2023北京北大附中高三12月月考

数学（预科部）

2023.12

本试卷共5页，150分.考试时长120分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

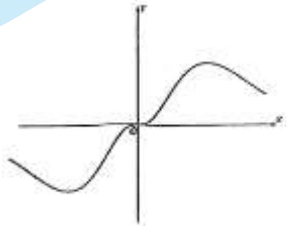
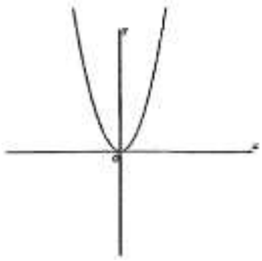
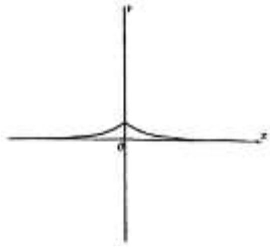
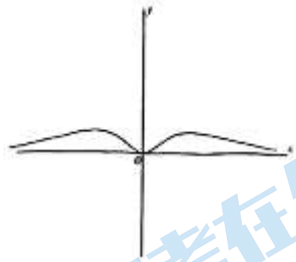
1. 已知集合 $A=\left\{x\left|x^2+3x+2>0\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x>-1\right.\right\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}\left(A\cap B\right)=$（　）

A. $\left(-\infty,-1\right]$　　B. $\left[-2,-1\right]$　　C. $\left(-\infty,-2\right]$　　D. $\left(-1,+\infty\right)$

2. 已知复数 z 满足 $zi=1+i$，则 z 的共轭复数 $\overline{z}$ 在复平面内对应的点在（　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x^2}{2^{|x|}}$ 的部分图象大致为（　）

A. 
B. 
C. 
D. 

4. 已知 l，m 是互相不重合的直线，α，β，γ 是互相不重合的平面，则在下列四个命题中，正确的是（　）

A. 若 $l//\gamma$，，$m//\gamma$，则 $l//m$　　B. 若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha//\beta$

C. 若 $l//\alpha$，$l//\beta$，则 $\alpha//\beta$　　D. 若 $l\perp\alpha$，$l\perp\beta$，则 $\alpha//\beta$

5. 已知函数 $f\left(x\right)=\cos^2x$，则（　）

A. $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}\right)$ 单调递减　　B. $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right)$ 单调递增

C. $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$ 单调递减　　D. $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$ 单调递增

6. 已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{c}\right|=1$，且 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，则 $\cos\left\langle\vec{a}-\vec{c},\vec{b}-\vec{c}\right\rangle=$（　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7. 已知抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，A，B 两点在 C 上，$\left|AF\right|=2$，$\left|BF\right|=5$，则直线 AB 斜率的最

小值和最大值分别是（　）

A. $-\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}$，2　　C. -2，$\frac{2}{3}$　　D. -2，2

8. 已知无穷等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公差为d，则“$d\le 0$”是“$\forall n\ge 2$，$n\in \mathrm{N}$，都有$S_n\le a_n$恒成立”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

9. 已知圆C：$(x-a)^2+(y-b)^2=4$，点P是圆C上动点，点Q是圆C外动点，过点Q作圆C的两条切线，分别与圆C切于A，B两点，若$\angle AQB$的取值范围是$\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$，则$|PQ|$的取值范围是（　）

A. $\left[\frac{4}{3}\sqrt{3}-2,6\right]$　　B. $[2,6]$

C. $\left[\frac{4}{3}\sqrt{3}-2,\frac{4}{3}\sqrt{6}+2\right]$　　D. $\left[2,\frac{4}{3}\sqrt{3}+2\right]$

10. 在$\triangle ABC$中，$AB=8$，$AC=6$，O是$\triangle ABC$外接圆的圆心，M在线段BC上，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AO}$的取值范围是（　）

A. $[18,25]$　　B. $[18,32]$　　C. $[4,25]$　　D. $[4,32]$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 已知函数$f(x)=x^{\frac{2}{3}}+\log_2 x$，则$f(8)=$______.

12. 已知双曲线C的焦点为$(-4,0)$和$(4,0)$，离心率为$\sqrt{2}$，则C的方程为______.

13. 若$\{a_n\}$和$\{b_n\}$均为等比数列，且$a_n\ne b_n$（$n=1,2,3,\cdots$），能使数列$\{a_n+b_n\}$是递增的等比数列的一组$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式为$a_n=$______，$b_n=$______.

14. 函数$f(x)=\begin{cases}a^x, x\le 1\\ ax^2-x+1, x>1\end{cases}$，其中$a>0$且$a\ne 1$，若函数是单调函数，则$a$的一个取值为______，若函数存在极值，则$a$的取值范围为______.

15. 随着自然语言大模型技术的飞速发展，ChatGPT 等预训练语言模型正在深刻影响和改变着各行各业.为了解决复杂的现实问题，预训练模型需要在模拟的神经网络结构中引入激活函数，将上一层神经元的输出通过非线性变化得到下一层神经元的输入.经过实践研究，人们发现当选择的激活函数不合适时，容易出现梯度消失和梯度爆炸的问题.某工程师在进行新闻数据的参数训练时，采用$f(x)=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}}$作为激活函数，为了快速测试该函数的有效性，在一段代码中自定义：若输x的x满足$|f(x+1)-f(x)|<a$则提示“可能

出现梯度消失”，满足 $\left|\dfrac{f(x+1)}{f(x)}\right|>b$ 则提示“可能出现梯度爆炸”，其中 a 表示梯度消失阈值，b 表示梯度爆炸阈值.给出下列四个结论：

① $f(x)$ 是 R 上的增函数；

②当 $b=\mathrm{e}$ 时，$\exists x\in\mathrm{R}$，输入 x 会提示“可能出现梯度爆炸”；

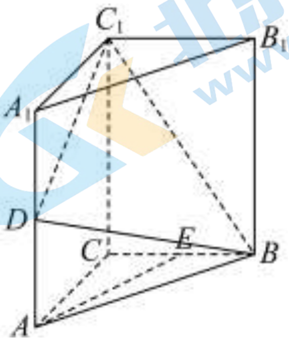
③当 $a=\mathrm{e}^{-5}$ 时，$\forall x\geq 5$，输入 x 会提示“可能出现梯度消失”；

④ $\forall a>0,\exists x\in\mathrm{R}$，输入 x 会提示“可能出现梯度消失”.

