

# 2021 北京育英中学高一（上）期中

## 数 学

2021.11

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 设全集  $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ，集合  $M = \{2, 4, 5\}$ ， $N = \{3, 5, 7\}$ ，则  $N \cap (\complement_U M) =$  ( )

- A.  $\{5\}$       B.  $\{3, 7\}$       C.  $\{2, 3, 4, 5, 7\}$       D.  $\{2, 3, 4, 6, 7\}$

2. 已知命题  $P: \forall x \in N, x^3 \geq 1$ ，则命题  $P$  的否定为 ( )

- A.  $\forall x \in N, x^3 < 1$       B.  $\forall x \notin N, x^3 < 1$   
C.  $\exists x \in N, x^3 < 1$       D.  $\exists x \notin N, x^3 < 1$

3. 如果  $a > b$ ，那么下列不等式中正确的是 ( )

- A.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$       B.  $a^2 > b^2$   
C.  $a|c| > b|c|$       D.  $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$

4. 下列各组函数是同一函数的是 ( )

- A.  $y = \frac{|x|}{x}$  与  $y = 1$       B.  $y = \frac{x^2}{x}$  与  $y = x$   
C.  $y = \frac{x^3+x}{x^2+1}$  与  $y = x$       D.  $y = \sqrt{(x-1)^2}$  与  $y = x-1$

5. 定义在  $R$  上的偶函数  $f(x)$  满足：对任意的  $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$  ( $x_1 \neq x_2$ )，有  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$ 。

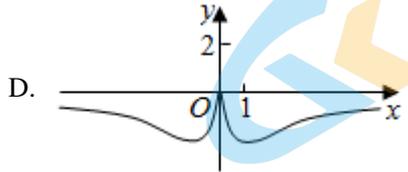
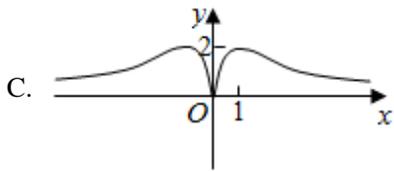
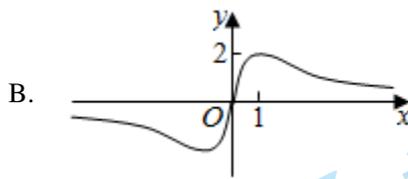
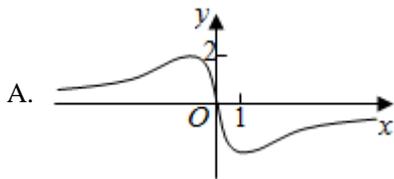
则 ( )

- A.  $f(3) < f(-2) < f(1)$       B.  $f(1) < f(-2) < f(3)$   
C.  $f(-2) < f(1) < f(3)$       D.  $f(3) < f(1) < f(-2)$

6. 已知函数  $f(x) = x^3 - 5x + 1$ ，则下列区间中一定包含  $f(x)$  零点的区间是 ( )

- A.  $(-2, -1)$       B.  $(-1, 0)$   
C.  $(0, 1)$       D.  $(1, 2)$

7. 函数  $y = \frac{4x}{x^2 + 1}$  的图像大致为 ( )



8. “ $a = -1$ ”是“函数  $f(x) = |x - a|$  在区间  $(-\infty, -1]$  上为减函数”的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件              D. 既不充分也不必要条件

9. 一元二次方程  $x^2 - 5x + 1 - m = 0$  的两根均大于 2, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, -5)$       B.  $[-\frac{21}{4}, +\infty)$       C.  $(-\frac{21}{4}, -5)$       D.  $[-\frac{21}{4}, -5]$

10. 若函数  $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + ax - 2, & x \leq 1, \\ x - 1, & x > 1 \end{cases}$  的值域为  $R$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, -4] \cup [5, +\infty)$       B.  $(-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$   
C.  $[-4, 5]$                               D.  $[-4, 4]$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 将答案填在题中横线上.)

11. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

12. 当  $x > 3$  时, 则  $y = x + \frac{4}{x-3}$  的最小值为\_\_\_\_\_, 当  $y$  取得最小值时  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 已知  $f(x-1) = x^2$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

14. 不等式  $\frac{6-x}{x+2} \leq 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

15. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$ , 则不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = -x^2 - 2x$ ,  $g(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{4x}, & x > 0, \\ x + 1, & x \leq 0. \end{cases}$

(1)  $g[f(1)] =$ \_\_\_\_\_.

(2) 若方程  $g[f(x)] = a$  有 4 个实数根, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.)

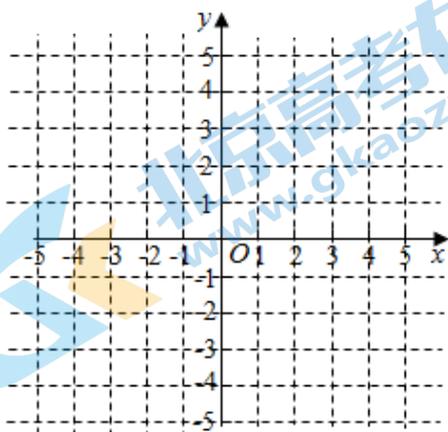
17. (本小题满分 8 分)

已知函数  $f(x) = x|x| - 2x$ .

(1) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性并证明;

(2) 用分段函数的形式表示函数  $f(x)$  的解析式, 并画出函数  $f(x)$  的图像;

(3) 写出函数  $f(x)$  的单调递增区间.



18. (本小题满分 10 分)

已知二次函数  $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 4$ .

(1) 若  $f(x)$  为偶函数, 求  $f(x)$  在  $[-1, 3]$  上的值域;

(2) 若  $f(x)$  在区间  $(-\infty, 2]$  上是减函数, 求实数  $a$  的取值范围;

(3) 若  $x \in [1, 2]$  时,  $f(x)$  的图像恒在直线  $y = ax$  的上方, 求实数  $a$  的取值范围.

19. (本小题满分 10 分)

已知定义在  $R$  上的奇函数  $f(x) = \frac{x+m}{x^2+1}, m \in R$ .

- (1) 求  $m$ ;
- (2) 用定义证明:  $f(x)$  在区间  $[1, +\infty)$  上单调递减;
- (3) 若实数  $a$  满足  $f(a^2 + 2a + 2) < \frac{2}{5}$ , 求  $a$  的取值范围.

20. (本小题满分 8 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x^2+m}{x} (1 \leq x \leq 4)$ , 且  $f(1) = 5$ .

- (1) 求实数  $m$  的值, 并求函数  $f(x)$  的值域;
- (2) 函数  $g(x) = ax - 1 (-2 \leq x \leq 2)$ , 若对任意  $x_1 \in [1, 4]$ , 总存在  $x_0 \in [-2, 2]$ , 使得  $g(x_0) = f(x_1)$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.