县（区）

校

级

名

证号

号

横线以内不许答题

文科数学

注意事项：

1. 本卷共 150 分，考试时间 120 分钟. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

3. 考试结束后，将本试题和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{-2,0,2\}$，$B=\{y \mid y=1+\sin\frac{\pi}{4}x, x\in A\}$，则集合 $A\cup B$ 的真子集的个数是 (　　)

A. 7　　B. 31　　C. 16　　D. 15

2. 某市中小学生人数和近视情况分别如图甲和图乙所示，为了解该地区中小学生近视形成的原因，现用分层抽样的方法抽取 5% 的学生进行调查，则样本容量和抽取的高中生近视人数分别为 (　　)

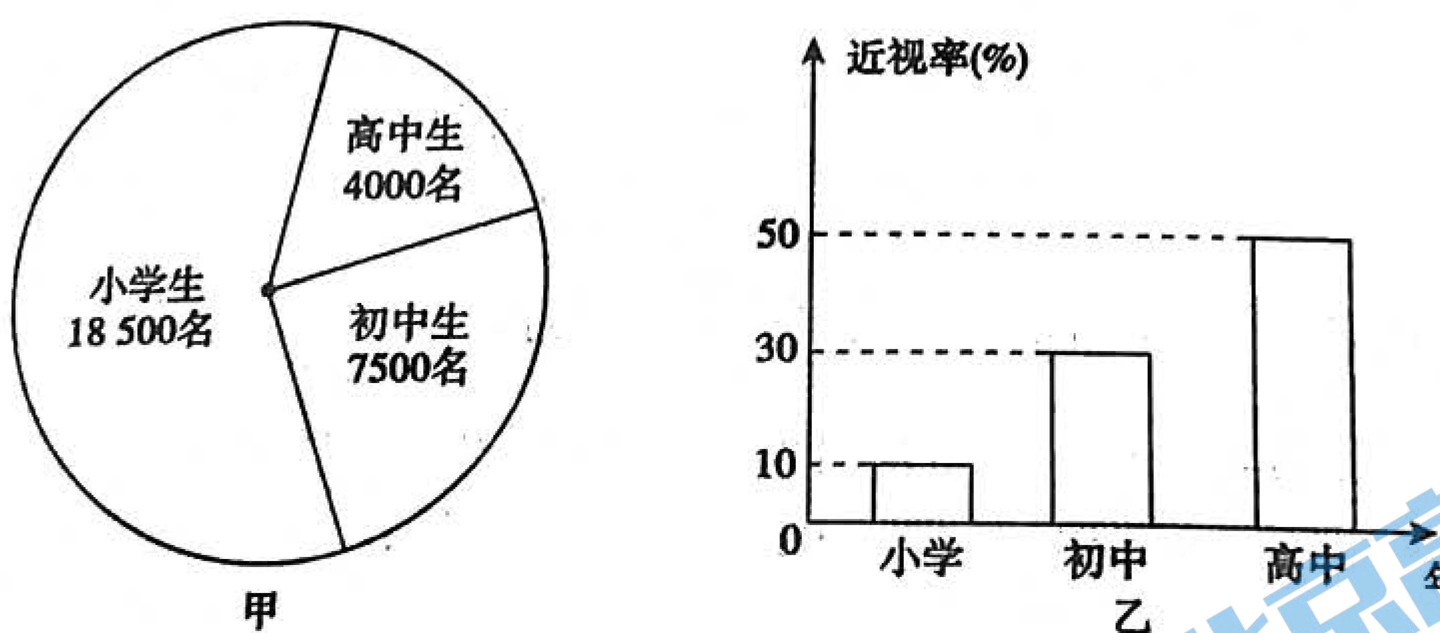


图 1

A. 750，100　　B. 1500，100　　C. 1500，120　　D. 750，120

3. 已知复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})^2 z=\frac{4}{|1+\mathrm{i}|}$（i 为虚数单位），则复数 $z-1$ 在复平面内对应的点所在的象限为 (　　)

A. 第二象限　　B. 第三象限　　C. 第四象限　　D. 第一象限

4. 设 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，若下列四条性质中只有三条是正确的，则错误的是 (　　)

