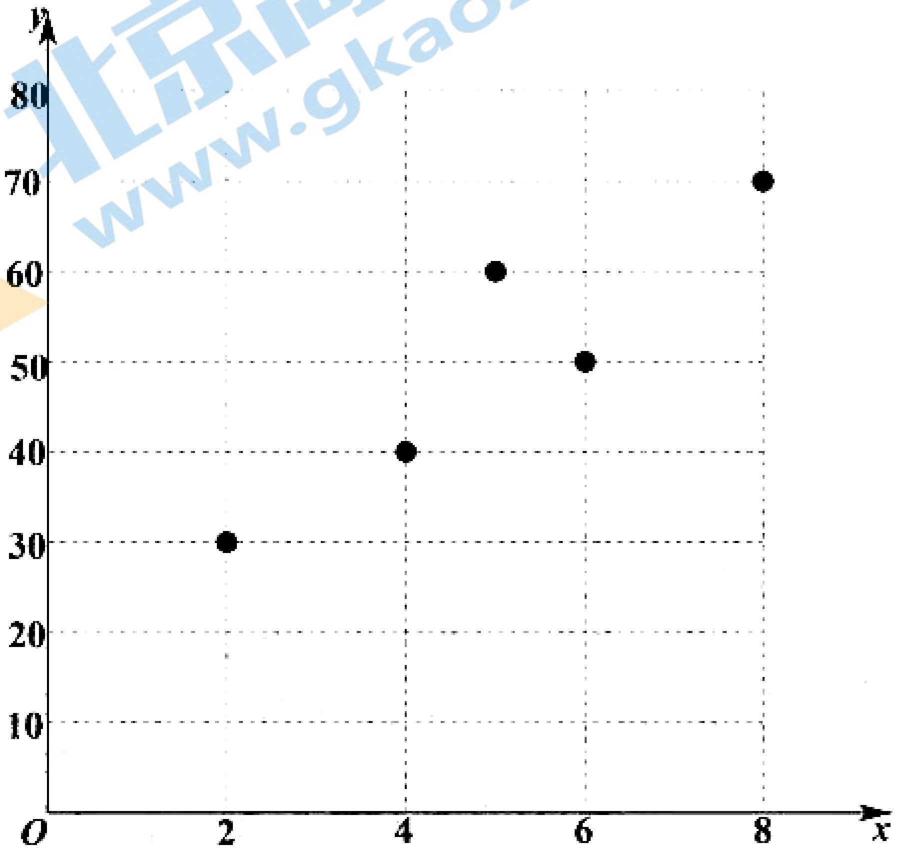
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	C	A	A	C	B	A	C	D	B	C

二. 填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. -2　　14. $(4,-4)$　　15. 2　　16. ①②③

三. 解答题

17. 解：（1）作出散点图如下图所示：



……………………………………………………4 分

（2）$\overline{x}=\dfrac{2+4+5+6+8}{5}=5$，$\overline{y}=\dfrac{30+40+60+50+70}{5}=50$，

已知 $\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=145$，$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=1380$，则 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i-5\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2-5\overline{x}^2}=\dfrac{1380-5\times5\times50}{145-5\times5^2}=6.5$，

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=50-6.5\times5=17.5$，

因此，线性回归方程为 $\hat{y}=6.5x+17.5$……………………………………………………10 分

（3）解：$x=12$ 时，$\hat{y}=12\times6.5+17.5=95.5$，

即外卖份数为12份时，预测收入大约为95.5元……………………………………………12 分

18.（1）因为 $S_{n+1}=S_n+a_n+1$，所以 $S_{n+1}-S_n=a_n+1$，即 $a_{n+1}=a_n+1$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 a_1，公差为 1 的等差数列……………………………………2 分

选①.由 $a_4+a_7=13$，得 $a_1+3d+a_1+6d=13$，即 $2a_1=13-9d$，

所以 $2a_1=13-9\times1=4$，解得 $a_1=2$.

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2+(n-1)\times1=n+1$，

即数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n+1$ ....6 分

选②.由 a_1，a_3，a_7 成等比数列，得 $(a_1+2d)^2=a_1(a_1+6d)$，

则 $a_1^2+4a_1d+4d^2=a_1^2+6a_1d$，所以 $a_1=2$.

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2+(n-1)\times1=n+1$ ....6 分

选③.因为 $S_{10}=10a_1+\dfrac{10\times9}{2}\times d=10a_1+45d$，

所以 $10a_1+45\times1=65$，所以 $a_1=2$.

