2023 北京大兴初三（上）期末

数　　学

考生须知：

1．本试卷共 7 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

2．在答题纸上准确填写学校名称、准考证号，并将条形码贴在指定区域。

3．题目答案一律填涂或书写在答题卡上，在练习卷上作答无效。

4．在答题纸上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。

5．练习结束，请将答题纸交回。

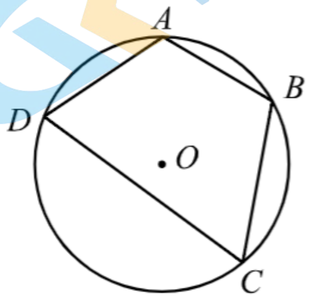
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列事件是随机事件的是（　　）

A. 射击运动员射击一次，命中靶心　　B. 在标准大气压下，通常加热到100℃时，水沸腾

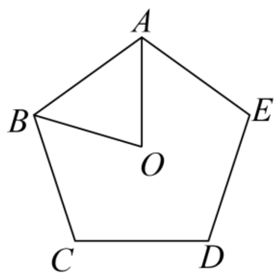
C. 任意画一个三角形，其内角和等于180°　　D. 在空旷的操场，向空中抛一枚硬币，硬币不会从空中落下

2. 如图，四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，若 $\angle B=110°$，则 $\angle D$ 的度数为（　　）



A. 60°　　B. 70°　　C. 110°　　D. 120°

3. 如图，点 O 为正五边形 $ABCDE$ 的中心，连接 OA，OB，则 $\angle AOB$ 的度数为（　　）



A. 48°　　B. 54°　　C. 60°　　D. 72°

4. 将二次函数 $y=x^2-6x+2$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 形式为（　　）

A. $y=(x-3)^2+2$　　B. $y=(x-3)^2-7$　　C. $y=(x+3)^2-7$　　D. $y=(x-6)^2+2$

5. 把一副普通扑克牌中的 5 张洗匀后，正面向下放在桌子上，其中有 1 张“黑桃”，2 张“梅花”和 2 张“红桃”，从中随机抽取一张，恰好是“梅花”的概率是（　　）

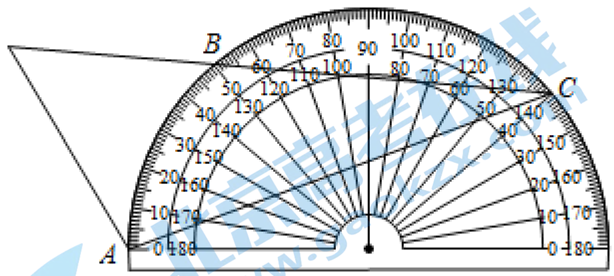
A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

6. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基础框架《九章算术》中记载："今有户高多于广六尺八寸，两隅相去适一丈，问户高、广各几何．"大意是说："已知长方形门的高比宽多6尺8寸，门的对角线长1丈，那么门的高和宽各是多少？"（1丈＝10尺，1尺＝10寸），若设门宽为x尺，则根据题意，列方程为（　　）

A. $6.8^2+x^2=(x+6.8)^2$　　B. $(x-6.8)^2+x^2=10^2$

C. $(x+6.8)^2+x^2=10^2$　　D. $(x+6.8)^2+10^2=x^2$

7. 将量角器按如图所示的方式放置在三角形纸板上，使点C在半圆上点A，B的读数分别为$0°$，$50°$．则$\angle ACB$的度数是（　　）



A. $25°$　　B. $30°$　　C. $40°$　　D. $50°$

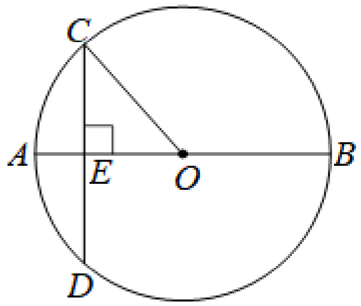
8. 下列关于二次函数$y=2(x-4)^2+k$有如下说法：①图象　开口向上；②图象最低点到x轴的距离为k；③图象的对称轴为直线$x=4$；④当$x<0$时，y随x的增大而增大．其中所有正确结论的序号是（　　）

A. ①②　　B. ①③　　C. ②④　　D. ③④

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

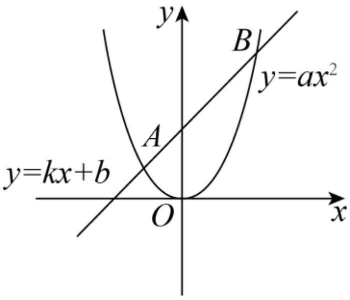
9. 已知一个二次函数图象开口向上，对称轴为直线$x=1$，请写出一个满足条件的二次函数的解析式_______．

10. 如图，AB为$\odot O$的直径，弦$CD\perp AB$于点E，连接OC，若$OC=3$，$AE=1$，则弦CD的长度为__________．



11. 已知$P(x_1,1)$，$Q(x_2,1)$两点都在抛物线$y=x^2-2x+1$上，那么$x_1+x_2=$__________．

12. 如图，一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$与二次函数$y=ax^2(a\neq 0)$的图象分别交于点$A(-1,1)$，$B(2,4)$．则关于x的方程$ax^2=kx+b$的解为__________．

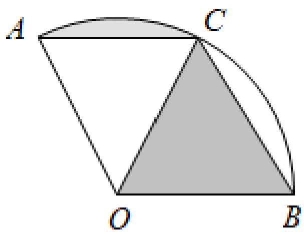


13. 水稻育秧前都要提前做好发芽试验，特别是高水分种子，确保发芽率达到85%以上，保证成苗率，现有A，B两种新水稻种子，为了解它们的发芽情况，在推广前做了五次发芽实验，每次随机各自取相同的种子数，在相同的培育环境中分别实验，实验情况记录如下：

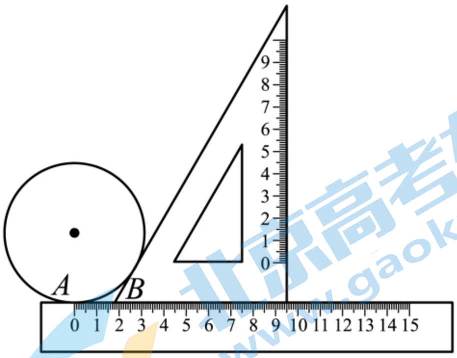
种子数量		100	500	1000	2000	3000
A	发芽率	0.97	0.96	0.98	0.97	0.97
B	发芽率	0.98	0.96	0.94	0.96	0.95

下面有两个推断：①当实验种子数量为500时，两种种子的发芽率均为0.96，所以A，B两种新水稻种子发芽的概率一样；②随着实验种子数量的增加，A种子发芽率在0.97附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计A种子发芽的概率是0.97．其中合理的是___________．