其中所有正确结论的序号是______.

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D，E 分别是 AA_1，BC 的中点，$AC=BC=\dfrac{1}{2}AA_1$，$\angle BCA=90^\circ$.



（1）求证：$AE//$ 平面 C_1BD；

（2）求二面角 $D-BC_1-C$ 的余弦值.

17. 已知圆 C：$x^2+y^2-6ay-16=0$，若圆 C 上存在两点关于直线 m：$2x-5y+15=0$ 对称.

（1）求圆 C 的半径；

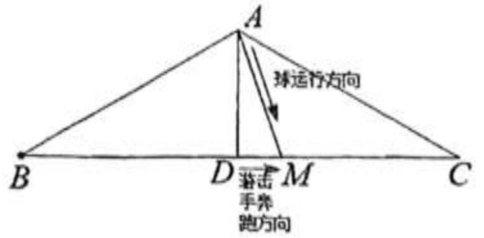
（2）过点 $A(3,10)$ 的直线 l 与圆 C 交于 P，Q 两点，且 $|PQ|=8$，求直线 l 的方程.

18. 在 $\triangle ABC$ 中，$\sin A=\sqrt{3}\sin B$，$C=\dfrac{\pi}{6}$.

（1）求 $\angle BAC$ 的大小；

（2）E 是 AC 的中点.从条件① $BE=\sqrt{7}$，条件② $a+b+c=4+2\sqrt{3}$，条件③ $c=\sqrt{2}b$ 中选择一个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，求 $\triangle ABC$ 的面积；

（3）如图为某垒球比赛的预计场景，D 是 BC 的中点，$\angle DAM=15^\circ$，某教练为研究战术，要求击球手在点 A 沿如图 AM 方向把球击出，根据经验及测速仪的显示，球速为游击手最大跑速的 4 倍，问若游击手由 D 点出发沿如图 DM 方向奔跑，游击手能不能接到球？并说明理由.



注：如果选择多个条件分别解答，按第一个个解答计分

19. 已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的四个顶点相连构成菱形 $ABCD$，且点 A，B 的坐标分别为 $(2,0)$，$(0,1)$.

（1）求椭圆 E 的方程和离心率；

（2）设 P 为第一象限内 E 上的动点，直线 PB 与直线 AD 交于点 M，过点 M 且垂直于 BC 的直线交 y 轴于点 $(0,n)$，求 n 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x)=e^{ax}(ax^2+2ax+2)$（$a>0$）.

（1）若 $a=1$，求 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程；

（2）若 $x=-2$ 为 $f(x)$ 的极大值点，求 a 的取值范围；

（3）若 $f(x)$ 存在最小值，直接写出 a 的取值范围.

21. 已知 T_n 为所有 n 元有序数组 $(\boldsymbol{a_1,a_2,\cdots,a_n})$ 所组成的集合.其中 $a_i\in\{0,1\}$（$i=1,2,\cdots,n$）.

对于 T 中的任意元素 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$ 定义 x，y 的距离：

$d(x,y)=|x_1-y_1|+|x_2-y_2|+\cdots+|x_n-y_n|$.

若 $k\in\mathrm{N}^*$，U 为 T_{5k} 的子集，且有 2^k 个元素，并且满足任意 $x\in T_{5k}$，都存在唯一的 $y\in U$，使得 $d(x,y)\le 2$，则称 U 为“好 k 集”.

（1）若 a，b，$c\in T_3$，$\boldsymbol{a}=(1,0,1)$，$b=(0,1,0)$，$c=(0,1,1)$，求 $d(a,a)$，$d(a,b)$ 及 $d(a,c)+d(b,c)$ 的值；

（2）当 $k=1$ 时，求证：存在“好 k 集”，且“好 k 集”中不同元素的距离为 5；

（3）求证：当 $k>1$ 时，“好 k 集”不存在.

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.【答案】A

【分析】根据一元二次不等式解法求集合 A，进而结合集合的交集、补集运算求解.

【详解】由题意可得：$A=\left\{x \middle| x^2+3x+2>0\right\}=(-\infty,-2)\cup(-1,+\infty)$，

可得 $A\cap B=(-1,+\infty)$，所以 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)=(-\infty,-1]$.

故选：A.

2.【答案】A

【分析】利用复数的四则运算求得 z，进而求得 $\overline{z}$，再利用复数的几何意义即可得解.

【详解】因为 $z\mathrm{i}=1+\mathrm{i}$，所以 $z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=\dfrac{(1+\mathrm{i})(-\mathrm{i})}{\mathrm{i}\cdot(-\mathrm{i})}=1-\mathrm{i}$，

则 $\overline{z}=1+\mathrm{i}$，故 $\overline{z}$ 在复平面内对应的点为 $(1,1)$，在第一象限.

故选：A.

3.【答案】D

【分析】利用排除法，根据函数的奇偶性以及特殊值法分析判断.