A. $y=f(x)$ 为 $[0,+\infty)$ 上的减函数

B. $y=f(x)$ 为 $(-\infty,0]$ 上的增函数

C. $y=f(x+1)$ 为偶函数

D. $f(0)$ 不是函数的最大值

5. 从数字 1,2,3,4,5 中任取两个数,则这两个数的和是 2 的整数倍的概率为　(　　)

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{7}{10}$

6. 若等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前 n 项的和分别是 S_n 和 T_n,且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{n}{2n+1}$,则$\frac{a_6}{b_6}=$　(　　)

A. $\frac{12}{21}$　　B. $\frac{11}{23}$　　C. $\frac{6}{13}$　　D. $\frac{12}{23}$

7. 若 a,b,c,d 为实数,则下列命题正确的是　(　　)

A. 若 $a<b$,则 $a|c|<b|c|$

B. 若 $ac^2<bc^2$,则 $a<b$

C. 若 $a<b,c<d$,则 $a-c<b-d$

D. 若 $a<b,c<d$,则 $ac<bd$

8. "$\varphi=-\frac{\pi}{6}$"是"函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})(x\in\mathbf{R})$ 与函数 $g(x)=\cos(2x+\varphi)(x\in\mathbf{R})$ 为同一函数"的　(　　)

A. 既不充分也不必要条件

B. 充分必要条件

C. 必要而不充分条件

D. 充分而不必要条件

9. 如图 2 所示的程序框图中,若输入的 $x\in(-2,9)$,则输出的 $y\in$　(　　)

A. $[0,7)$

B. $(0,\frac{1}{7})$

C. $(0,7]$

D. $(0,7)$

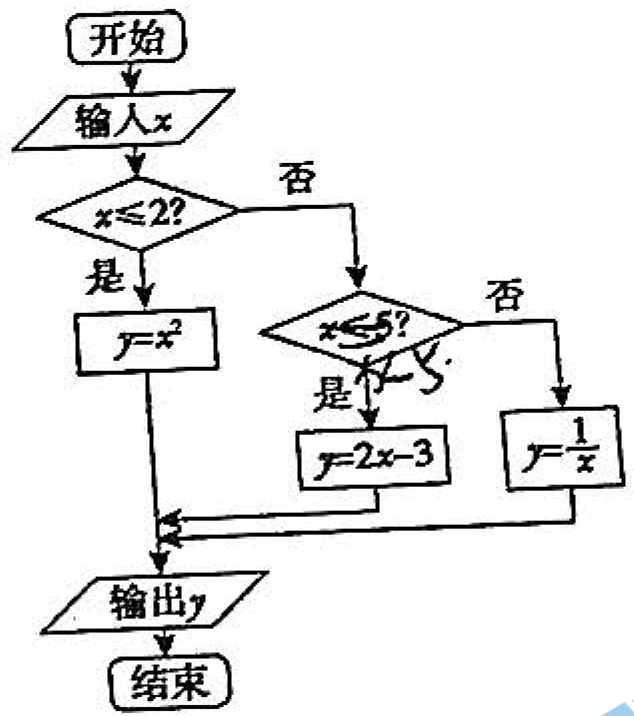


图 2

10. 已知 F_1,F_2 是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点,以 F_2 为圆心,a 为半径的圆与双曲线的一条渐近线交于 A,B 两点,若 $|AB|>\frac{|F_1F_2|}{3}$,则双曲线的离心率的取值范围是　(　　)

A. $(\sqrt{3},\frac{3\sqrt{5}}{5})$

B. $(\frac{3\sqrt{5}}{5},+\infty)$

C. $(1,\sqrt{3})$

D. $(1,\frac{3\sqrt{5}}{5})$

11. 已知 $f(x)=\begin{cases}2x-1(x>1)\\ \ln x(0<x\leqslant 1)\end{cases}$,则不等式 $f(3x-1)<f(2x+1)$ 的解集为　(　　)

A. $(0,2)$　　B. $(0,\frac{1}{3})$　　C. $(\frac{1}{3},2)$　　D. $(2,+\infty)$

12. 四面体 $D-ABC$ 内接于球 O,(O 为球心),$BC=2,AC=4,\angle ACB=60°$.若四面体 $D-ABC$ 体积的最大值为 4,则这个球的体积为　(　　)

A. $\frac{256\sqrt{3}}{27}\pi$　　B. $\frac{16\sqrt{3}}{9}\pi$　　C. 128π　　D. $\frac{128\sqrt{3}}{27}\pi$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若曲线在 $f(x)=mxe^x-n$ 在点$(1,f(1))$处的切线为 $y=ex$,则 $mn=$______.

14. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,满足 $\boldsymbol{b}^2=4\boldsymbol{a}^2$ 且 $\boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为______.

15. 设 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，S_3，S_9，S_6 成等差数列，且 $a_4+a_7=2a_n$，则 $n=$ ________.

16. 已知直线 $y=kx-1$ 与焦点在 x 轴上的椭圆 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{b}=1$ 总有公共点，则 b 的取值范围是 ________.

三、解答题：本大题共 7 小题，满分 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题(60 分)

17.(本小题满分 12 分)

某校开展党史知识竞赛. 现从参加竞赛活动的学生中随机抽取了 n 名学生，将他们的比赛成绩(满分为 100 分)分为 6 组：[40,50)，[50,60)，[60,70)，[70,80)，[80,90)，[90,100] 得到如图 3 所示的频率分布直方图.

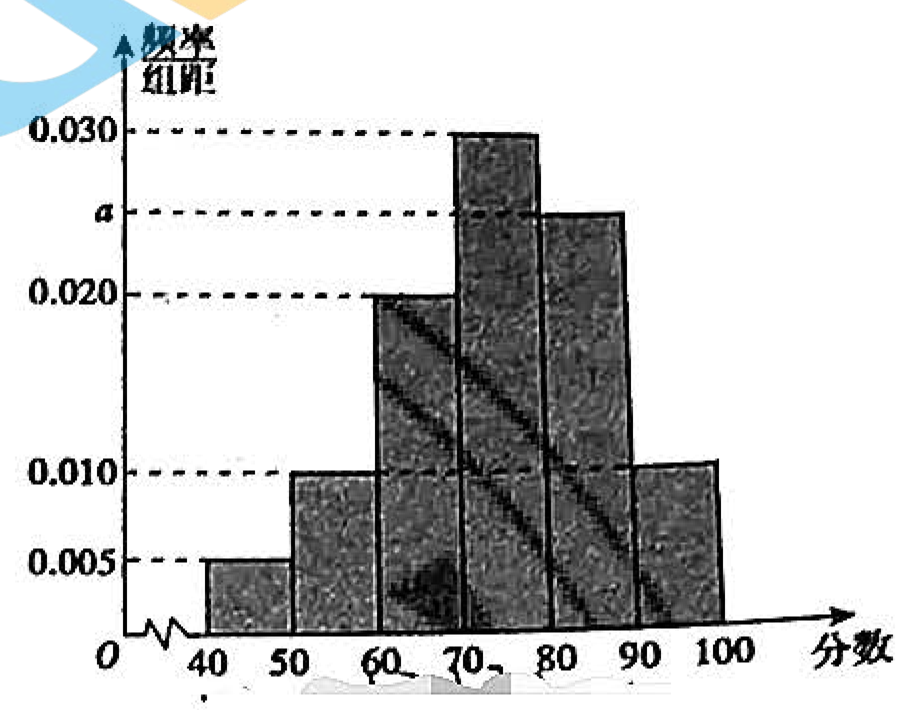


图 3

(1) 求 a 的值；

(2) 估计这 n 名学生的平均成绩(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)；

(3) 活动规定：竞赛成绩位于 60 分以下为不及格，不低于 80 分为“优秀”，若抽取的学生中成绩不及格的有 15 人. 请将下面的 2×2 列联表补充完整，并判断是否有 99.9% 的把握认为“比赛成绩是否优秀与性别有关”?

	优秀	不优秀	合计
男生		40	
女生			50
合计			

参考公式及数据：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18.(本小题满分 12 分)

已知锐角 $\triangle ABC$ 中，a,b,c 分别为内角 A,B,C 的对边，若 $\sin A\sin B\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}(\sin^2A+\sin^2B-\sin^2C)$.

(1) 求 $\sin C$；

(2) 若 $c=\sqrt{3}$ 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

如图 4，四棱锥 $E-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形. $AE \perp$ 平面 BCE，且 $AE = 2$.

(1) 求证：$AD \perp BE$.

(2) 线段 AD 上是否存在一点 F，使三棱锥 $C-BEF$ 的高 $h = \frac{12}{5}$？若存在，请求出 F 的位置；若不存在，请说明理由.