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2+(n-1)1=n+1$ ....6 分

（2）由题可知 $\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{n+1}{2^n}$，所以 $T_n=\dfrac{2}{2}+\dfrac{3}{2^2}+\dfrac{4}{2^3}+\cdots+\dfrac{n+1}{2^n}$，

所以 $\dfrac{1}{2}T_n=\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{3}{2^3}+\dfrac{4}{2^4}+\cdots+\dfrac{n}{2^n}+\dfrac{n+1}{2^{n+1}}$，

两式相减，得 $\dfrac{1}{2}T_n=1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\dfrac{1}{2^4}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}-\dfrac{n+1}{2^{n+1}}$ ....8 分

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\cdots+\dfrac{1}{2^{n-1}}\right)-\dfrac{n+1}{2^{n+1}}$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1-\dfrac{1}{2^n}}{1-\dfrac{1}{2}}-\dfrac{n+1}{2^{n+1}}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{n+3}{2^{n+1}}$， ....10 分

所以 $T_n=3-\dfrac{n+3}{2^n}$ ....12 分

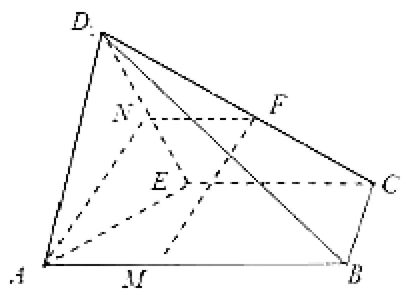
19.证明：（1）取 D_1E 的中点 N，连 AN、NF，则 $NE=\dfrac{1}{2}EC$，$NE//EC$

$\because EC=\dfrac{1}{2}AB=2$，当 $AM=\dfrac{1}{4}AB=1$ 时，$AM=\dfrac{1}{2}EC$，$AM//EC$

则 $NF=AM$ 且 $NF//AM$，则 $AMFN$ 是平行四边形，$AN\parallel MF$.

又 $MF\not\subset$ 平面 D_1AE，$AN\subset$ 平面 D_1AE，则 $MF\parallel$ 平面 D_1AE ....6 分

（2）如图，取 AE 的中点 O，Q，连接 EF，D_1O.



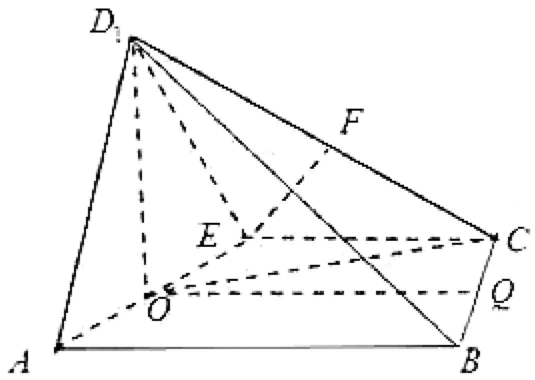
易证 $EF\perp D_1C$，$OQ\perp CB$.

因为 $D_1A=D_1E$ ， $AO=EO$，

所以 $D_1O\perp AE$. 平面$D_1AE\cap$平面$AECB=AE$，

平面$D_1AE\perp$平面$AECB$， $D_1O\subseteq$平面AD_1E，

所以 $D_1O\perp$平面$AECB$ ……………………………………………………8 分



设点 B 到平面 CD_1E 的距离为 d .

在 $Rt\Delta D_1OC$ 中， $|OC|=\sqrt{10}$， $|D_1O|=\sqrt{2}$， 得 $|D_1C|=2\sqrt{3}$.

在 ΔD_1EC 中， $|EC|=|D_1E|=2$， $|D_1C|=2\sqrt{3}$， $|EF|=1$.

由于 $V_{D_1-BCE}=V_{B-CED_1}$， 则 $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}|CB|\cdot|CE|\cdot|D_1O|=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot|CE||EF|\cdot d$.

