

清华附中高 20 级 10 月阶段性适应练习

一、选择题：(共 10 道小题，每小题 4 分，共 40 分)

01. 命题 $p: \forall x \in N, x^3 \geq 1$, 则 $\neg p$ 为

【 】

A. $\forall x \in N, x^3 < 1$

B. $\forall x \notin N, x^3 \geq 1$;

C. $\exists x \notin N, x^3 \geq 1$

D. $\exists x \in N, x^3 < 1$

02. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则 $B \cap C_U A =$

【 】

A. $\{2, 4\}$

B. $\{1, 3\}$

C. $\{4, 5\}$

D. $\{2\}$

03. 若正实数 x, y 满足 $2x + y = 1$, 则 xy 的最大值为

【 】

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{16}$

04. 已知 $x \in R$, 则“ $x = 1$ ”是“ $x^2 = 1$ ”的

【 】

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分又不必要条件

05. 若 $b < 0 < a, d < c < 0$, 则

【 】

A. $ac > bd$

B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

C. $a + c > b + d$

D. $a - c > b - d$

06. 若 $a, b \in R$, 且 $ab > 0$, 则下列不等式恒成立的是

【 】

A. $a^2 + b^2 > 2ab$

B. $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{\sqrt{ab}}$

D. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

07.若关于 x 的不等式 $ax+b < 0$ 的解集为 $(2, +\infty)$, 则 $bx+a < 0$ 的解集为

【 】

A. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

C. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

D. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

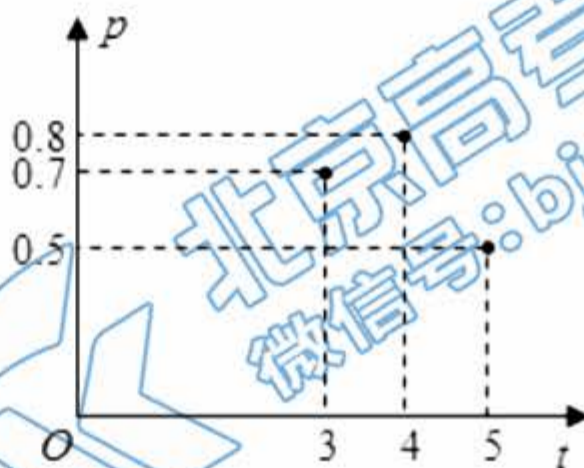
08.加工爆米花时,爆开且不糊的粒数的百分比称为“可食用率”.在特定条件下,可食用率 p 与加工时间 t (单位:分钟)满足函数关系 $p = at^2 + bt + c$ (a, b, c 是常数),如图记录了三次实验的数据.根据上述函数模型和实验数据,可以得到最佳加工时间为

A.3.50 分钟

B.3.75 分钟

C.4.00 分钟

D.4.25 分钟



【 】

09.若关于 x 的不等式 $kx^2 - kx < 1$ 的解集为 R , 则实数的取值范围是

【 】

A. $(-4, 0)$

B. $(-4, 0]$

C. $[-4, 0]$

D. $(-\infty, -4] \cup [0, +\infty)$

10.已知非空集合 A, B 满足以下两个条件:

① $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A \cap B = \emptyset$.

② 若 $x \in A$, 则 $x+1 \in B$.

则有序集合对 (A, B) 的个数为

【 】

A.12

B.13

C.14

D.15

二、填空题 (共 5 道小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11.集合 $\{1, 0\}$ 的子集的个数为_____.

12.已知集合 $A = \{x \mid y = \sqrt{m-x}\}$, $B = (2-m, +\infty)$. 若 $A \cup B = R$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 则 $m =$ _____.

13.若 $\{x \in N^* \mid x^2 + mx < 0\}$ 恰有三个元素, 则实数 m 的取值范围为_____.

14. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x + a \geq 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + a + 1 < 0\}$. 若 $A \cup B = \mathbb{R}$, 则实数 a 的取值范围为

15. 已知 $a > 0, b > 0, a + b > 2$, 有下列 4 个结论:

① $ab > 1$;

② $a^2 + b^2 > 2$;

③ $\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{b}$ 中至少有一个数小于 1;

④ $\frac{1+a}{b}$ 和 $\frac{1+b}{a}$ 中至少有一个小于 2;

其中, 全部正确结论的序号为 _____.

三、解答题 (共 6 道小题, 第 16-20 题每题 14 分, 第 21 题每题 15 分)

16. 求下列关于 x 的不等式的解集:

(1) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$;

(2) $-x^2 + x - 1 < 0$;

(3) $x^2 \leq a$.

17. 已知集合 $A = \{x | x^2 - (a+1)x - a > 0\}$.

(1) 若 $1 \in A$, 求实数 a 的取值范围.

(2) 若集合 $B = \{2, 3\}$, 且 $A \cap B$ 中恰好只有 1 个元素, 求实数 a 的取值范围.

18. 已知 $x+y=1, x, y \in \mathbb{R}^+$.

(1) 求 $x^2 + y^2 + xy$ 的最小值;

(2) 求 $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 的最大值;

(3) 求 $x(1-3y)$ 的最小值.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = x^2 + mx + n$ 的图像经过点 $(1, 0)$, 且对于任意的 $x \in \mathbb{R}$, 总有 $y \geq 0$.

(1) 求 m, n 的值;

(2) 若直线 $y = kx + 2$ 与函数 $y = x^2 + mx + n$ 的图像交于不同的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 且

$x_1^3 + x_2^3 = 14$, 求实数 k 的值.

20. 已知集合 A, B 为非空数集, 定义 $A - B = \{x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$.

(1) 已知集合 $A = (-1, 1), B = (0, 2)$, 求 $A - B, B - A$; (直接写出结果即可)

(2) 已知集合 $P = \{x \mid x^2 - ax - 2a^2 \geq 0\}, Q = [1, 2]$, 若 $Q - P = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

21. 已知 $x, y \in (-1, 1)$, 定义 $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$.

(1) 求 $0 * \frac{1}{3}$ 及 $\frac{1}{2} * \frac{1}{3}$ 的值;

(2) 求证: $\forall x, y \in (-1, 1), x * y \in (-1, 1)$;

(3) 若 $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\} = \left\{-\frac{5}{7}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$, 求 $x_1 * x_2 * x_3 * x_4 * x_5 * x_6$ 的所有可能值构成的

集合.