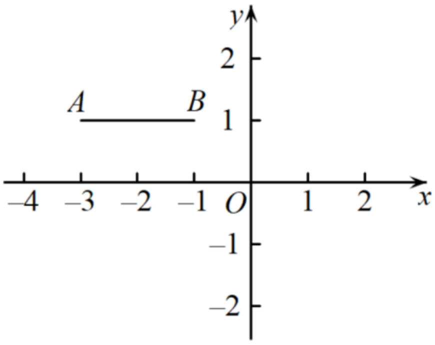
14. 如图，圆心角为120°的扇形AOB的半径为1，点C为$\overset{\frown}{AB}$的中点，则图中的阴影部分面积是___________．



15. 如图所示，将一把刻度尺，含60°角 直角三角板和圆形卡片如图摆放，使三角板的一条直角边与刻度尺重合，圆形卡片与刻度尺和三角板分别都有唯一的公共点，测得圆形卡片与刻度尺的公共点A到三角板顶点B的距离$AB=2\text{cm}$，则圆形卡片的半径为___________cm．



16. 如图，在平面直角坐标系xOy中，点$A(-3,1)$，$B(-1,1)$，若抛物线$y=ax^2\ (a>0)$与线段AB有公共点，则a的取值范围是___________．



三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程：$x^2-6x+8=0$

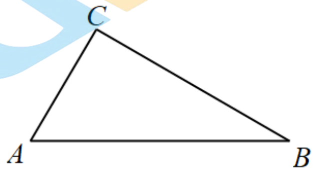
18. 已知 m 是方程 $x^2+3x-5=0$ 的一个根，求代数式 $(m+1)^2+m(m+4)$ 的值.

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+m-1=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 m 的取值范围；

（2）若 m 为正整数，求方程的根.

20. 已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$.



求作：射线 CP，使得 CP 平分 $\angle ACB$.

作法：

①作 AB 的垂直平分线 EF 交 AB 于点 O；

②以 O 为圆心，OA 为半径画圆，$\odot O$ 与直线 EF 的一个交点为 P（点 P 与点 C 在 AB 的异侧）；

③作射线 CP.

所以射线 CP 即为所求.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 OC.

$\because$ 直线 EF 为 AB 的垂直平分线，

$\therefore OA=OB$.

$\because \angle ACB=90°$，

$\therefore OA=OB=OC=\dfrac{1}{2}AB$.

$\therefore$ 点 A，B，C 都在 $\odot O$ 上.

又 $\because$ 点 P 在 $\odot O$ 上，$PO\perp AB$ 于点 O，

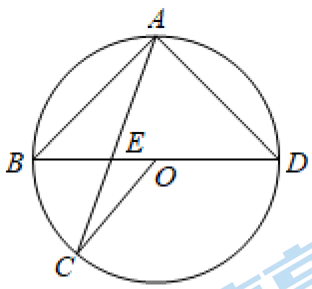
$\therefore \angle AOP = \angle BOP = 90°$，

$\therefore AP =$__________，

$\therefore \angle ACP = \angle BCP$（______________________）（填推理　依据）.

$\therefore$射线CP平分$\angle ACB$.

21. 如图，BD是$\odot O$的直径，点A，C在$\odot O$上，$AB = AD$，AC交BD于点E．若$\angle COD = 130°$，求$\angle AEB$的度数.



22. 已知二次函数图象的顶点坐标是$(1,4)$，与y轴交于点$(0,3)$.

（1）求二次函数的解析式；

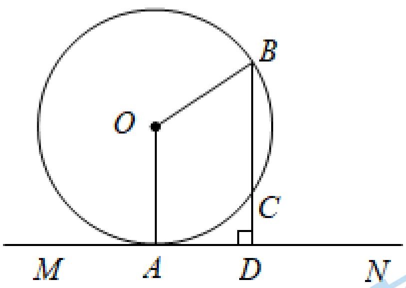
（2）在平面直角坐标系xOy中，画出二次函数的图象.

23. 不透明的袋子中装有四个小球，除标有的汉字不同外无其他差别，小球上分别标有汉字“大”、“兴”、“创”、“城”，每次摸球前先摇匀.

（1）随机摸出一个小球，摸到“创”字的概率为__________；

（2）随机摸出一个小球后，放回并摇匀，再随机摸出一个，请用列举法求两次摸到的球上的汉字，一个是“大”，一个是“兴”的概率.

24. 如图，点A，B在$\odot O$上，且$\angle AOB = 120°$，点C为$\overset{\frown}{AB}$的中点，过点A作$MN \perp BC$交BC的延长线于点D.

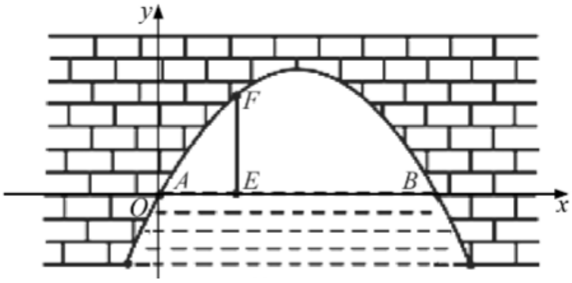


（1）求证：直线MN是$\odot O$的切线；

（2）若$\odot O$的半径为4，求CD的长.

25. 抛物线形拱桥具有取材方便，造型美观的特点，被广泛应用到桥梁建筑中，如图是某公园抛物线形拱桥的截面图．以水面AB所在直线为x轴，A为坐标原点，建立如图所示的平面直角坐标系．点E到点A的距离$AE = x$（单位：m），点E到桥拱顶面的竖直距离$EF = y$（单位：m）．x，y近似满足函数关系

$y=ax^2+bx(a<0)$．通过取点，测量，得到 x 与 y 的几组对应值，如下表：



x(m)	0	1	2	3	4
y(m)	0	1.25	2	2.25	2

（1）桥拱顶面离水面 AB 的最大高度为__________m；

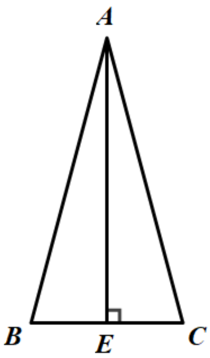
（2）根据上述数据，求出满足的函数关系 $y=ax^2+bx$ 和水面宽度 AB 的长．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2,1)$，$B(0,-3)$ 都在抛物线 $y=ax^2+c(a\neq 0)$ 上．

（1）求抛物线的解析式；

（2）平移抛物线 $y=ax^2+c(a\neq 0)$，使得平移后抛物线的顶点为 $P(m,\ n)(m>0)$，已知点 $C(x_1,\ y_1)$ 在原抛物线上，点 $D(x_2,\ y_2)$ 在平移后的抛物线上，且 C，D 两点都位于直线 $x=m$ 的右侧．当 $S_{\triangle OPB}=3$ 时，若对于 $x_1=x_2$，都有 $y_1>y_2$，求 n 的取值范围．