【详解】因为 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(-x)=\dfrac{(-x)^2}{2^{|-x|}}=\dfrac{x^2}{2^{|x|}}=f(x)$，

可知 $f(x)$ 为偶函数，故 A 错误；

因为 $f(2)=f(4)=1$，可得 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内不单调，故 BC 错误；

故选：D.

4.【答案】D

【分析】把数学抽象的符号语言转化为文字语言，结合具体的例子说明其真假.

【详解】对 A：平行于同一个平面的两条直线互相平行，可知这个命题是错误的，它们还可以异面或者相交；

对 B：垂直于同一个平面的两个平面互相平行，由空间直角坐标系形成的三个平面的例子可知，该命题错误；

对 C：平行于同一条直线的两个平面可以互相平行，也可以相交，则命题也是错误的；

对 D：垂直于同一条直线的两个平面互相平行，是真命题.

故选：D

5.【答案】C

【分析】根据题意整理可得 $f\left(x\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x$，结合余弦函数单调性逐项分析判断.

【详解】因为 $f\left(x\right)=\cos^2 x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x$，

对于选项 A：因为 $x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$，则 $2x\in\left(-\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$，

且 $y=\cos x$ 在 $\left(-\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$ 内不单调，所以 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ 内不单调，故 A 错误；

对于选项 B：因为 $x\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$，则 $2x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，

且 $y=\cos x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内不单调，所以 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$ 内不单调，故 B 错误；

对于选项 C：因为 $x\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，则 $2x\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$，

且 $y=\cos x$ 在 $\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$ 内单调递减，所以 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ 内单调递减，故 C 正确；

对于选项 D：因为 $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，则 $2x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

且 $y=\cos x$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调递减，所以 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 内单调递减，故 D 错误；

故选：C.

6.【答案】C

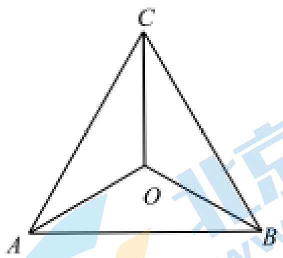
【分析】设 $\vec{a}=\overrightarrow{OA},\vec{b}=\overrightarrow{OB},\vec{c}=\overrightarrow{OC}$，分析可知 $\triangle ABC$ 为等边三角形，结合向量的几何意义分析求解.

【详解】设 $\vec{a}=\overrightarrow{OA},\vec{b}=\overrightarrow{OB},\vec{c}=\overrightarrow{OC}$，

因为 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{c}\right|=1$，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，

可知 A,B,C 三点不共线，且 O 既是 $\triangle ABC$ 的重心也是 $\triangle ABC$ 的外心，

所以 $\triangle ABC$ 为等边三角形，



则 $\vec{a}-\vec{c}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CA},\vec{b}-\vec{c}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}$，

所以$\cos\left\langle \vec{a}-\vec{c},\vec{b}-\vec{c}\right\rangle=\cos\left\langle \overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right\rangle=\cos\angle ACB=\frac{1}{2}$.

故选：C.

7.【答案】D

【分析】利用焦半径公式求得A，B两点坐标，从而得到直线AB斜率的情况，由此得解.

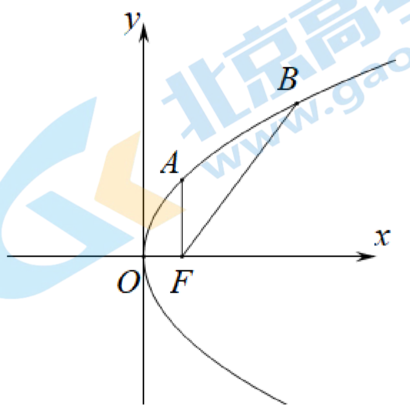
【详解】由题意知$F(1,0)$，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则由$|AF|=2$，得$x_1+1=2$，得$x_1=1$，

代入C：$y^2=4x$，得$y_1=\pm2$，所以$A(1,2)$或$A(1,-2)$；

由$|BF|=5$，得$x_2+1=5$，得$x_2=4$，代入C：$y^2=4x$，得$y_2=\pm4$，

所以$B(4,4)$或$B(4,-4)$；



所以直线AB斜率有$\frac{4-2}{4-1}=\frac{2}{3},\frac{4+2}{4-1}=2,\frac{-4-2}{4-1}=-2,\frac{-4+2}{4-1}=-\frac{2}{3}$四种情况，

则直线AB斜率的最小值为-2，最大值为2.

故选：D.

8.【答案】B

【分析】根据等差数列的性质结合充分、必要条件分析判断.

【详解】若$d\le0$，例如$a_1=3,a_2=2$，则公差$d=-1$符合题意，

但$S_2=5>2=a_2$，即充分性不成立；

若$\forall n\ge2$，$n\in\mathrm{N}$，都有$S_n\le a_n$恒成立，等价于$S_{n-1}=S_n-a_n\le0$，此时$d\le0$，

反证：假设$d>0$，

因为$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n$，

当$n>1-\frac{2a_1}{d}$且$n\ge2$时，则$S_n=n\left(\frac{d}{2}n+a_1-\frac{d}{2}\right)>n\left[\frac{d}{2}\times\left(1-\frac{2a_1}{d}\right)+a_1-\frac{d}{2}\right]>0$，

这样对$\forall n\ge2$，$n\in\mathrm{N}$，$S_{n-1}\le0$恒成立相矛盾，

假设不成立，所以 $d\le 0$，即必要性成立；

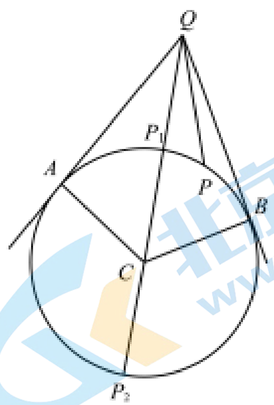
综上所述："$d\le 0$"是"$\forall n\ge 2$，$n\in\mathrm{N}$，都有 $S_n\le a_n$ 恒成立"的必要不充分条件.

