北京一零一中 2020-2021 学年度第一学期高三数学统考二

一、选择题共 10 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

01.已知集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}, B=\{(x,y)|y=2x\}$,则 $A\cap B$ 中元素的个数是　　【　　】

A.3　　　　B.2

C.1　　　　D.0

02.已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 $a_2+a_6+a_{10}=\dfrac{\pi}{2}$，则 $\tan(a_3+a_9)$ 的值为　　【　　】

A.0　　　　B.$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

C.1　　　　D.$\sqrt{3}$

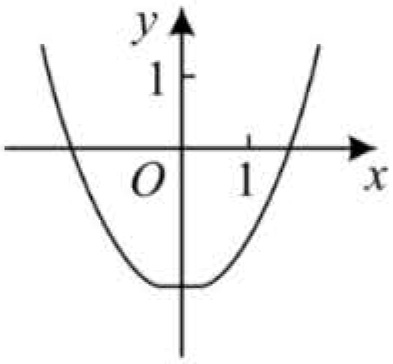
03.在△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边为 a,b,c,,若 $a^2\cos A\sin B=b^2\sin A\cos B$,则△ABC 的形状为

【　　】

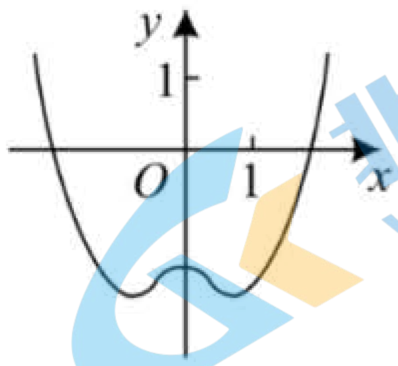
A.等腰直角三角形　　　　B.直角三角形

C.等边三角形　　　　D.等腰三角形或直角三角形

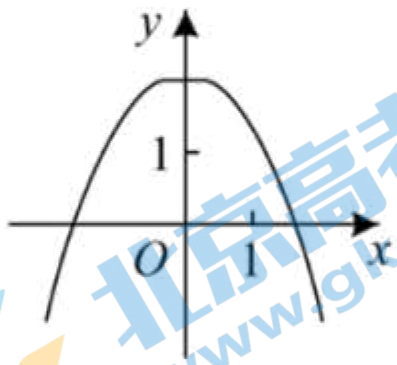
04.函数 $y=-x^4+x^2+2$ 的图象大致为　　【　　】



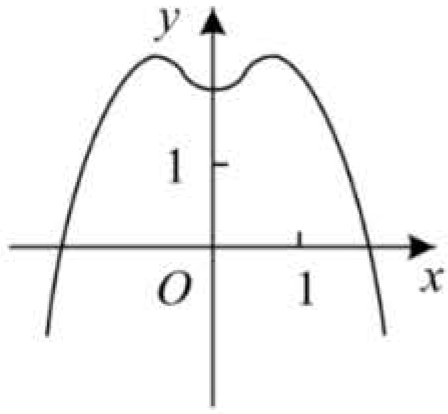
A.



B.



C.



D.

05. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减且 $f(-1)=0$，若 $a=f\left(-\log_3 8\right),b=f\left(-\log_2 4\right),c=f\left(2^{\frac{2}{3}}\right)$,则 a,b,c 的大小关系是 【 】

A.$c<a<b$　　B.$a<b<c$

C.$a<c<b$　　D.$c<b<a$

06.设四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=6,\left|\overrightarrow{AD}\right|=4$.若点 M,N 满足 $\overrightarrow{BM}=3\overrightarrow{MC},\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{NC}$,则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{NM}$ 【 】

A.20　　B.15

C.9　　D.6

07.规定 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$,若在复平面上的三个点 A,B,C 分别对应复数 $0,z,zi$,其中 z 满足 $\begin{vmatrix} z & 1-i \\ 1+i & 1 \end{vmatrix}=i$，则 $\triangle ABC$ 的面积为 【 】

A.25　　B.$\dfrac{25}{2}$

C.5　　D.$\dfrac{5}{2}$

08.若 $2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$,则 【 】

A.$\ln(y-x+1)>0$　　B$\ln(y-x+1)<0$

C.$\ln|xy|>0$　　D.$\ln|xy|>0$

09.已知函数 $f(x)(x\in R)$满足 $f(-x)=2-f(x)$,若函数 $y=\dfrac{x+1}{x}$ 与 $y=f(x)$图象的交点为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_m,y_m)$,则 $\sum_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=$ 【 】