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=30^\circ$，$AE\perp BC$ 于点 E，将线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 90°，得到线段 AD，连接 BD 交 AE 于点 F．

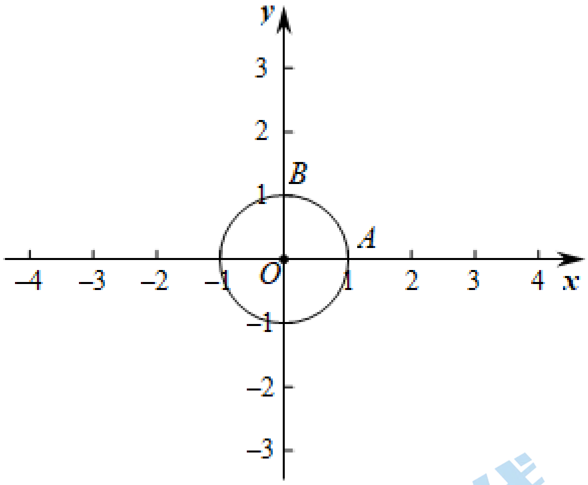


（1）依题意补全图形；

（2）求 $\angle AFD$ 的度数；

（3）求证：$DF=\sqrt{2}AE$．

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 半径为 1．给出如下定义：P 为 $\odot O$ 上一点，过点 P 作直线 $y=-x+b$，交 x 轴于点 Q，称点 Q 为点 P 的“关联点”．



（1）如图，$A(1,0)$，$B(0,1)$，若点 P 在 AB 上，且 AP 的长为 $\frac{1}{4}\pi$，则 $\angle AOP=$________°，点 P 的“关联点”点 Q 的坐标是________；

（2）求点 P 的“关联点”点 Q 的横坐标的最小值；

（3）若线段 PQ 的长为 $\frac{3\sqrt{2}}{5}$，直接写出这时点 P 的“关联点”点 Q 的横坐标的最大值和最小值.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 【答案】A

【解析】

【分析】在一定条件下，必然会发生的事件叫做必然事件；在一定条件下，必然不会发生的事件叫做不可能事件；在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件称为随机事件．根据随机事件、必然事件和不可能事件的概念逐项分析判断即可.

【详解】A. 射击运动员射击一次，命中靶心，是随机事件，符合题意；

B. 在标准大气压下，通常加热到100℃时，水沸腾，是必然事件，不符合题意；

C. 任意画一个三角形，其内角和等于180°，必然事件，不符合题意；

D. 在空旷的操场，向空中抛一枚硬币，硬币不会从空中落下，是不可能事件，不符合题意.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了随机事件、必然事件和不可能事件的判断，理解并掌握相关概念是解题关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据圆内接四边形的对角互补，即可得出 $\angle D=180^\circ-\angle B=70^\circ$.

【详解】∵四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

$\therefore \angle D+\angle B=180^\circ$，

$\because \angle B=110^\circ$，

$\therefore \angle D=180^\circ-\angle B=70^\circ$.

故选：B.

【点睛】本题考查的是圆内接四边形的性质，熟知圆内接四边形对角互补的性质是解答此题的关键.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】根据正五边形的性质得出 $\angle AOB=\frac{1}{5}\times 360^\circ$ 即可求解.

【详解】解：∵点 O 为正五边形 $ABCDE$ 的中心，

$\therefore \angle AOB=\frac{1}{5}\times 360^\circ=72^\circ$，

故选：D

【点睛】本题考查正多边形的中心和中心角的定义，正多边形的外接圆的圆心叫做正多边形的中心；正多边形每条边所对的圆心角叫做正多边形的中心角；熟练掌握定义是解题关键.

4.【答案】B

【解析】

【分析】利用配方法将二次函数的一般式化成顶点式即可.

【详解】解：$y=x^2-6x+2$

$=x^2-6x+9-9+2$

$=\left(x-3\right)^2-7$，

故选 B．

【点睛】本题考查了二次函数的顶点式，熟练掌握配方法是解题的关键．

5．【答案】C

【解析】

【分析】根据概率公式进行计算即可求解．

【详解】解：∵5 张普通扑克牌中有 1 张“黑桃”，2 张“梅花”和 2 张“红桃”，

∴从中随机抽取一张，恰好是“梅花”的概率是 $\frac{2}{5}$，

故选：C．

【点睛】本题考查了估计概率公式求概率，掌握概率公式是解题的关键．

6．【答案】C

【解析】

【分析】设门宽为 x 尺，则根据勾股定理建立方程即可求解．

【详解】解：设门宽为 x 尺，则高为 $\left(x+6.8\right)$ 尺，根据题意得，

$(x+6.8)^2+x^2=10^2$，

故选：C．

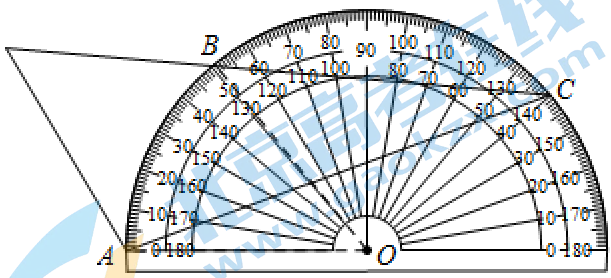
【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，勾股定理，根据题意列出方程是解题的关键．

7．【答案】A

【解析】

【分析】设半圆圆心为 O，连 OA，OB，则 $\angle AOB=50°$，根据圆周角定理得 $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$，即可得到 $\angle ACB$ 的大小．

【详解】解：如图，设半圆圆心为 O，连 OA，OB，



∵ $\angle AOB=50°$，

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=25^\circ$，

故选：A．

【点睛】本题主要考查了圆周角定理．在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

8. 【答案】B

【解析】

【分析】根据顶点式，得出 $a=2>0$，顶点坐标为 $(4,\ k)$，对称轴为直线 $x=4$，在对称轴左侧，y 随 x 增大而减小，逐项分析判断即可求解．

【详解】解：$\because y=2(x-4)^2+k$，$a=2>0$，顶点坐标为 $(4,\ k)$，对称轴为直线 $x=4$，在对称轴左侧，y 随 x 的增大而减小，

∴①图象的开口向上；故①正确；

②图象最低点到 x 轴的距离为 $|k|$，故②不正确；

③图象的对称轴为直线 $x=4$，故③正确，

④当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小，故④不正确．

故选：B．

【点睛】本题考查了二次函数图象的性质，掌握 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质是解题的关键．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 【答案】$y=x^2-2x$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据题意，写出 $a>0$，且 $-\frac{b}{2a}=1$ 的一个二次函数解析式即可求解．

【详解】解：依题意，一个二次函数图象开口向上，对称轴为直线 $x=1$ 的二次函数解析式为 $y=x^2-2x$，

故答案为：$y=x^2-2x$（答案不唯一）

【点睛】本题主要考查二次函数图象与系数的关系，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．

10. 【答案】$2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】先根据 AB 为圆 O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 可知 $CD=2CE$，再根据 $OC=3$，$AE=1$ 可求出 OE 的长，利用勾股定理可求出 CE 的长，进而可求出答案．

【详解】解：$\because AB$ 为圆 O 的直径，弦 $CD\perp AB$，

$\therefore CD=2CE$，

$\because OC=3$，$AE=1$，

$\therefore OA=3$，

$\therefore OE=OA-AE=3-1=2$，

$\therefore CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.