故选：B.

9.【答案】A

【分析】根据圆的性质可得 $|CQ|-2\le|PQ|\le|CQ|+2$，根据切线的性质可得 $|QC|=\dfrac{2}{\sin\theta}\in\left[\dfrac{4\sqrt{3}}{3},4\right]$，进而分析取值范围.

【详解】由题意可知：圆 C 的半径 $r=2$，则 $|CQ|-2\le|PQ|\le|CQ|+2$，



当且仅当 P 为 P_1 时，$|PQ|=|CQ|-2$；当且仅当 P 为 P_2 时，$|PQ|=|CQ|+2$；

设 $\angle AQC=\theta\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right]$，

因为 $QA\perp AC$，则 $|QC|=\dfrac{|AC|}{\sin\theta}=\dfrac{2}{\sin\theta}\in\left[\dfrac{4\sqrt{3}}{3},4\right]$，

当且仅当 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ 时，$|CQ|$ 取到最小值 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$；当且仅当 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ 时，$|CQ|$ 取到最大值 4；

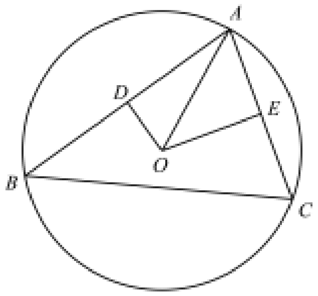
可得 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}-2\le|CQ|-2\le|PQ|\le|CQ|+2\le 6$，即 $|PQ|$ 的取值范围是 $\left[\dfrac{4}{3}\sqrt{3}-2,6\right]$.

故选：A.

10.【答案】B

【分析】设 AB,AC 的中点分别为 D,E，连接 OD,OE，根据外心的性质可得 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2=32$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AC}\right|^2=18$，结合三点共线设 $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+(1-x)\overrightarrow{AC},x\in[0,1]$，进而运算求解即可.

【详解】设 AB,AC 的中点分别为 D,E，连接 OD,OE，则 $OD\perp AB,OE\perp AC$，



可得 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AO}|\cos\angle BAO=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=32$，

同理可得 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2=18$，

因为 M 在线段 BC 上，设 $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+(1-x)\overrightarrow{AC},x\in[0,1]$，

则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AO}=\left[x\overrightarrow{AB}+(1-x)\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AO}=x\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}+(1-x)\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}$

$=32x+18(1-x)=14x+18\in[18,32]$，

所以 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AO}$ 的取值范围是 $[18,32]$.

故选：B.

【点睛】关键点睛：1.对于外心的数量积问题，常借助于外心的性质结合中点分析求解；

2.对于三点共线常结合结论：若 A,B,C 三点共线，则 $\overrightarrow{OA}=x\overrightarrow{OB}+y\overrightarrow{OC}$，且 $x+y=1$，分析求解.

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 【答案】7

【分析】根据 $f(x)$ 解析式代入即可求解.

【详解】因为 $f(x)=x^{\frac{2}{3}}+\log_2 x$，所以 $f(8)=4+3=7$.

故答案为：7

12. 【答案】$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$

【分析】根据焦点坐标可得 $c=4$，设出标准方程由离心率可得 $a=2\sqrt{2}$，计算出 $b^2=8$ 可得 C 的方程.

【详解】由题可知焦点在 x 轴上，可设双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，

且 $c=4$，又离心率为 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$，可得 $a=2\sqrt{2}$，

又 $c^2=a^2+b^2$，解得 $b^2=8$，

所以双曲线方程为 $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$.

故答案为：$\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{8}=1$.

13.【答案】 ①. 2^n（答案不唯一） ②. 3×2^n（答案不唯一）

【分析】根据等比数列以及递增数列的定义分析求解.

【详解】例如 $a_n=2^n,b_n=3\times 2^n$，显然$\{a_n\}$和$\{b_n\}$均为等比数列，

则 $a_n+b_n=2^n+3\times 2^n=2^{n+2}$，显然 $a_n+b_n>0$，

因为$\dfrac{a_{n+1}+b_{n+1}}{a_n+b_n}=\dfrac{2^{n+2}}{2^{n+1}}=2>1$，所以数列$\{a_n+b_n\}$是递增的等比数列.

故答案为：2^n（答案不唯一）；3×2^n（答案不唯一）.

14.【答案】 ①. 2（满足 $a>1$ 均可） ②. $(0,1)$

【分析】空 1：若函数是单调函数，分析可知：$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，根据分段函数单调性列式求解；

空 2：若函数存在极值，则$f(x)$在$\mathbf{R}$上不单调，直接取反空 1 的取值范围即可.

【详解】因为$a>0$且$a\neq 1$，若函数是单调函数，结合二次函数可知：$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，

则$\begin{cases} a>1 \\ \dfrac{1}{2a}\le 1 \\ a\le a \end{cases}$，解得$a>1$，例如$a=2$；

可知$f(x)$为连续不断函数，若函数存在极值，则$f(x)$在$\mathbf{R}$上不单调，

所以a的取值范围为$(0,1)$.

故答案为：2（满足$a>1$均可）；$(0,1)$.