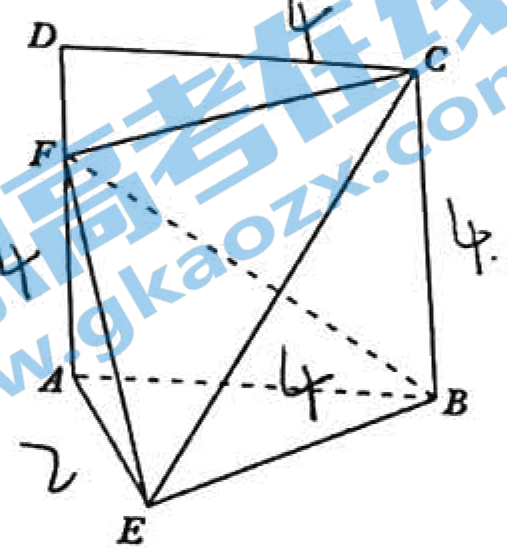


图 4

20.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 $x^2 = ay(a > 0)$，过点 $M(0,\frac{a}{2})$ 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2，设 l_1, l_2 分别与抛物线相交于 A,B 及 C,D 两点，当 A 点的横坐标为 2 时，抛物线在点 A 处的切线斜率为 1.

(1) 求抛物线的方程；

(2) 设线段 AB、CD 的中点分别为 E、F，O 为坐标原点，求证直线 EF 过定点.

21.（本小题满分 12 分）

函数 $f(x) = e^x + a\sin x, x \in (-\pi, +\infty)$.

(1) 求证：当 $a = 1$ 时，$f(x)$ 存在唯一极小值点 x_0，且 $-1 < f(x_0) < 0$；

(2) 当 $a \neq 0$ 时，设 $F(x) = \frac{f(x)}{ae^x} - \frac{1}{a}$，求 $F(x)$ 在 $(-\pi, +\infty)$ 的最小值.

(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）[选修 4－4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta - 2\cos\theta = 0$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程；

(2) 过点 $M(\frac{1}{2}, 0)$ 的直线 l 依次与两曲线交于 A,B,C,D 四点，且 $|AB| = |CD|$，求直线 l 的普通方程.

3.（本小题满分 10 分）[选修 4－5：不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |x - a| + |x - 3|$.

(1) 若 $a < 3$，且不等式 $f(x) < 5$ 的解集为 $\{x \mid \frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}\}$，求 a 的值；

(2) 如果对任意 $x \in \mathbf{R}$，$f(x) \geqslant 4$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

2022年陕西省高三教学质量检测试题(一)

文科数学参考答案

一、(60分)

1. D($\because B=\{0,1,2\},\therefore A\cup B=\{-2,0,1,2\}$,$A\cup B$的真子集的个数为$2^4-1=15$个.
故应选D.)

2. B(由题意样本容量为$(18500+7500+4000)\times 0.05=1500$,
抽取的高中生中近视人数为$4000\times 0.05\times 0.5=100$.
故应选B.)

3. B(由$(1+i)^2z=\dfrac{4}{|1+i|}$得$z=-\sqrt{2}i$,
$\therefore z-1=-1-\sqrt{2}i$,$\therefore$复数$z-1$在复平面内对应的点为$(-1,-\sqrt{2})$,
$\therefore$复数$z-1$在复平面内对应的点所在的象限为第三象限.
故应选B.)

4. A(由$y=f(x+1)$为偶函数得函数$y=f(x)$的图像关于$x=1$对称,
假设A、B正确,由此判断出C、D错误,与已知矛盾,由此判断答案A、B中一个正确一个错误,C、D正确.而A、C矛盾,由此确定A错误.
故应选A.)

5. A(基本事件为$(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5)$共10个,其中符合条件的基本事件为$(1,3),(1,5),(2,4),(3,5)$共4个,所求概率为$\dfrac{2}{5}$.
故应选A.)

6. B($\dfrac{a_6}{b_6}=\dfrac{\dfrac{a_1+a_{11}}{2}\times 11}{\dfrac{b_1+b_{11}}{2}\times 11}=\dfrac{S_{11}}{T_{11}}=\dfrac{11}{2\times 11+1}=\dfrac{11}{23}$.
故应选B.)