$\therefore CD=2CE=2\sqrt{5}$，

故答案为：$2\sqrt{5}$.

【点睛】本题主要考查了垂径定理，勾股定理，掌握垂径定理是解题的关键.

11. 【答案】2

【解析】

【分析】根据题意可得点 P 和点 Q 关于抛物线的对称轴对称，求出函数的对称轴即可进行解答.

【详解】解：根据题意可得：抛物线的对称轴为直线：$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2}=1$，

$\because P(x_1,1)$，$Q(x_2,1)$，

$\therefore \frac{x_1+x_2}{2}=1$，

$\therefore x_1+x_2=2$.

故答案为：2.

【点睛】此题考查了二次函数的性质，解题的关键是根据题意，找到 P、Q 两点关于对称轴对称求解.

12. 【答案】$x_1=-1, x_2=2$

【解析】

【分析】方程的解就是两个函数交点的横坐标，据此即可求解.

【详解】解：$\because$方程 $ax^2=kx+b$ 的解就是二次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 与一次函数 $y=ax^2(a\neq 0)$ 两个函数交点的横坐标，

$\because$二次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 与一次函数 $y=ax^2(a\neq 0)$ 的图象相交于点 $A(-1,1)$，$B(2,4)$.

$\therefore ax^2=kx+b$ 的解为 $x_1=-1, x_2=2$；

故答案为：$x_1=-1, x_2=2$.

【点睛】本题考查了函数图象与方程的关系，理解函数解析式就是方程，函数图象上点的坐标就是方程的解是本题的关键.

13. 【答案】②

【解析】

【分析】大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摇摆，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计频率，这个固定的近似值就是这个事件的频率，据此解答可得.

【详解】①在大量重复实验时，随着试验次数的增加，可以用一个事件出现的概率估计它的概率，实验种子数量为 500，数量太少，不可用于估计频率，故①推断不合理.

②随着实验种子数量的增加，A 种子发芽率在 0.97 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计 A 种子发芽的概率是 0.97．故②推断合理.

故答案为：②.

【点睛】本题考查了利用频率估计概率，理解随机事件发生的频率与概率之间的关系是解题的关键.

14. 【答案】$\frac{\pi}{6}$

【解析】

【分析】根据已知条件可得可得$\triangle AOC\cong\triangle COB$，$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle COB}$，则$S_{阴影}=S_{扇形AOC}=S_{扇形BOC}$，再利用扇形面积公式即可求得答案.

【详解】解：由题意可知

$\angle AOC=\angle BOC=60^\circ$，$OA=OC=OB$

$\therefore\triangle AOC\cong\triangle COB$

则$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle COB}$

$\therefore S_{阴影}=S_{扇形AOC}=S_{扇形BOC}=\frac{1}{6}S_{圆}=\frac{1}{6}\cdot\pi\cdot 1^2=\frac{\pi}{6}$

故答案为：$\frac{\pi}{6}$

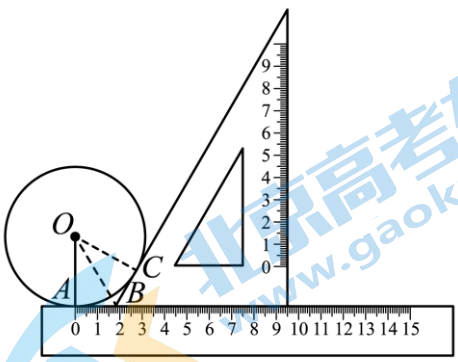
【点睛】此题考查了扇形的面积公式，同时涉及全等三角形的判定和性质，掌握扇形面积公式是解题关键.

15. 【答案】$2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】设圆形卡片的圆心为O，过点O作OC垂直直角三角板的斜边，垂足为C，根据切线长定理得出$\angle ABO=60^\circ$，继而根据含 30 度角的直角三角形的性质，勾股定理即可求解.

【详解】解：如图，设圆形卡片的圆心为O，过点O作OC垂直直角三角板的斜边，垂足为C，



依题意，$\odot O$与AB、BC相切，

$\therefore BC=AB=2$，$\angle ABC=120^\circ$

$\because BA, BC$ 与 $\odot O$ 相切，

$\therefore \angle ABO = \angle CBO = \frac{1}{2}\angle ABC = 60^\circ$，

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中，$AO = \sqrt{3}AB = 2\sqrt{3}$，

即圆形卡片的半径为 $2\sqrt{3}$ cm．

故答案为：$2\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查了切线长定理的应用，含 30 度角的直角三角形的性质，勾股定理，掌握切线长定理是解题的关键．

16. 【答案】$\frac{1}{9} \le a \le 1$##$1 \ge a \ge \frac{1}{9}$

【解析】

【分析】分别把 A、B 点的坐标代入 $y = ax^2$ 得 a 的值，根据二次函数的性质得到 a 的取值范围．

【详解】解：把 $A(-3,1)$ 代入 $y = ax^2$ 得 $a = \frac{1}{9}$；

把 $B(-1,1)$ 代入 $y = ax^2$ 得 $a = 1$，

$\therefore a$ 的取值范围为 $\frac{1}{9} \le a \le 1$．

故答案为：$\frac{1}{9} \le a \le 1$．

【点睛】本题考查二次函数的图象与性质，解题的关键是熟练掌握二次函数的性质．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 【答案】$x_1=4$，$x_2=2$

【解析】

【分析】原方程运用因式分解法求解即可

【详解】解：$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-4)(x-2)=0$

$x-4=0$ 或 $x-2=0$

$\therefore x_1=4$，$x_2=2$

【点睛】本题主要考查了解一元二次方程，灵活选用方法是解答本题的关键

18. 【答案】11

【解析】

【分析】由题意易得 $m^2 + 3m = 5$，然后把代数式进行化简，最后整体代入求解即可．

【详解】解：$\because m$ 是方程 $x^2 + 3x - 5 = 0$ 的一个根，

$\therefore m^2 + 3m - 5 = 0$，

$\therefore m^2+3m=5$，

$\therefore (m+1)^2+m(m+4)$

$=m^2+2m+1+m^2+4m$

$=2m^2+6m+1$

$=2(m^2+3m)+1$

$=2\times5+1$

$=11$.

【点睛】本题主要考查一元二次方程的解、乘法公式及代数式的值，熟练掌握一元二次方程的解、乘法公式及代数式的值是解题的关键.