15.【答案】①③④

【分析】对于①：根据单调性的性质分析判断；对于②：根据题意结合指数运算以及指数函数单调性分析判断；对于③④：整理可得$\left|f(x+1)-f(x)\right|=\dfrac{1}{e^x+1}-\dfrac{1}{e^{x+1}+1}$，构建$g(x)=\dfrac{1}{e^x+1}-\dfrac{1}{e^{x+1}+1}$，利用导数求$g(x)$的单调性和值域，进而逐项分析判断.

【详解】对于①：因为$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，

且$y=1+e^{-x}$在$\mathbf{R}$上单调递减，所以$f(x)$是R 上的增函数，故①正确；

对于②：因为$f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}>0$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，

则$\left|\dfrac{f(x+1)}{f(x)}\right|=\dfrac{f(x+1)}{f(x)}=\dfrac{\dfrac{1}{1+e^{-(x+1)}}}{\dfrac{1}{1+e^{-x}}}=\dfrac{e^{x+1}+e}{e^{x+1}+1}$，

令$\left|\dfrac{f(x+1)}{f(x)}\right|=\dfrac{e^{x+1}+e}{e^{x+1}+1}>e$，整理得$e^{x+1}>e^{x+2}$，

且$y=e^x$是R上的增函数，则$e^{x+1}<e^{x+2}$，即$e^{x+1}>e^{x+2}$无解，

所以不存在$x\in\mathbf{R}$，输入x会提示“可能出现梯度爆炸”，故②错误；

对于③④：因为$f(x)$是R上的增函数，则$f(x+1)>f(x)$，即$f(x+1)-f(x)>0$，

则$\left|f(x+1)-f(x)\right|=\dfrac{1}{1+e^{-(x+1)}}-\dfrac{1}{1+e^{-x}}=\dfrac{1}{e^x+1}-\dfrac{1}{e^{x+1}+1}$，

令$g(x)=\dfrac{1}{e^x+1}-\dfrac{1}{e^{x+1}+1}$，

则$g'(x)=-\dfrac{e^x}{\left(e^x+1\right)^2}+\dfrac{e^{x+1}}{\left(e^{x+1}+1\right)^2}=-\dfrac{e^x(e-1)\left(e^{2x+1}-1\right)}{\left(e^x+1\right)^2\left(e^{x+1}+1\right)^2}$，

令$h(x)=e^{2x+1}-1$，则$h(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，且$h\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$，

当$x>-\dfrac{1}{2}$时，$h(x)>0$，即$g'(x)<0$，可知$g(x)$在$\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$上单调递减；

当$x<-\dfrac{1}{2}$时，$h(x)<0$，即$g'(x)>0$，可知$g(x)$在$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$上单调递增；

则$g(x)\le g\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{e^{-\frac{1}{2}}+1}-\dfrac{1}{e^{\frac{1}{2}}+1}=\dfrac{\sqrt{e}-1}{\sqrt{e}+1}$，

且当x趋近于$+\infty$或$-\infty$时，$g(x)$趋近于0，

所以$g(x)$的值域为$\left(0,\dfrac{\sqrt{e}-1}{\sqrt{e}+1}\right]$，

所以对$\forall a>0,\exists x\in\mathrm{R}$，输入$x$会提示“可能出现梯度消失”，故④正确；

因为$g(x)$在$[5,+\infty)$上单调递减，则$g(x)\le g(5)=\dfrac{1}{e^5+1}-\dfrac{1}{e^6+1}$，

且$\dfrac{1}{e^5+1}-\dfrac{1}{e^6+1}-e^{-5}=-\dfrac{e^{10}+e^6+e^5+1}{e^5\left(e^5+1\right)\left(e^6+1\right)}<0$，即$g(x)<e^{-5}$对任意$x\geqslant 5$恒成立，

所以当$a=e^{-5}$时，$\forall x\ge 5$，输入x会提示“可能出现梯度消失”，故③正确；

故答案为：①③④.

【点睛】关键点睛：1.充分理解新定义的含义，根据定义分析判断；

2.再处理问题③④时，可以通过构建函数求单调性和值域，进而分析判断.

三、解答题共6小题，共85分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.【答案】（1）证明见解析

（2）$\frac{\sqrt{6}}{6}$

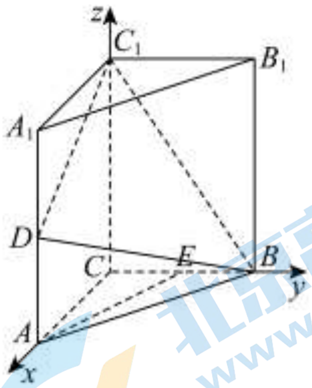
【分析】（1）根据题意，建立空间直角坐标系，利用空间向量的坐标运算即可证明线面平行.

（2）根据题意，利用空间向量的夹角的余弦表示，即可得到结果.

【小问 1 详解】

由 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直三棱柱，得 $C_1C\perp$ 平面 ABC，又 $\angle BCA=90^\circ$，

以 C 为原点，$\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CC_1}$ 分别为 x 轴，y 轴，z 轴的正半轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



不妨设 $AA_1=2$，

由题意可得：$C(0,0,0),A(1,0,0),C_1(0,0,2),B(0,1,0),D(1,0,1),E(0,\frac{1}{2},0)$，

于是 $\overrightarrow{AE}=(-1,\frac{1}{2},0)$，$\overrightarrow{C_1B}=(0,1,-2),\overrightarrow{C_1D}=(1,0,-1)$，

设平面 C_1BD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{C_1B}=y-2z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{C_1D}=x-z=0\end{cases}$，取 $z=1$，得 $\vec{n}=(1,2,1)$，

显然 $\overrightarrow{AE}\cdot\vec{n}=0$，即 $\overrightarrow{AE}//$ 平面 C_1BD，而 $AE\not\subset$ 平面 C_1BD，

所以 $AE//$ 平面 C_1BD.