7. B(对于A选项,当$c=0$时,不符合,故A选项错误;
对于B选项,由于$ac^2<bc^2$,所以$c\neq 0$,所以$a<b$,所以B选项正确;
对于C选项,如$a=2,b=3,c=2,d=3$,但是$a-c=b-d$,所以C选项错误;
对于D选项,由于a,b,c,d的正负不确定,所以无法由$a<b,c<d$得出$ac<bd$,故D选项错误.
故应选B.)

8. D(若$\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$,则$g(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{6})=\sin(2x-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{2})=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$,即函数$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})(x\in\mathbf{R})$与函数$g(x)=\cos(2x+\varphi)(x\in\mathbf{R})$为同一函数,充分性成立;
若函数$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})(x\in\mathbf{R})$与$g(x)=\cos(2x+\varphi)(x\in\mathbf{R})$函数为同一函数,$\varphi$的值可以为$\dfrac{11\pi}{6}$,即两个函数为同一函数不能推出$\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$,必要性不成立.
故应选D.)

9. A(这是一个计算并输出函数值的程序框图,其中函数$f(x)=\begin{cases}x^2,(-2<x\leqslant 2)\\2x-3,(2<x\leqslant 5)\\\dfrac{1}{x},(5<x<9)\end{cases}$,
当$-2<x\leqslant 2$时,$0\leqslant y\leqslant 4$,
$2<x\leqslant 5$时,$1<y\leqslant 7$
$5<x<9$时,$\dfrac{1}{9}<y<\dfrac{1}{5}$
$\therefore 0\leqslant x\leqslant 7$.
故应选A.)

10. D(焦点$F_2(c,0)$到渐近线$y=\pm\dfrac{b}{a}x$的距离为$d=\dfrac{|cb|}{\sqrt{a^2+b^2}}=b$,
所以$|AB|=2\sqrt{a^2-b^2}$,
因为$|AB|>\dfrac{2c}{3}$,即$2\sqrt{a^2-b^2}>\dfrac{2c}{3}$,
$\therefore 9(a^2-b^2)>c^2$.解得$e^2<\dfrac{9}{5}$.
$\because e>1,\therefore 1<e<\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.
故应选D.)

11. C($\because f(x)=\begin{cases}2x-1(x>1)\\\ln x(0<x\leqslant 1)\end{cases}$,
当$0<x\leqslant 1$时,$f(x)=\ln x\leqslant 0$,且单调递增;
当$x>1$时,$f(x)=2x-1>1$,且单调递增,
所以$f(x)=\begin{cases}2x-1(x>1)\\\ln x(0<x\leqslant 1)\end{cases}$在$(0,+\infty)$单调递增,

不等式 $f(3x-1)<f(2x+1)$ 等价于，$0<3x-1<2x+1$，

解得 $\frac{1}{3}<x<2$.

故应选 C.）

12. A（在 $\triangle ABC$ 中，$\because BC=2, AC=4, \angle ACB=60°$，

$\therefore BA^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos\angle ACB=16+4-2\times4\times2\times\frac{1}{2}=12$，

$\therefore AC^2=AB^2+BC^2$，$\angle ABC=90°$.

$\therefore \triangle ABC$ 外接圆半径 $r=\frac{1}{2}AC=2$.

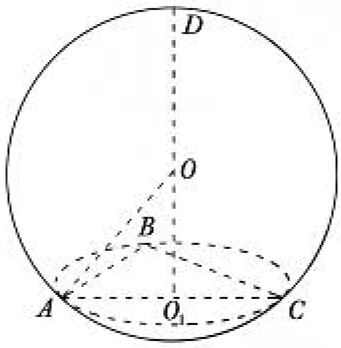
$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

设 AC 的中点为 O_1，则 O_1 为过 ABC 的截面圆的圆心，

$\because V_{D-ABC}$ 的最大值是 4，

$\therefore$ 点 D 到平面 ABC 的最大值为 $2\sqrt{3}$.

$\because$ 四面体 $D-ABC$ 内接于球 O，$\therefore$ 点 D 到平面 ABC 取得最大值时，点 D 为垂直于截面 ABC 的球的直径的一端点，此时 D,O,O_1 三点共线，设球的半径为 R（见图），



在三角形 AOO_1 中，$R^2=AO_1^2+OO_1^2$，即 $R^2=AO_1^2+(2\sqrt{3}-R)^2$，解得 $R=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

$V_{球O}=\frac{4\pi}{3}\times(\frac{4\sqrt{3}}{3})^3=\frac{256\sqrt{3}}{27}\pi$.