所以 $d=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ……………………………………………………12 分

20.解：(1)因为 $|B_1B_2|=2$，所以 $2b=2$，即 $b=1$，因为离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，设 $c=m$，

则 $a=\sqrt{2}m, m>0$， 又 $c^2=a^2-b^2$， 即 $m^2=2m^2-b^2$， 解得 $m=1$ 或 -1 （舍去），

所以 $a=\sqrt{2}, b=1, c=1$， 所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ ……………………4 分

(2) 由 $\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1\\ y=x+2\end{cases}$ 得 $x^2+2(x+2)^2-2=0$

$3x^2+8x+6=0$ ……………………………………………………5 分

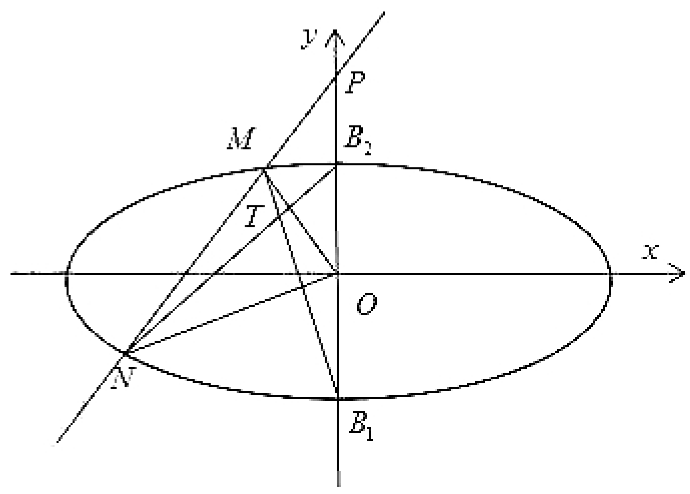
$\Delta=8^2-4\times3\times6<0$

所以直线与椭圆无交点，

故△OMN 的面积不存在……………………………………………………6 分

(3)由题意知，直线 l 的方程为 $y=kx+2$， 设 $M(x_1,y_1), N(x_2,y_2)$，

则 $\begin{cases}y=kx+2\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，



整理得 $(2k^2+1)x^2+8kx+6=0$，

法一：$g(a+\sqrt{a^2+2(1-a)})>\frac{1}{2}\left[a-\sqrt{a^2+2(1-a)}\right]^2-a\left[a-\sqrt{a^2+2(1-a)}\right]-(1-a)=0$.

存在唯一的$x_0\in(a,a+\sqrt{a^2-2a+2})$，使得$g(x_0)=0$.

故函数$g(x)$在区间$(0,+\infty)$内有唯一的一个零点……………………………………12 分

法二：

$g(x)=f(x)-f(0)=\frac{1}{2}x^2-ax+\frac{x-a+1}{e^x}-(1-a)>\frac{1}{2}x^2-ax-(1-a)>\frac{1}{2}x^2-ax-1=\frac{1}{2}x(x-2a)-1$

$g(2a+2)>\frac{1}{2}(2a+2)\times 2-1=2a+1>0$.

存在唯一的$x_0\in(a,2a+2)$，使得$g(x_0)=0$.

故函数$g(x)$在区间$(0,+\infty)$内有唯一的一个零点……………………………………12 分

法三：

$g(x)=f(x)-f(0)=\frac{1}{2}x^2-ax+\frac{x-a+1}{e^x}-(1-a)>\frac{1}{2}x^2-ax+a-1$

$g(2)>\frac{1}{2}\times 2^2-2a+a-1=1-a>0$.

存在唯一的$x_0\in(a,2)$，使得$g(x_0)=0$.

故函数$g(x)$在区间$(0,+\infty)$内有唯一的一个零点……………………………………12 分

说明：若给出解法为：当$a\in(0,1)$时，$g(x)=f(x)-f(0)=f(x)+a-1$，

$g(x)$与$f(x)$的单调性相同，

由（Ⅰ）知，当$a\in(0,1)$时，$g(x)$在$(0,a)$上单调递减，在$(a,+\infty)$上单调递增，

所以$g(a)<g(0)=f(0)-f(0)=0$，

当$x>a$时$x\to+\infty$，$g(x)\to+\infty$.（扣 2 分）.

22. 解析：（Ⅰ）将C_1化为普通方程为$(x-a)^2+y^2=a^2$，其极坐标方程为$\rho=2a\cos\theta$.

由题可得当$\theta=0$时，$|OA|=\rho=1$，$\therefore a=\frac{1}{2}$.

将C_2化为普通方程为$x^2+(y-b)^2=b^2$，其极坐标方程为$\rho=2b\sin\theta$.