【小问 2 详解】

由（1）可知，平面 C_1BD 的一个法向量为 $\vec{n}=(1,2,1)$，显然 x 轴垂直于平面 CC_1B，

不妨取其法向量为 $\vec{m}=(1,0,0)$，设二面角 $D-BC_1-C$ 所对应的平面角为 θ，

则 $|\cos\theta|=|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle|=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{1}{1\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

显然二面角 $D-BC_1-C$ 为锐二面角，则 $\cos\theta=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

即二面角 $D-BC_1-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

17.【答案】（1）$r=5$

（2）$x=3$或$20x-21y+150=0$

【分析】（1）求出圆的圆心$C\left(0,3a\right)$，由已知可得直线$2x-5y+15=0$经过圆心，代入即可得解；

（2）根据弦长求出圆心到直线距离，讨论直线的斜率是否存在，利用点到直线的距离公式即可求解.

【小问1详解】

因为圆C：$x^2+y^2-6ay-16=0$可化为$x^2+\left(y-3a\right)^2=9a^2+16$，

所以圆心为$C\left(0,3a\right)$，半径为$\sqrt{9a^2+16}$，

因为圆C上存在两点关于直线m：$2x-5y+15=0$对称，

则直线$2x-5y+15=0$经过圆心，

将$C\left(0,3a\right)$代入$2x-5y+15=0$，即$2\times0-5\times3a+15=0$，解得$a=1$，

此时圆C的标准方程为$x^2+\left(y-3\right)^2=25$，半径$r=5$.

【小问2详解】

依题意，设圆心$C\left(0,3\right)$到直线距离为d，因为$\left|PQ\right|=8$，

则$d=\sqrt{r^2-\left(\frac{\left|PQ\right|}{2}\right)^2}=\sqrt{25-4^2}=3$.

当直线l斜率不存在时，直线方程l为$x=3$，符合题意；

当直线l斜率存在时，设直线l方程为$y-10=k\left(x-3\right)$，即$kx-y-3k+10=0$，

所以圆心C到直线l的距离$d=\frac{\left|-3-3k+10\right|}{\sqrt{k^2+1}}=3$，解得$k=\frac{20}{21}$，

直线l的方程为$y-10=\frac{20}{21}\left(x-3\right)$，即$20x-21y+150=0$，

综上所述，直线l的方程为$x=3$或$20x-21y+150=0$.

18.【答案】（1）$\frac{2\pi}{3}$

（2）答案见解析

（3）游击手不能接到球，理由见解析

【分析】（1）根据题意利用正余弦定理分析求解；

（2）对于①：在$\triangle BCE$，利用余弦定理求得$c=2$，进而可得面积；对于②：根据（1）中边的关系分析可得$b=2$，进而可得面积；对于③：根据（1）中边的关系分析判断；

（3）根据题意结合$\sin15°$分析可得$AM<4DM$，进而可得结果.

【小问1详解】

因为$\sin A=\sqrt{3}\sin B$，由正弦定理可得$a=\sqrt{3}b$，

又因为$C=\frac{\pi}{6}$，

由余弦定理可得$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=3b^2+b^2-2\sqrt{3}b^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=b^2$，

即$c=b$，则$B=C=\frac{\pi}{6}$，所以$\angle BAC=\pi-(B+C)=\frac{2\pi}{3}$.

【小问 2 详解】

对于①：AB边上的中线长为$BE=\sqrt{7}$，

在$\triangle BCE$，由余弦定理得$BE^2=BC^2+CE^2-2BC\cdot CE\cdot\cos C$

即$\left(\sqrt{7}\right)^2=3b^2+\frac{b^2}{4}-2\times\sqrt{3}b\times\frac{b}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得$b=2$，

则$b=c=2,a=2\sqrt{3}$，

所以$\triangle ABC$的面积为$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$；

对于②：因为$a+b+c=\sqrt{3}b+b+b=4+2\sqrt{3}$，解得$b=2$，

则$b=c=2,a=2\sqrt{3}$，

所以$\triangle ABC$的面积为$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$；

对于③：若$c=\sqrt{2}b$，这与$b=c$相矛盾，不合题意；

【小问 3 详解】

游击手不能接到球，理由如下：

由题意可知：$AD\perp BC$，则$\frac{DM}{AM}=\sin\angle DAM=\sin15°$，

因为$\sin15°=\sin(60°-45°)=\sin60°\cos45°-\cos60°\sin45°=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}>\frac{1}{4}$，

即$\frac{DM}{AM}>\frac{1}{4}$，可得$AM<4DM$，所以游击手不能接到球.

19.【答案】(1) 椭圆E的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，离心率$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $(4,9)$

【分析】(1) 根据题意可得$a=2,b=1$，进而可求椭圆方程和离心率；

(2) 设$P(2\cos\theta,\sin\theta),\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，求出点$M$的坐标，再根据垂直求得$n=\frac{\sin\theta+9\cos\theta-1}{\cos\theta-\sin\theta+1}$，利用导数分析求解.