19. 【答案】（1） $m<\dfrac{5}{4}$

（2） $x_1=1$，$x_2=0$

【解析】

【分析】（1）根据判别式即可求出答案.

（2）根据 m 的范围可知 $m=1$，代入原方程后根据一元二次方程的解法即可求出答案.

【小问 1 详解】

∵方程 $x^2-x+m-1=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta=(-1)^2-4(m-1)=5-4m>0$，

$\therefore m<\dfrac{5}{4}$.

【小问 2 详解】

∵m 为正整数，且 $m<\dfrac{5}{4}$，

$\therefore m=1$.

当 $m=1$ 时，方程为 $x^2-x=0$，

$\therefore x(x-1)=0$

$\therefore x_1=1$，$x_2=0$.

【点睛】本题考查一元二次方程的根的判别式及解一元二次方程，解题的关键是熟练运用一元二次方程的解法.

20. 【答案】（1）图见解析

（2） BP；等弧所对的圆周角相等

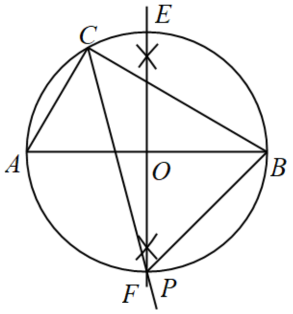
【解析】

【分析】（1）根据要求作出图形即可；

（2）利用圆周角定理证明即可.

【小问 1 详解】

如图，射线 CP 即为所求.



【小问 2 详解】

证明：连接 OC .

$\because$ 直线 EF 为 AB 的垂直平分线，

$\therefore OA=OB$.

$\because \angle ACB=90^{\circ}$ ，

$\therefore OA=OB=OC=\frac{1}{2}AB$.

$\therefore$ 点 A，B，C 都在 $\odot O$ 上.

又 $\because$ 点 P 在 $\odot O$ 上，$PO\perp AB$ 于点 O，

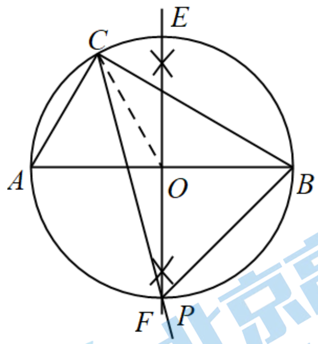
$\therefore \angle AOP=\angle BOP=90^{\circ}$ ，

$\therefore AP=BP$ ，

$\therefore \angle ACP=\angle BCP$ （等弧所对的圆周角相等），

$\therefore$ 射线 CP 平分 $\angle ACB$ ，

故答案为：BP ；等弧所对的圆周角相等.



【点睛】本题考查了作图—垂直平分线，圆周角定理，灵活运用所学知识证明是解决本题的关键.

21. 【答案】$\angle AEB$ 的度数为 110°

【解析】

【分析】根据圆周角定理得到 $\angle BAD = 90^\circ$，$\angle DAC = \frac{1}{2}\angle COD = 65^\circ$，再由 $AB = AD$ 得到 $\angle B = \angle D = 45^\circ$，然后根据三角形外角性质计算 $\angle AEB$ 的度数.

【详解】解：$\because$ BD 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$，

$\because AB = AD$，

$\therefore \angle B = \angle D = 45^\circ$，

$\because \angle DAC = \frac{1}{2}\angle COD = 65^\circ$，

$\therefore \angle AEB = \angle DAC + \angle D = 65^\circ + 45^\circ = 110^\circ$.

故答案为：110°.

【点睛】本题考查了圆周角定理，解决本题的关键是掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角，90° 的圆周角所对的弦是直径.

22. 【答案】（1） $y = -x^2 + 2x + 3$

（2）见解析

【解析】

【分析】（1）设该二次函数的解析式为 $y = a(x-1)^2 + 4$（$a \neq 0$），根据图像经过点 $(0,3)$ 得 $a = -1$，继而即可求解；

（2）列表、描点、连线即可得.

【小问 1 详解】

解：设该二次函数的解析式为 $y = a(x-1)^2 + 4$（$a \neq 0$），

$\because$ 图像经过点 $(0,3)$，

$\therefore a(0-1)^2 + 4 = 3$，

即 $a + 4 = 3$，

解得 $a = -1$，

$\therefore$ 该二次函数的解析式为 $y = -(x-1)^2 + 4$，

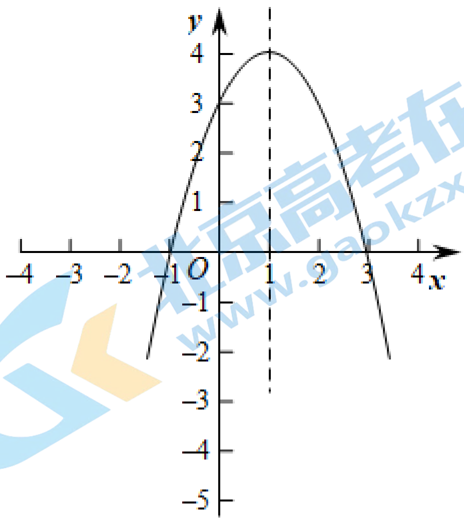
即 $y = -x^2 + 2x + 3$.

【小问 2 详解】

解：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	0	3	4	3	0	…

则该二次函数的图像如图所示.



【点睛】本题考查了二次函数的图像与性质，解题的关键是掌握二次函数的图像与性质.

23. 【答案】（1）$\frac{1}{4}$

（2）一个是“大”，一个是“兴”的概率为$\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】（1）根据题意可直接得到解答；

（2）根据题意列出所有情况即可求解.

【小问 1 详解】

从袋子随机摸出一个小球，摸到“创”字的概率为$\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$；

【小问 2 详解】

从袋子随机摸出一个小球后，放回并摇匀，再随机摸出一个，如下，

“大”和“大”、“大”和“兴”、“大”和“创”、“大”和“城”；

“兴”和“大”、“兴”和“兴”、“兴”和“创”、“兴”和“城”；

"创"和"大"、 "创"和"兴"、 "创"和"创"、 "创"和"城";
"城"和"大"、 "城"和"兴"、 "城"和"创"、 "城"和"城",
由上可得共有16种情况，而一个是"大"，一个是"兴"的情况有2种情况，

$\therefore P=\dfrac{2}{16}=\dfrac{1}{8}$.

【点睛】本题考查了列举法求概率，灵活运用所学知识求解是解决本题的关键.

24. 【答案】(1) 见解析 (2) $CD=2$

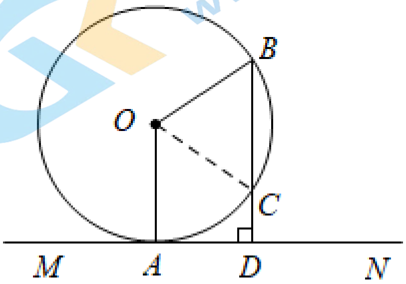
【解析】

【分析】(1) 连接OC，证明$\triangle OBC$是等边三角形，得出$AO\parallel BD$，根据$MN\perp BC$，可得$MN\perp OA$，即可得证;

(2) 过点C作$CE\perp OA$于点E，得出四边形$ADCE$是矩形，进而得出$CD=AE$，根据(1)可得$\angle EOC=60°$，进而根据含30度角的直角三角形的性质求得OE，即可求解.

