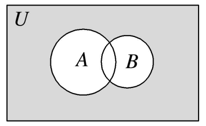
2024 年高考数学仿真模拟卷(四)（新高考专用）

(时间：120 分钟　满分：150 分)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．(2023·济南模拟)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,6\}$，则图中阴影部分代表的集合为(　　)

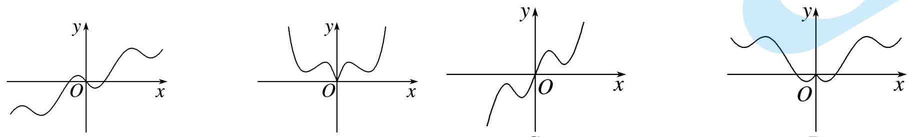


A．$\{1,2\}$　　B．$\{3,4\}$　　C．$\{4,5\}$　　D．$\{2,3,5\}$

2．(2023·唐山模拟)若复数 z_1，z_2 在复平面内对应的点关于 x 轴对称，且 $z_1=2-\mathrm{i}$，则复数$\frac{z_1}{z_2}$等于(　　)

A．$-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\mathrm{i}$　　B．$-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\mathrm{i}$　　C．$\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\mathrm{i}$　　D．$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\mathrm{i}$

3．(2023·长春模拟)函数 $f(x)=\frac{1}{2}x-\sin x$ 的图象可能是(　　)



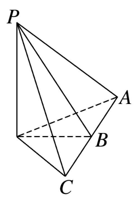
A　B　C　D

4．(2023·湖南师大附中模拟)“b 是 $1+\sqrt{3}$与 $1-\sqrt{3}$的等差中项”是“b 是 $2+\sqrt{3}$与 $2-\sqrt{3}$的等比中项”的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．(2023·上饶模拟)矗立在上饶市市民公园的四门通天铜雕有着“四方迎客、通达天下”的美好寓意，也象征着上饶四省通衢，连南接北，通江达海，包容八方．某中学研究性学习小组为测量其高度，在和它底部位于同一水平高度的共线三点 A，B，C 处测得铜雕顶端 P 处仰角分别为$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{3}$，且 $AB=BC=20$ m，则四门通天的高度为(　　)



A．$15\sqrt{6}$ m　　B．$10\sqrt{6}$ m　　C．$6\sqrt{6}$ m　　D．$5\sqrt{6}$ m

6．(2023·广州模拟)若双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的两条渐近线与椭圆 M：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点，则椭圆 M 的离心率为(　　)

A．$\sqrt{2}-1$　　B．$\sqrt{3}-1$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

7．(2023·焦作模拟)在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle ABC$ 为等边三角形，若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $3\sqrt{3}$，则该三棱柱外接球表面积的最小值为(　　)

A．12π　　B．6π　　C．16π　　D．8π

8．(2023·福州模拟)已知 $a>0$，函数 $f(x)=\mathrm{e}^{a(x-1)}$，$g(x)=-x^2+(a+2)x+2b$.若 $f(x)>g(x)$，则$\frac{b}{a}$的取值范围是(　　)

A．$\left(-\infty,-\frac{2}{e}\right)$　　B．$(-\infty,-1)$　　C．$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(-\frac{2}{e},0\right)$

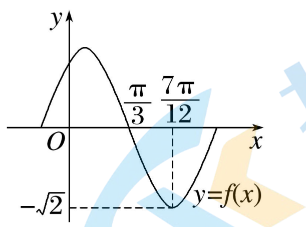
二、选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分)

9．(2023·秦皇岛一中模拟)先后两次掷一枚质地均匀的骰子，事件 $A=$“两次掷出的点数之和是 6”，事件 $B=$“第一次掷出的点数是奇数”，事件 $C=$“两次掷出的点数相同”，则(　　)

A．A 与 B 互斥　　B．B 与 C 相互独立

C．$P(A)=\frac{1}{6}$　　D．$P(AC)=\frac{1}{36}$

10．(2023·淮北模拟)函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则下列说法正确的是(　　)



A．$f(x)$的最小正周期为π

B．$\varphi=\frac{\pi}{6}$

C．$f(x)$在$\left[-1,\frac{1}{\pi}\right]$上单调递增

D．将函数 $f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到函数 $g(x)=\sqrt{2}\cos 2x$ 的图象

11．(2023·威海模拟)已知双曲线 E：$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 且斜率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$的直线 l 与 E 的右支交于点 P，若$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{4}$，则(　　)

A．E 的离心率为$\sqrt{3}$　　B．E 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

C．P 到直线 $x=1$ 的距离为 $2\sqrt{2}$　　D．以实轴为直径的圆与 l 相切

12．(2023·蚌埠模拟)已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 6，点 E，F 分别是棱 AD，DD_1 的中点，M 是棱 AB 上的动点，则(　　)

A．直线 CC_1 与 BF 所成角的正切值为$\sqrt{2}$　　B．直线 EF∥平面 ABC_1D_1

C．平面 EFM⊥平面 A_1B_1CD　　D．B_1 到直线 EF 的距离为$\frac{3\sqrt{34}}{2}$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．某班在体育课上组织趣味游戏，统计了第一组 14 名学生的最终得分：13,10,12,17,9,12,8,9,11,14,15,12,10,12.这组数据的第 80 百分位数是__________.