故应选 A.）

二、（20 分）

13. $-\frac{e}{4}$（将 $x=1$ 代入 $y=ex$，得切点为$(1,e)$，

$e=me-n$　①，

又 $f'(x)=me^x(x+1)$，

$f'(1)=2me=e$，$m=\frac{1}{2}$.

代入 ① 得 $n=-\frac{e}{2}$，$\therefore mn=-\frac{e}{4}$.）

14. π（$\because \boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，

$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{a}^2$.

又因为 $\boldsymbol{b}^2=4\boldsymbol{a}^2$，所以 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$，

设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{-2\boldsymbol{a}^2}{2|\boldsymbol{a}|^2}=-1$，

$\therefore \theta=\pi$.）

15. 10（由题知：$2S_9=S_3+S_6$，

当 $q=1$ 时，显然不成立，

当 $q\neq1$ 时，$2\times\frac{a_1(1-q^9)}{1-q}=\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}+\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}$，

整理得：$1+q^3=2q^6$.

$\therefore a_4+a_7=a_4(1+q^3)=2a_4q^6=2a_{10}$，故 $n=10$.）

16. $1\leqslant b<2$（由题意直线 $y=kx-1$ 恒过定点 $N(0,-1)$，

要使直线 $y=kx-1$ 与焦点在 x 轴上的椭圆 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{b}=1$ 总有公共点，

则只需要点 $N(0,-1)$ 在椭圆上或椭圆内，

$\therefore b\geqslant1$ 又焦点在 x 轴上，$\therefore b<2$.

$\therefore 1\leqslant b<2$.）

三、（70 分）

17. (1) 由题可得 $(0.005+0.010+0.020+0.030+a+0.010)\times10=1$，

解得 $a=0.025$. ………………………… 3 分

(2) 平均成绩为：$45\times0.05+55\times0.1+65\times0.2+75\times0.3+85\times0.25+95\times0.1=74$，

…………………………………………………… 6 分

(3) $\because$ 不及格的人数为 15 人，

$\therefore$ 抽取的总人数为 $n=\frac{15}{0.15}=100$，

$\therefore$ 比赛成绩优秀的有 $100\times0.35=35$ 人，

………………………………………… 8 分

由此可得完整的 2×2 列联表：

	优秀	非优秀	合计
男生	10	40	50
女生	25	25	50
合计	35	65	100

…………………………………………… 10 分

$\because K^2=\frac{100(10\times25-25\times40)^2}{35\times65\times50\times50}\approx9.890<10.828$.

$\therefore$ 没有 99.9% 的把握认为"比赛成绩是否优秀与性别有关". ………………………… 12 分

18. (1) $\because \sin A\sin B\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}(\sin^2A+\sin^2B-\sin^2C)$，

由正弦定理得 $ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}(a^2+b^2-c^2)$ 即 $ab\sin C=\sqrt{3}ab\cos C$. …………………… 2 分

$\therefore \tan C=\sqrt{3}$, …………………… 3 分

$\because C$ 为锐角，$\therefore C=\frac{\pi}{3}$, …………………… 4 分

$\therefore \sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. …………………… 5 分

(2) 由 $2R=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 得 $R=1$. ……………………………… 6 分

$\therefore \triangle ABC$ 得周长 $=a+b+c=2R(\sin A+\sin B+\sin C)=2(\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin A+\sin B)$. …7 分

$\sin A+\sin B=\sin A+\sin(\frac{2\pi}{3}-A)=\frac{3}{2}\sin A+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A=\sqrt{3}\sin(A+\frac{\pi}{6})$. …………… 8 分

$A\in(0,\frac{\pi}{2})$, $\frac{2\pi}{3}-A\in(0,\frac{\pi}{2})$,

所以 $A\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$, $A+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$, ……………………………… 9 分

所以 $\sin A+\sin B\in(\frac{3}{2},\sqrt{3}]$, ……… 11 分

$\therefore a+b+c=(3+\sqrt{3},3\sqrt{3}]$. …… 12 分

19. (1) $\because AE\perp$ 平面 BCE, $BC\subset$ 平面 BCE,

$\therefore AE\perp BC$. …………………… 2 分

又因为 $ABCD$ 是正方形，所以 $BC\perp AB$，因此 $BC\perp$ 平面 ABE. …………………… 3 分

$\because AD\parallel BC$, $\therefore AD\perp$ 平面 ABE,

$\therefore AD\perp BE$. …………………… 5 分

(2) $\because AE=2$, $AB=4$, $AE\perp BE$, $\therefore BE=2\sqrt{3}$. …………………… 6 分

假设线段 AD 上存在一点 F 满足题意.

