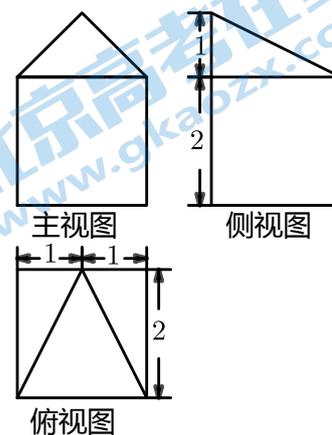




7. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为 ( ) .



- A.  $\frac{26}{3}$       B.  $\frac{28}{3}$       C. 10      D.  $\frac{32}{3}$

8. 已知由正数组成的等比数列  $\{a_n\}$  中，前 6 项的乘积是 64，那么  $a_3 + a_4$  的最小值是 ( ) .

- A. 2      B. 4      C. 8      D. 16

9. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对应的边为  $a, b, c$ ，且满足  $(b \cos C + c \cos B) \cos A = b \cos B$ ，则  $\triangle ABC$  的形状是 ( ) .

- A. 等腰三角形      B. 直角三角形  
C. 等腰直角三角形      D. 等腰三角形或直角三角形

10. 随着人们生活水平的提高，外卖成为了人们日常生活中必不可少的一部分，一外卖小哥提货时可选择如下 10 份外卖的若干份不同的进行配送，外卖体积与每份外卖所得报酬如下表所示：

体积	4	4	3	3	3	2	2	2	1	1
报酬	10	9	7	6	5	5	4	3	3	2

已知外卖小哥的送货箱最多可容纳的体积为 10，则外卖小哥此次最多可赚的报酬为 ( ) .

- A. 23      B. 24      C. 25      D. 26

## 第二部分 (非选择题 共 110 分)

### 二、填空题共 5 题, 每题 5 分, 共 25 分.

11. 设  $i$  为虚数单位,  $\frac{1}{z} = 1 - i$ , 则  $|z| =$  \_\_\_\_\_ .

12. 在平面直角坐标系中, 圆  $C: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ , 直线  $l: y = x + b$  与圆  $C$  交于  $A, B$  两点,  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形, 则  $b$  的值为 \_\_\_\_\_ .

13. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点和双曲线  $y^2 = 8x$  的焦点相同, 且双曲线的离心率  $e = 2$ , 则双曲线的方程为 \_\_\_\_\_ .

14. 某省实行高考改革, 考生除参加语文、数学、英语统一考试外, 还需从物理、化学、生物、政治、历史、地理 6 科中选考 3 科. 学生甲想报考某高校的医学专业, 就必须要从物理、生物、政治 3 科中至少选考 1 科, 则学生甲的选考方法种数为 \_\_\_\_\_ (用数字作答) .

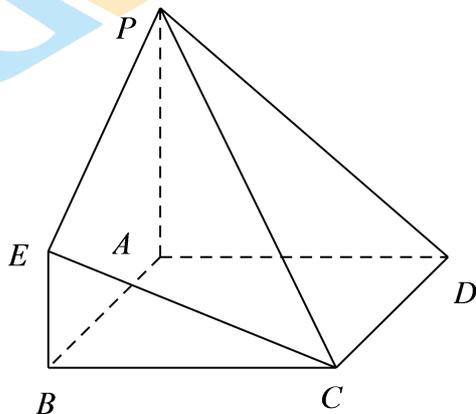
15. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x) = \begin{cases} \ln(x+a), & x > 0 \\ e^x - a, & x \leq 0 \end{cases}$ .

(1) 当  $a = 0$  时,  $g(x) = f^2(x) - kf(x)$  有三个零点, 则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_ .

(2) 若存在  $x_1, x_2$  且  $x_1 \neq x_2$  使得  $f(x_1) = f(x_2)$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_ .

### 三、解答题共 6 题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (14分) 在如图所示的几何体中, 四边形  $ABCD$  为正方形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA \parallel BE$ ,  $AB = PA = 6$ ,  $BE = 3$ .



(1) 求证:  $CE \parallel$  平面  $PAD$ .

(2) 求  $PD$  与平面  $PCE$  所成角的正弦值.