由题可得当$\theta=\frac{\pi}{2}$时，$|OB|=\rho=2$，$\therefore b=1$. ……………………………………………………5 分

则$\begin{cases}\Delta=(8k)^2-4\times 6(1+2k^2)>0\\ x_1+x_2=-\dfrac{8k}{2k^2+1}\\ x_1x_2=\dfrac{6}{2k^2+1}\end{cases}$，..8 分

因为直线和椭圆有两个交点，所以$\Delta=(8k)^2-24\left(2k^2+1\right)>0$，则

$k^2>\dfrac{3}{2}$，..9 分

设$T(m,n)$，因为B_1,T,M在同一条直线上，则$\dfrac{n+1}{m}=\dfrac{y_1+1}{x_1}=\dfrac{kx_1+3}{x_1}=k+\dfrac{3}{x_1}$，

因为B_2,T,N在同一条直线上，则$\dfrac{n-1}{m}=\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{kx_2+1}{x_2}=k+\dfrac{1}{x_2}$，

由于$\dfrac{n+1}{m}+3\cdot\dfrac{n-1}{m}=4k+\dfrac{3(x_1+x_2)}{x_1x_2}=4k+\dfrac{3\cdot\left(-\dfrac{8k}{2k^2+1}\right)}{\dfrac{6}{2k^2+1}}=0$，所以$n=\dfrac{1}{2}$，...............10 分

则交点 T 恒在一条直线$y=\dfrac{1}{2}$上，

故交点 T 的纵坐标为定值$\dfrac{1}{2}$..12 分

21.（Ⅰ）$f'(x)=(x-a)-\dfrac{(x-a)}{e^x}=(x-a)\dfrac{e^x-1}{e^x}$，

令$f'(x)=0$，得$x=a$或$x=0$，...1 分

当$a>0$时，由$f'(x)>0$，得$x>a$或$x<0$，由$f'(x)<0$，得$0<x<a$，

所以$f(x)$在$(-\infty,0)$和$(a,+\infty)$上单调递增，在$(0,a)$上单调递减；

当$a=0$时，由$f'(x)=\dfrac{x(e^x-1)}{e^x}>0$，得$x>0$，由$f'(x)<0$，得$x>0$，所以$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增；

当$a<0$时，由$f'(x)>0$，得$x<a$或$x>0$，由$f'(x)<0$，得$a<x<0$，

所以$f(x)$在$(-\infty,a)$和$(0,+\infty)$上单调递增，在$(a,0)$上单调递减，...............4 分

综上所述：当$a>0$时，$f(x)$在$(-\infty,0)$和$(a,+\infty)$上单调递增，在$(0,a)$上单调递减；

当$a=0$时，$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增；

当$a<0$时，$f(x)$在$(-\infty,a)$和$(0,+\infty)$上单调递增，在$(a,0)$上单调递减..............5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，当$a\in(0,1)$时，$g(x)$在$(0,a)$上单调递减，在$(a,-\infty)$上单调递增，

所以$g(a)<g(0)=f(0)-f(0)=0$，..8 分

（II）由 a，b 的值可得 C_1，C_2 的方程分别为 $\rho=\cos\theta$，$\rho=2\sin\theta$.

$\therefore 2|OA|^2+\sqrt{3}|OA|\cdot|OB|=2\cos^2\theta+2\sqrt{3}\sin\theta\cdot\cos\theta=1+\cos 2\theta+\sqrt{3}\sin 2\theta=2\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{6}\right)+1$

$\because 0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$

$\therefore \frac{\pi}{6}\le 2\theta+\frac{\pi}{6}\le\frac{7\pi}{6}$，$2|OA|^2+\sqrt{3}|OA|\cdot|OB|$ 最大值为 3……………………………………………9 分

当 $2\theta+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$ 时，即 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 取到……………………………………………………………………………10 分

23. 解：（1）$f(x)=\begin{cases}-3x, & x\le -1\\ -x+2, & -1<x\le\frac{1}{2}\\ 3x, & x>\frac{1}{2}\end{cases}$

当 $x\le -1$ 时，$f(x)\ge f(-1)=3$，

当 $-1<x\le\frac{1}{2}$，$3>f(x)\ge f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$，

当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f(x)>f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$，

所以 $m=[f(x)]_{\min}=f(\frac{1}{2})=\frac{3}{2}$ ……………………………………………………………5 分

（2）由 $abc=\frac{2}{3}m=1$ 可得，$ab+bc+ca=\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$，

因为 $a>0$，$b>0$，$c>0$，所以要证明不等式 $(ab+bc+ca)(a+b+c)\ge 9$，

只需证明 $\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(a+b+c)\ge 9$，

因为 $\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(a+b+c)\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}}\,3\sqrt[3]{abc}=9$，……………………………………9 分

当且仅当 $a=b=c=1$ 时，等号成立.

故原不等式成立.……………………………………………………………………………10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。