A.0　　B.m

C.$2m$　　D.$4m$

10.数学家也有许多美丽的错误，如法国数学家费马于 1640 年提出了猜想：$Fn=2^{2^n}+1(n\in N)$ 是素数。直到 1732 年才被善于计算的数学家欧拉算出 $F_5=641\times6700471$，不是素数。$a_n=\log_2(F_n-1)(n\in N^*)$，$S_n$ 表示数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则使不等式 $\frac{2}{S_1S_2}+\frac{2^2}{S_2S_3}+\cdots+\frac{2^n}{S_nS_{n+1}}<\frac{2^n}{2020}$ 成立的最小整数 n 的值是　　【　　】

A.11　　　　B.10

C.9　　　　D.8

二、填空题共 5 小题。

11.等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2^n+b$，则 b=__________.

12.已知向量 $\overrightarrow{OA}=(-3,4),\overrightarrow{OB}=(3,4),\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}(t\in R)$，若射线 OC 平分 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角，则 t 的值为__________.

13.已知函数 $f(x)=\sin\omega x(|\omega|<1)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增，且 $f(x)$ 的图象关于点（2π，0）对称，则 ω=__________.

14.已知函数 $f(x)=-x^2+ax-\ln x$，若函数 $f(x)$ 既有极大值又有极小值，则 a 的取值范围是__________.

15.对于非空集合 $A=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}(a_i\geq0,i=1,2,\cdots,n)$，其所有元素的几何平均数记为 $E(A)$，即 $E(A)=\sqrt[n]{a_1\cdot a_2\cdots a_n}$。若非空数集 B 满足下列两个条件：① $B\subseteq A$；② $E(B)=E(A)$，则称 B 为 A 的一个"保均值子集"，据此，集合{1;2,4,8,16}的"保均值子集"有__________个.

三、解答题共 6 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

16.已知 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列，且满足 $a_1=2,a_1,a_3,a_7$ 成等比数列。

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=a_n+2^{a_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

17.已知函数 $f(x)=\frac{1}{4}x^3-x^2+x$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 的斜率为 1 的切线方程：

(2)当 $x\in[-2,6]$时，求证：$x-6\le f(x)\le x+18$.

18. 已知△ABC 的面积为 S, 角 A,B,C 所对的边为 a,b,c, 点 O 为△ABC 的内心， $b=2\sqrt{3}$ 且 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2+c^2-b^2\right)$.

（1）求 B 的大小；

（2）求△AOC 的周长的取值范围。

19.已知函数 $f(x)$的图象是由函数 $g(x)=\cos x$ 的图象经如下变换得到：先将 $g(x)$图象上所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变），再将所得到的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度。

（1）求函数 $f(x)$的解析式，并求其图象的对称轴方程；

（2）已知关于 x 的方程 $f(x)+g(x)=m$ 在［$0,2\pi$）内有两个不同的解 α,β.

①求实数 m 的取值范围；

②求 $\cos(\alpha-\beta)$的值。

20.已知函数 $f\left(x\right)=\left(x-1\right)e^{x}-ax^{2}$ (e 是自然对数的底).

(1)判断函数 $f(x)$ 极值点的个数，并说明理由；

(2) 若对任意的 $x\in R^{+}, f\left(x\right)+e^{x}\geq x^{3}+x$,求 a 的取值范围.

21:对于数列 $\left\{u_{n}\right\}$，若存在常数 $M>0$,对任意的 $n\in N^{*}$,恒有 $\left|u_{n+1}-u_{n}\right|+\left|u_{n}-u_{n-1}\right|+\cdots+\left|u_{2}-u_{1}\right|$,则称数列 $\left\{u_{n}\right\}$ 为 B-数列。

(1) 首项为 1,公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列 $\left\{a_{n}\right\}$ 是否为 B-数列？请说明理由；

(2) 设 S_{n} 是数列 $\left\{a_{n}\right\}$ 的前 n 项和，若数列 $\left\{S_{n}\right\}$ 是 B-数列，那么数列 $\left\{a_{n}\right\}$ 是否为 B-数列？若是，请说明理由；若不是，请举出一个例子；

(3) 若数列 $\left\{a_{n}\right\},\left\{b_{n}\right\}$ 都是 B-数列，求证：数列 $\left\{a_{n}b_{n}\right\}$ 是 B-数列。

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。

北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯（ID：bj-gaokao）

扫码关注获取更多