【小问 1 详解】

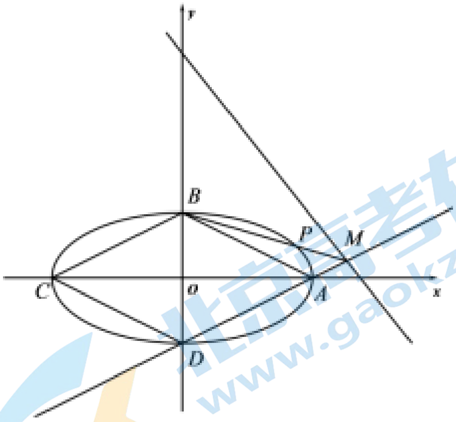
设椭圆 E 的半焦距为 $c>0$，

由题意可知：$a=2,b=1$，则 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$，

所以椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【小问 2 详解】

由（1）可知 $D(0,-1)$，则直线 AD 的方程 $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}=1$，即 $x-2y-2=0$，



设 $P(2\cos\theta,\sin\theta),\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

则直线 PB 的方程为 $y=\frac{\sin\theta-1}{2\cos\theta}x+1$，

联立方程 $\begin{cases}y=\frac{\sin\theta-1}{2\cos\theta}x+1\\x-2y-2=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\frac{4\cos\theta}{\cos\theta-\sin\theta+1}\\y=\frac{\sin\theta+\cos\theta-1}{\cos\theta-\sin\theta+1}\end{cases}$，

即 $M\left(\frac{4\cos\theta}{\cos\theta-\sin\theta+1},\frac{\sin\theta+\cos\theta-1}{\cos\theta-\sin\theta+1}\right)$，

又 $AD:x-2y-2=0$，可设点 M 且垂直于 BC 的直线方程为 $2x+y-n=0$，

代入点 M 可得 $\frac{8\cos\theta}{\cos\theta-\sin\theta+1}+\frac{\sin\theta+\cos\theta-1}{\cos\theta-\sin\theta+1}-n=0$，

解得 $n=\frac{\sin\theta+9\cos\theta-1}{\cos\theta-\sin\theta+1}=\frac{\tan\theta+9-\frac{1}{\cos\theta}}{1-\tan\theta+\frac{1}{\cos\theta}}=\frac{10}{1-\tan\theta+\frac{1}{\cos\theta}}-1$，

令 $f(\theta)=1-\tan\theta+\frac{1}{\cos\theta},\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

则 $f'(\theta)=-\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}=\frac{\sin\theta-1}{\cos^2\theta}<0$ 在 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上恒成立，

可知 $f\left(\theta\right)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减，可得 $f\left(\theta\right)<f\left(0\right)=2$，

且 $f\left(\theta\right)=1-\tan\theta+\frac{1}{\cos\theta}=1+\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}>1$，

则 $1<f\left(\theta\right)<2$，可得 $5<\frac{10}{f\left(\theta\right)}<10$，即 $n=\frac{10}{f\left(\theta\right)}-1\in\left(4,9\right)$，

所以 n 的取值范围为 $\left(4,9\right)$.

20.【答案】（1） $y=4x+2$

（2） $\left(1,+\infty\right)$

（3） $\left[2,+\infty\right)$

【分析】（1）求导，结合导数的几何意义分析求解；

（2）求导，分 $a>1,a=1,0<a<0$ 三种情况，结合导数与单调性和极值之间的关系分析求解；

（3）结合（2）中的单调性分析可知存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f\left(x_0\right)=e^{ax_0}\left(ax_0^2+2ax_0+2\right)\le 0$ 且 $a\ne 1$，结合二次函数分析求解.

【小问 1 详解】

因为 $f\left(x\right)=e^{ax}\left(ax^2+2ax+2\right)$

则 $f'\left(x\right)=ae^{ax}\left(ax^2+2ax+2\right)+e^{ax}\left(2ax+2a\right)=a\left(ax+2\right)\left(x+2\right)e^{ax}$，

若 $a=1$，可得 $f\left(0\right)=2,\ f'\left(0\right)=4a=4$，

即切点坐标为 $\left(0,2\right)$，切线斜率 $k=4$，

所以 $f\left(x\right)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=4x+2$.

【小问 2 详解】

由（1）可知：$f'\left(x\right)=a\left(ax+2\right)\left(x+2\right)e^{ax}$，

因为 $a>0$，令 $f'\left(x\right)=0$，解得 $x_1=-\frac{2}{a}$ 或 $x=-2$，

若 $a>1$，则 $-\frac{2}{a}>-2$，

令 $f'\ \ x\ \ >0$，解得 $x>-\frac{2}{a}$ 或 $x<-2$；令 $f'\left(x\right)<0$，解得 $-2<x<-\frac{2}{a}$；

则 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,-2\right),\left(-\frac{2}{a},+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-2,-\frac{2}{a}\right)$ 上单调递减，

所以 $x=2$ 为 $f\left(x\right)$ 的极大值点，符合题意；

若 $a=1$，则 $f'\left(x\right)=\left(x+2\right)^2e^x\ge 0$ 恒成立，

所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，无极值，不合题意；

若 $0<a<1$，则 $-\dfrac{2}{a}<-2$，

令 $f'(x)>0$，解得 $x>-2$ 或 $x<-\dfrac{2}{a}$；令 $f'(x)<0$，解得 $-\dfrac{2}{a}<x<-2$；

则 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,-\dfrac{2}{a}\right),(-2,+\infty)$ 上单调递增，在 $\left(-\dfrac{2}{a},-2\right)$ 上单调递减，

所以 $x=-2$ 为 $f(x)$ 的极小值点，不合题意；

综上所述：a 的取值范围 $(1,+\infty)$.

【小问 3 详解】

因为 $a>0$，可知：当 x 趋近于 $-\infty$ 时，$f(x)$ 趋近于 0，当 x 趋近于 $+\infty$ 时，$f(x)$ 趋近于 $+\infty$，

结合（2）中单调性可知：存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)=e^{ax_0}\left(ax_0^2+2ax_0+2\right)\le 0$ 且 $a\ne 1$，

即 $ax_0^2+2ax_0+2\le 0$ 且 $a\ne 1$，

则 $\begin{cases}a>0\\ a\ne 1\\ \Delta=4a^2-8a\ge 0\end{cases}$，解得 $a\ge 2$，

所以 a 的取值范围为 $[2,+\infty)$.