17. (14分) 在①  $a_4 = b_4$  ; ②  $S_6 = -24$ 这两个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 若问题中的正整数  $k$  存在, 求  $k$  的值; 若  $k$  不存在, 请说明理由.

设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $\{b_n\}$  是等比数列, \_\_\_\_\_,  $b_1 = a_5$ ,  $b_3 = -9$ ,  $b_6 = 243$ . 是否存在  $k$ , 使得  $S_k > S_{k-1}$ , 且  $S_{k+1} < S_k$ ?

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (14分) 随着生活节奏的加快, 越来越多的人睡眠质量得不到保证. 某地区年龄层次在 20 岁至 60 岁之间的有 10 万人, 随机调查了该地区 200 人的睡眠情况, 结果如下表:

睡眠指数	5	3	0	-4
20岁至 30岁	7	24	4	9
30岁至 40岁	10	19	3	4
40岁至 50岁	17	14	4	5
50岁至 60岁	16	21	15	28

其中睡眠指数的含义是: 5 代表睡眠充足, 3 代表基本充足, 0 代表睡眠不足, -4 代表睡眠严重不足.

睡眠指数为正表示睡眠健康, 否则为不健康.

- (1) 估计该地区 20 岁至 40 岁的人群中睡眠健康的人数.
- (2) 在调查选取的 200 人中, 从 30 岁至 50 岁睡眠指数不健康的人群中随机选取 3 人, 求其中恰有 1 人的年龄为 30 岁至 40 岁之间的概率.
- (3) 定义 40 岁至 60 岁为中年人, 若一个地区中年人的睡眠指数的平均值不小于 1.5, 则说明该地区可评为“睡眠健康地区”. 记该地区中年人睡眠指数为  $X$ , 写出  $X$  的分布列, 并判断该地区能否被评为“睡眠健康地区.”

19. 设函数  $f(x) = (1-x) \cdot e^x$ ,  $g(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的最大值.
- (2) 求函数  $g(x)$  的单调区间.
- (3) 求证:  $\forall x_1 < 0, \forall x_2 > 0$ , 都有  $g(x_1) > g(x_2)$ .

20. (14分) 已知椭圆  $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦距为 2, 且与椭圆  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$  具有相同的离心率.

- (1) 求椭圆  $M$  的方程.
- (2) 是否存在一个圆心在原点的定圆, 使得该圆的任意一条切线与  $M$  有两个交点  $A, B$ , 且  $\angle AOB = 90^\circ$ ? 若存在, 写出该圆的方程, 并求出  $|AB|$  的最大值, 若不存在, 请说明理由.

21. (14分) 对于给定的正整数  $n$ , 一个  $3n$  维的  $B$ -向量  $\vec{a}$  可以按如下方式定义:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_{3n}), \text{ 其中 } a_i \in \{0, 1\} (i = 1, 2, \dots, 3n).$$

两个  $3n$  维  $B$ -向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的加法定义如下:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_{3n}), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_{3n}),$$

$$\text{则 } \vec{a} + \vec{b} = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_{3n}), \text{ 其中 } c_i = \begin{cases} 1, & a_i + b_i \\ 0, & a_i + b_i \end{cases}.$$

若这个和向量中, 只有至多  $n$  个分量为 1, 则称这两个  $B$ -向量是匹配的.

(1) 试判断,  $\vec{a} = (1, 0, 0)$ ,  $\vec{b} = (0, 1, 0)$ ,  $\vec{c} = (0, 0, 1)$ , 这三个  $B$ -向量中是否有两个向量是匹配的? 若有, 请指出, 若无, 请说明理由.

(2) 试找到一个 6 维  $B$ -向量, 使得它与  $\vec{a} = (1, 1, 0, 0, 0, 0)$ ,  $\vec{b} = (0, 1, 0, 1, 0, 1)$ ,  $\vec{c} = (0, 0, 1, 1, 1, 1)$  这三个向量都不是匹配的.

(3) 若存在  $M$  个 6 维  $B$ -向量, 使得任意一个 6 维  $B$ -向量都与这  $M$  个向量中的某一个匹配, 求  $M$  的最小值.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