14．(2023·大连模拟)已知 $xy>0$，且 $x^2+2xy=1$，则 x^2+y^2 的最小值为________.

15．(2023·济宁模拟)在$\triangle ABC$ 中，D，E 分别为 AC，BC 的中点，AE 交 BD 于点 M.若 $AB=4$，$AC=6$，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，则$\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MD}=$________.

16．(2023·汕头模拟)已知椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的两个焦点分别为 F_1，F_2，P 为椭圆上任意一点，点$(m，n)$为$\triangle PF_1F_2$的内心，则 $m+n$ 的最大值为________.

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(10 分)(2023·抚顺模拟)已知在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_5=18$，$a_6=15$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

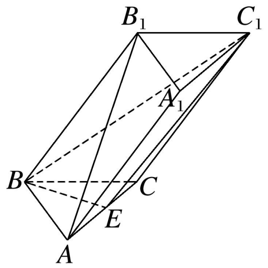
(2)求数列$\left\{\frac{1}{a_{n-1}a_n}\right\}$的前 n 项和 S_n.

18．(12 分)(2023·佛山模拟)记锐角$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin^2C+\sin^2B-\sin^2A=\sin B\sin C$.

(1)求 A 的值；

(2)已知 A 的角平分线交 BC 于点 D，求$\frac{BD}{CD}$的取值范围.

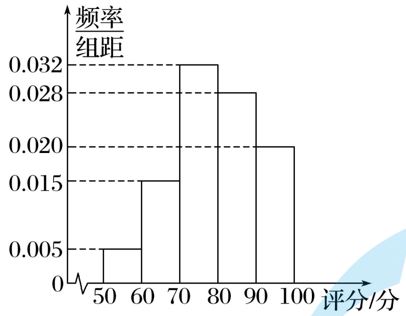
19．(12 分)(2023·韶关模拟)如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，E 为 AC 的中点，$AB=1$，$BC=2$，$AC=\sqrt{5}$，点 B_1 在底面上的射影为点 C.



(1)求证：AB_1∥平面 BEC_1；

(2)若 $BB_1=2\sqrt{2}$，求平面 BEC_1 与平面 AEC_1A_1 所成角的正弦值.

20．(12 分)(2023·苏州模拟)综合素质评价是高考招生制度改革的内容之一．某高中采用多维评分的方式进行综合素质评价．下图是该校高三学生“运动与健康”评价结果的频率分布直方图，评分在区间[90,100]，[70,90)，[60,70)，[50,60)上，分别对应为 A，B，C，D 四个等级．为了进一步引导学生对运动与健康的重视，初评获 A 等级的学生不参加复评，等级不变，对其余学生学校将进行一次复评．复评中，原获 B 等级的学生有$\frac{1}{4}$的概率提升为 A 等级；原获 C 等级的学生有$\frac{1}{5}$的概率提升为 B 等级；原获 D 等级的学生有$\frac{1}{6}$的概率提升为 C 等级．用频率估计概率，每名学生复评结果相互独立.



(1)若初评中甲获得 B 等级，乙、丙获得 C 等级，记甲、乙、丙三人复评后等级为 B 等级的人数为ξ，求ξ的分布列和数学期望；

(2)从全体高三学生中任选 1 人，在已知该学生是复评晋级的条件下，求他初评是 C 等级的概率.

21．(12 分)(2023·潮州模拟)在平面直角坐标系中，动圆 M 与圆 N：$x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$相内切，且与直线 $y=-1$ 相切，记动圆圆心 M 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的方程；

(2)过点 $E(0,1)$的直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，分别以 A，B 为切点作曲线 C 的切线 l_1，l_2，直线 l_1，l_2 相交于点 P.若$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP})\cdot\overrightarrow{PB}=0$，求直线 l 的方程.

22．(12 分)已知函数 $f(x)=xe^x-a$.

(1)讨论函数 $f(x)$在$[-2,1]$上的零点个数；

(2)当 $a=0$ 且 $x\in(-1,0)\cup(0，+\infty)$时，记 $M(x)=\left[\frac{f(x)}{x}-1\right]\cdot\frac{\ln(x+1)}{x^2}$，探究 $M(x)$与 1 的大小关系，并说明理由.