21.【答案】（1）$d(a,a)=0$，$d(a,b)=3$，$d(a,c)+d(b,c)=3$

（2）证明见解析　（3）证明见解析

【分析】（1）根据题意直接代入运算求解；

（2）对任意 $x=(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)\in T_5$，定义 $\overline{x}=(1-x_1,1-x_2,1-x_3,1-x_4,1-x_5)$，可得 $d(x,y)+d(\overline{x},y)=5$，结合“好 k 集”的定义分析证明；

（3）先证对于任意 $x\in U$，可知均存在 $y\in T_5$，使得 $d(x,y)=2$，对 T_{5k} 的以 T_5 为基础，结合定义分析证明.

【小问 1 详解】

因为 $\boldsymbol{a}=(1,0,1)$，$b=(0,1,0)$，$c=(0,1,1)$，

则 $d(a,a)=|1-1|+|0-0|+|1-1|=0$，$d(a,b)=|1-0|+|0-1|+|1-0|=3$，

$d(a,c)=|1-0|+|0-1|+|1-1|=2$，$d(b,c)=|0-0|+|1-1|+|0-1|=1$，

所以 $d(a,c)+d(b,c)=3$

【小问 2 详解】

对任意 $x=(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)\in T_5$，定义 $\overline{x}=(1-x_1,1-x_2,1-x_3,1-x_4,1-x_5)$，

对任意 $y=(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5)\in T_5$，

因为 $x_i,y_i\in\{0,1\},i\in\{1,2,3,4,5\}$，则 $|x_i-y_i|+|1-x_i-y_i|=1$，

可得 $d(x,y)+d(\overline{x},y)=5$，

对于任意 x,y，可得 $U=\{x,\overline{x}\}$ 有 2 个元素，

若 $d(x,y)\le 2$，则 $d(\overline{x},y)\ge 3$，满足"好 k 集"的定义；

若 $d(x,y)\ge 2$，则 $d(\overline{x},y)\le 2$，满足"好 k 集"的定义；

综上所述：$U=\{x,\overline{x}\}$ 为"好 k 集"，且 $d(x,\overline{x})=\sum_{i=1}^{5}|x_i-(1-x_i)|=5$，

即当 $k=1$ 时，存在"好 k 集"，且"好 k 集"中不同元素的距离为 5.

【小问 3 详解】

显然 $d(x,y)=d(y,x)$，

先证：当 $k=1$ 时，对任意的 $x\in T_5$，含有 x 的"好 k 集"只能是 $U=\{x,\overline{x}\}$，

反证：假设存在"好 k 集" $U=\{x,y\},y\ne\overline{x}$，

则对于任意 $z\in T_5$，可得 $d(x,z)\le 2,d(y,z)\le 2$，

则 $\overline{z}\in T_5$，可得 $d(x,\overline{z})\ge 3,d(y,\overline{z})\ge 3$，不满足"好 k 集"的定义，

例如 $x=(0,0,0,0,0)$，则 $\overline{x}=(1,1,1,1,1)$，可取 $y=(1,1,0,0,0)$，

则 $d(x,y)=2,d(\overline{x},y)=3$，即存在 $y\in T_5$，使得 $d(x,y)=2$，

结合 $|x_i-y_i|+|1-x_i-y_i|=1$ 可得：$d(x,y)$ 就相当于对 0，1 的顺序进行重组，

对于任意 $x\in U$，可知均存在 $y\in T_5$，使得 $d(x,y)=2$，

当 $k>1$ 时，对任意 $a=(a_1,a_2,\cdots,a_{5k})\in T_{5k}$，

定义 $a=(A_1,A_2,\cdots,A_k)$，其中 $A_i=(a_{5i-4},a_{5i-3},\cdots,a_{5i}),i\in\{1,2,\cdots,k\}$，

可知：对任意 $e,f\in T_{5k}$，其中 $e=(E_1,E_2,\cdots,E_k),f=(F_1,F_2,\cdots,F_k)$，

可知 $d(e,f)=d(E_1,F_1)+d(E_2,F_2)+\cdots+d(E_k,F_k)$，

反证：假设存在"好 k 集"，

则对任意 $b=(B_1,B_2,\cdots,B_k)\in T_{5k}$，以 b 为基础构建"好 k 集" U，

对任意 $c=(C_1,C_2,\cdots,C_k)\in T_{5k}$，

对任意的$i\in\{1,2,\cdots,k\}$，均有$d(B_i,C_i)\le 2$，与之对应的项只能是B_i和$\overline{B_i}$，

每个$i\in\{1,2,\cdots,k\}$均有2种选择，共有2^k种组合可能，

按照以上构建方法得到的元素$d=(D_1,D_2,\cdots,D_n)$，

可知对任意D_i，均存在Z_i，使得$d(d_i,Z_i)=2$，$i\in\{1,2,\cdots,k\}$，

所以必然存在$z=(Z_1,Z_2,\cdots,Z_k)\in T_{5k}$，

使得$d(z,b)=d(Z_1,D_1)+d(Z_2,D_2)+\cdots+d(Z_k,D_k)=2k>2$，

故假设不成立，所以当$k>1$时，“好k集”不存在.

【点睛】关键点睛：新定义问题要充分理解定义，可以通过举例和推理去理解定义，对于本题可以利用反证法来分析证明.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！