【小问1详解】

证明：如图，连接OC，



$\because \angle AOB=120°$，点C为$\overset{\frown}{AB}$的中点，

$\therefore \angle AOC=\angle BOC=\dfrac{1}{2}\angle AOB=60°$，

$\because OB=OC$

$\therefore \triangle OBC$是等边三角形，

$\therefore \angle OBC=60°$

$\therefore \angle AOB+\angle OBC=180°$

$\therefore AO\parallel BD$，

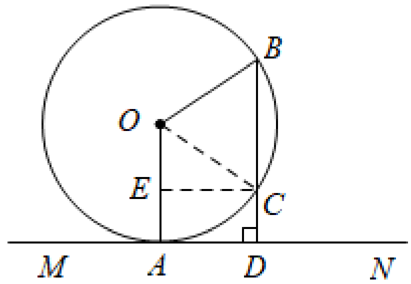
$\because MN\perp BC$

$\therefore MN\perp OA$，

$\therefore MN$是$\odot O$的切线;

【小问2详解】

如图，过点C作$CE\perp OA$于点E，



$\because \angle CEA=\angle EAD=\angle ADC=90°$，

∴四边形 $ADCE$ 是矩形，

$\therefore AE=CD$，

$\because \angle OEC=90°$， $\angle EOC=60°$，

$\therefore \angle OCE=30°$，

$\because OC=OA=4$，

$\therefore OE=\frac{1}{2}OC=2$，

$\therefore AE=CD=OA-OE=4-2=2$，

即 CD 的长为 2.

【点睛】本题考查了切线的判定，矩形的性质与判定，含 30 度角的直角三角形的性质，等边三角形的性质与判定，综合运用以上知识是解题的关键.

25. 【答案】（1） 2.25

（2） $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x;6$ 米

【解析】

【分析】（1）把 $(2,2,)$，$(4,2)$ 分别代入 $y=ax^2+bx$，待定系数法求解析式，然后化为顶点式即可求解；

（2）令 $y=0$，解方程即可求解.

【小问 1 详解】

解：把 $(2,2,)$，$(4,2)$ 分别代入 $y=ax^2+bx$ 得

$$\begin{cases}2=4a+2b\\2=16a+4b\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}a=-\frac{1}{4}\\b=\frac{3}{2}\end{cases}$

即抛物线的解析式为：$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x$

即 $y=-\frac{1}{4}(x-3)^2+\frac{9}{4}$

∴桥拱顶面离水面 AB 的最大高度为2.25 米，

故答案为：2.25

【小问 2 详解】

由（1）得 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x$

令 $y=0$，即 $-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x=0$

解得：$x_1=0, x_2=6$

∴ $AB=6$（米）.

【点睛】本题考查了二次函数的应用，根据题意求得二次函数解析式是解题的关键.

26. 【答案】(1) $y=x^2-3$

(2) $n\le 1$

【解析】

【分析】(1) 将点 $A(-2,1)$，$B(0,-3)$ 代入 $y=ax^2+c(a\ne 0)$ 待定系数法求解析式即可求解；

(2) 根据 $S_{\triangle OPB}=3$，得出 $m=2$，根据图象，当 P 点在 $y=x^2-3$ 时，求得 n 的值，结合函数图象，可知在对称轴右侧都有 $y_1>y_2$，即可求得 n 的范围.

【小问 1 详解】

解：将点 $A(-2,1)$，$B(0,-3)$ 代入 $y=ax^2+c(a\ne 0)$，得，

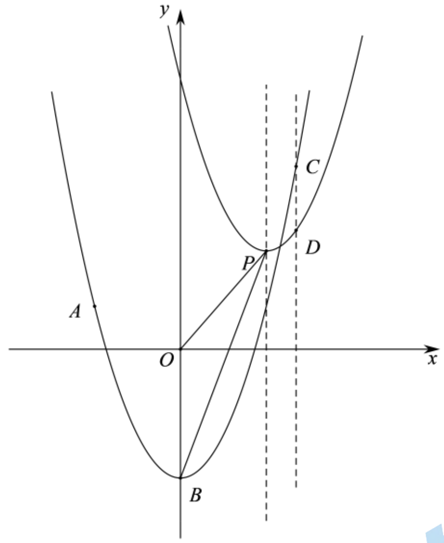
$$\begin{cases}4a+c=1\\c=-3\end{cases},$$

解得：$\begin{cases}a=1\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为 $y=x^2-3$；

【小问 2 详解】

解：如图，



$\because B(0,-3)$，则 $OB=3$，又 $\because S_{\triangle OPB}=3$，

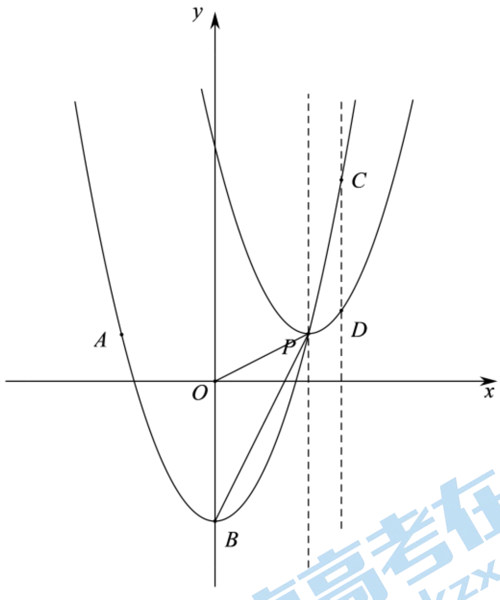
$\therefore \frac{1}{2}OB \cdot m=3$，

$\therefore m=2$，

则 $P(2,\ n)$，

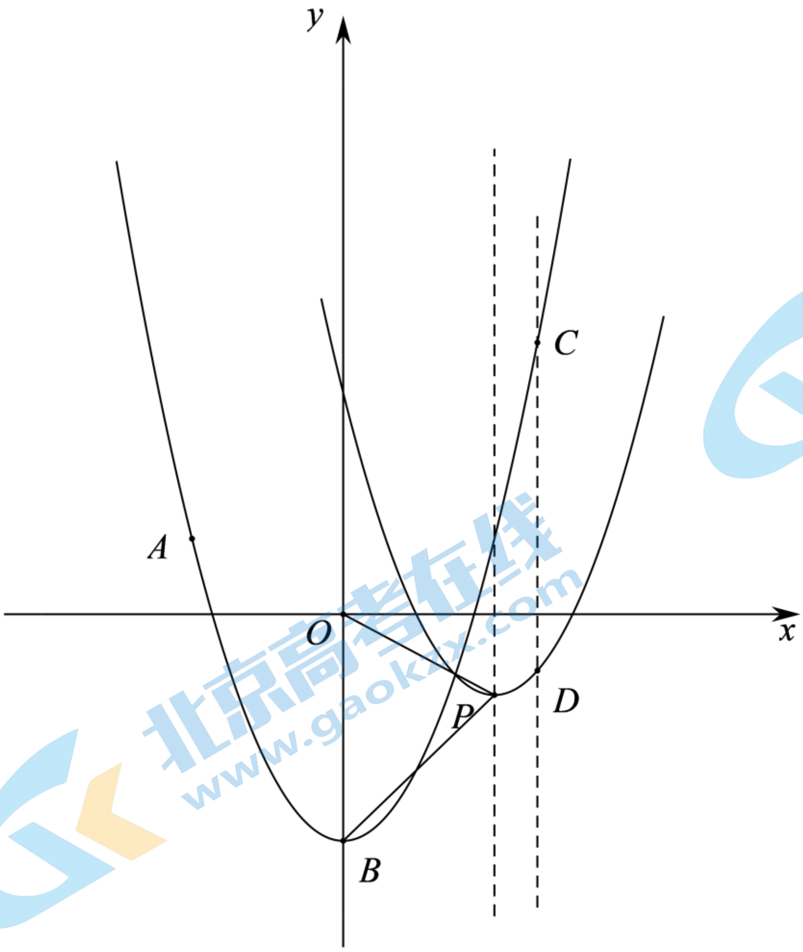
当 P 点在 $y=x^2-3$ 时，$n=4-3=1$，

此时 $P(2,1)$，



根据图象可知，当 $x>2$ 时，对于 $x_1=x_2$，都有 $y_1>y_2$，

如图，当 $n\leq 1$ 时，



$\therefore$当$n \le 1$时，对于$x_1 = x_2$，都有$y_1 > y_2$．

【点睛】本题考查了待定系数法求解析式，二次函数图象的平移，二次函数图象的性质，数形结合是解题的关键．

27. 【答案】（1）见详解　　（2）$45°$

（3）见详解

【解析】

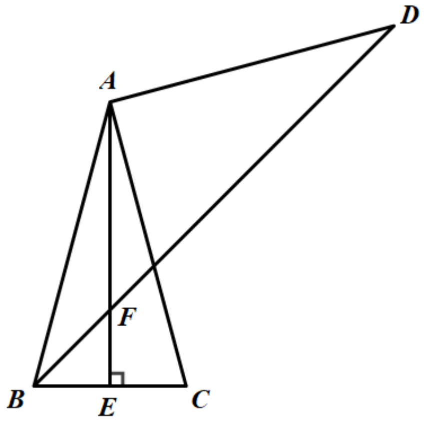
【分析】（1）根据题意补画图形即可；

（2）由旋转的性质，可得$\angle CAD = 90°$，$AC = AD$，结合等腰三角形“等边对等角”的性质以及三角形内角和定理可得$\angle D = \angle ABD = 30°$，再根据等腰三角形“三线合一”的性质可得$\angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC = 15°$，借助“三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和”，由$\angle AFD = \angle ABD + \angle BAE$即可获得答案；

（3）过点D作$DH \perp AE$，交EA延长线于点H，由等腰直角三角形的性质可知$DF = \sqrt{2}DH$，再证明$\triangle DAH \cong \triangle ACE$，由全等三角形的性质可得$DH = AE$，即可证明$DF = \sqrt{2}AE$．

【小问1详解】

解：补画图形如下；



【小问 2 详解】

由旋转的性质，可得 $\angle CAD=90^\circ$， $AC=AD$，

$\because \angle BAC=30^\circ$， $AB=AC$，

$\therefore \angle BAD=\angle BAC+\angle CAD=120^\circ$， $AB=AD$，

$\therefore \angle D=\angle ABD=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAD)=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$，

$\because AB=AC$， $\angle BAC=30^\circ$，

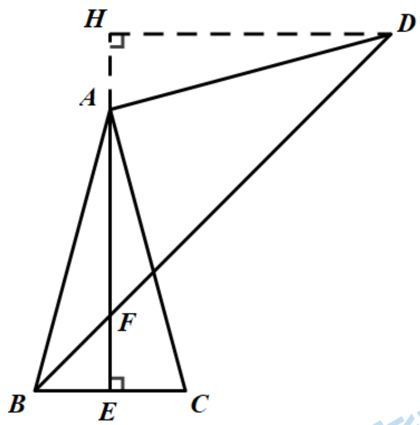
又$\because AE\perp BC$，

$\therefore \angle CAE=\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$，

$\therefore \angle AFD=\angle ABD+\angle BAE=30^\circ+15^\circ=45^\circ$；

【小问 3 详解】

证明：过点 D 作 $DH\perp AE$，交 EA 延长线于点 H，



$\because \angle AFD=45^\circ$，

$\therefore \triangle DHF$ 为等腰直角三角形，$DF=\sqrt{2}DH$，

$\because \angle BAC=30^\circ$， $AB=AC$，

$\therefore \angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAC)=75^\circ$，

$\because \angle CAD=90^\circ$， $\angle CAE=15^\circ$，

$\therefore \angle DAH = 180° - \angle CAE - \angle CAD = 75°$，

$\therefore \angle C = \angle DAH$，

$\because DH \perp AE$， $AE \perp BC$，

$\therefore \angle DHA = \angle AEC = 90°$，

在$\triangle DAH$ 和$\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} \angle DHA = \angle AEC \\ \angle DAH = \angle C \\ AD = AC \end{cases}，$$

$\therefore \triangle DAH \cong \triangle ACE(\text{AAS})$，

$\therefore DH = AE$，

$\therefore DF = \sqrt{2}AE$．

【点睛】本题主要考查了旋转作图和旋转的性质、等腰三角形的判定与性质、三角形内角和定理、三角形外角的性质、全等三角形的判定与性质等知识，综合性强，熟练掌握旋转的性质和等腰三角形的性质并灵活运用是解题关键．

28. 【答案】（1）45；$\left(\sqrt{2},0\right)$

（2）点 Q 横坐标最小值为$-\sqrt{2}$

（3）点 Q 横坐标最大值为$\frac{7}{5}$，最小值为$-\frac{7}{5}$

【解析】

【分析】（1）设$\angle AOP = \alpha$，根据 AP 的长为$\frac{1}{4}\pi$，求得$\angle AOP = 45°$，过点 P 作 $PC \perp OA$ 交 OA 于点 C，根据特殊三角函数值进行求解即可；

（2）当直线 $y = -x + b$ 与$\odot O$ 相切时，如图，此时点 Q 的横坐标最小，连接 OP，则有 $OP \perp PQ$，证明$\triangle POQ$ 为等腰直角三角形，即可得到解答；

（3）过点 P 作 $PH \perp x$ 轴，根据特殊的三角函数值计算出点 P 到 x 轴的垂直距离为$\frac{3}{5}$，由此可分析得，符合情况的点 P 有 4 个位置，如图所示，P_1，P_2，P_3，P_4，则点 Q 的位置也有 4 个，Q_1，Q_2，Q_3，Q_4，而在 Q_2 处取最大值，在 Q_4 处取最小值，进而根据勾股定理求解即可．

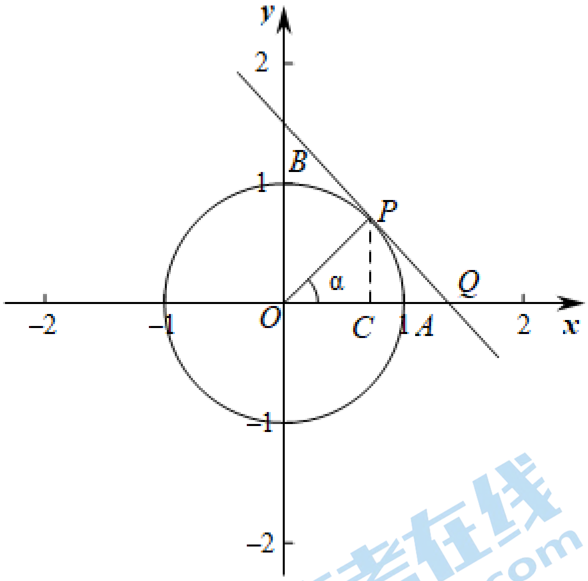
【小问 1 详解】

设$\angle AOP = \alpha$，

$\because l_{AP} = \frac{\alpha \cdot \pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{4}$，

$\therefore \alpha = 45°$，即$\angle AOP = 45°$，

过点 P 作 $PC \perp OA$ 交 OA 于点 C，如图，



$\because OP=1$，$\alpha=45^\circ$，

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle OCP$中，$\sin 45^\circ=\dfrac{PC}{OP}=\dfrac{PC}{1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore PC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore OC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore P\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，

将点P代入$y=-x+b$中，得$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

解得$b=\sqrt{2}$，

$\therefore y=-x+\sqrt{2}$，

当$y=0$时，得$-x+\sqrt{2}=0$，

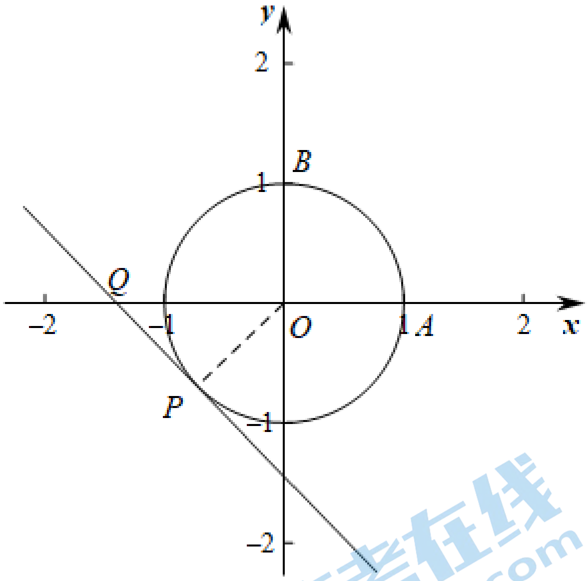
解得$x=\sqrt{2}$，

$\therefore Q\left(\sqrt{2},0\right)$，

故答案为：45；$\left(\sqrt{2},0\right)$；

【小问 2 详解】

当直线$y=-x+b$与$\odot O$相切时，如图，此时点Q的横坐标最小，连接OP，则有$OP\perp PQ$，



∵ PQ 的直线解析式为 $y=-x+b$，

∴ $\angle OQP = 45°$，

∴ $\triangle POQ$ 为等腰直角三角形，

∴ $OQ=\sqrt{2}OP=\sqrt{2}$，

∴点 Q 横坐标最小值为 $-\sqrt{2}$，

【小问 3 详解】

过点 P 作 $PH\perp x$ 轴，

∵ PQ 的直线解析式为 $y=-x+b$，

∴ $\angle PQH=45°$，

∴在 $Rt\triangle PHQ$ 中，$\sin 45°=\dfrac{PH}{PQ}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $PH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}PQ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{5}=\dfrac{3}{5}$，

即点 P 到 x 轴的垂直距离为 $\dfrac{3}{5}$，

符合情况的点 P 有 4 个位置，如图所示，P_1，P_2，P_3，P_4，则点 Q 的位置也有 4 个，Q_1，Q_2，Q_3，Q_4，

∴在 Q_2 处取最大值，在 Q_4 处取最小值，

由以上计算可知 $P_2H_2=H_2Q_2=\dfrac{3}{5}$，

连接 OP_2，在 $Rt\triangle OP_2H_2$ 中，$OH_2=\sqrt{OP_2^{\ 2}-P_2H_2^{\ 2}}=\sqrt{1^2-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2}=\dfrac{4}{5}$，

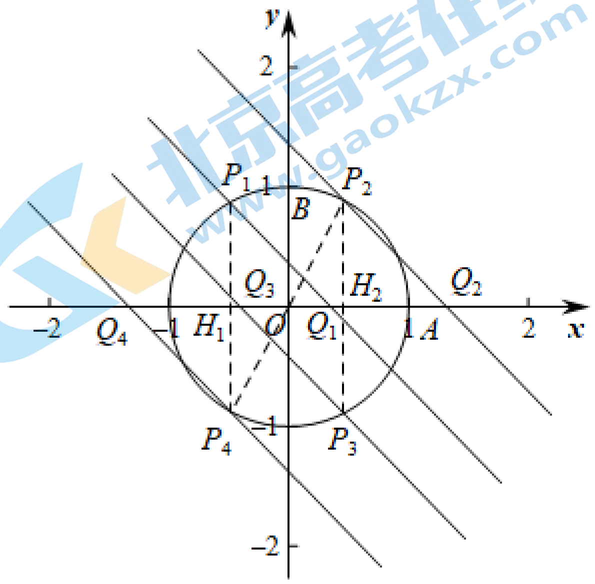
$\therefore OQ_2=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$，

连接OP_4，在Rt$\triangle OHP_4$中，$OH=\sqrt{OP_4^{\,2}-P_4H^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$，

$\because Q_4H=P_4H=\frac{3}{5}$

$\therefore OQ_4=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$，

$\therefore$点Q横坐标最大值 $\frac{7}{5}$，最小值为$-\frac{7}{5}$．



【点睛】本题考查了一次函数与几何综合题，勾股定理的应用，特殊的三角函数值和等腰直角三角的判定和性质，灵活运用所学知识求解是解决本题的关键．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。