$\because AE\perp$ 平面 BCE, $\therefore AE\perp BE$，由(1)知 $BE\perp AD$,

$\therefore BE\perp$ 平面 ADE, $\therefore BE\perp EF$. …… 8 分

$\therefore V_{C-BEF}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{12}{5}EF=\frac{4\sqrt{3}}{5}EF$. …………………… 9 分

$\because AD\parallel BC$, $AD\not\subset$ 平面 BCE, $BC\subseteq$ 平面 BCE, $\therefore AD\parallel$ 平面 BCE.

$\therefore$ 点 F 到平面 BCE 的距离与点 A 到平面 BCE 的距离相等. …………………… 10 分

$\because BC\perp BE$,

$\therefore V_{F-BCE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\times2=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

$\because V_{C-BEF}=V_{F-BCE}$，解得 $EF=\frac{10}{3}$. ……………………………… 11 分

$\because EF^2=AE^2+AF^2$, $\therefore AF=\sqrt{\frac{100}{9}-4}=\frac{8}{3}<4$.

$\therefore$ 点 F 存在且 $AF=\frac{8}{3}$. ………… 12 分

20. (1) $\because y'=\frac{2x}{a}$, …………………… 2 分

由题意得 $\frac{2\times2}{a}=1$,

$\therefore a=4$.

$\therefore$ 抛物线方程为 $x^2=4y$. ………… 4 分

(2) 由题意得直线 l_1,l_2 的斜率都存在且都不为零，设直线 AB 的方程为 $y=kx+2$ 代入 $x^2=4y$ 中得 $x^2-4kx-8=0$, …………… 6 分

设 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=4k$, $x_1x_2=-8$.

$\therefore y_1+y_2=k(x_1+x_2)+4=4k^2+4$.

$\therefore AB$ 中点 $E(2k,2k^2+2)$. ………… 8 分

$\because l_1\perp l_2$，同理可得 CD 的中点 $F(-\frac{2}{k},\frac{2}{k^2}+2)$. ……………………………… 9 分

$\therefore EF$ 的方程为：$y-(2k^2+2)=\frac{2k^2+2-(\frac{2}{k^2}+2)}{2k+\frac{2}{k}}(x-2k)$ 化简整理得 $y=(k-\frac{1}{k})x+4$. ……………………………… 11 分

$\therefore$ 直线 EF 恒过定点 $(0,4)$. ……… 12 分

21. (1) 当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x+\sin x$, $x\in(-\pi,+\infty)$, $f'(x)=e^x+\cos x$, $f''(x)=e^x-\sin x>0$ 恒成立，所以 $f'(x)$ 单调递增，……………………………… 1 分

又 $f'(-\frac{\pi}{2})=e^{-\frac{\pi}{2}}>0$, ………… 2 分

$f'(-\frac{3\pi}{4})=e^{-\frac{3\pi}{4}}+\cos(-\frac{3\pi}{4})=\frac{1}{e^{\frac{3\pi}{4}}}-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$(e^{\frac{3\pi}{4}})^2=e^{\frac{3\pi}{2}}>e>2$,

所以 $e^{\frac{3\pi}{4}}>\sqrt{2}$，即 $\frac{1}{e^{\frac{3\pi}{4}}}<\frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以 $f'(-\frac{3\pi}{4})<0$. ………………… 3 分

所以存在 $x_0\in(-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{2})$，使得 $f'(x_0)=0$，即 $e^{x_0}+\cos x_0=0$.

则在 $(-\pi,x_0)$ 上，$f'(x)<0$，在 $(x_0,+\infty)$ 上，$f'(x)>0$.

所以在$(-\pi,x_0)$上，$f(x)$单调递减，在$(x_0,+\infty)$上，$f(x)$单调递增.

所以$f(x)$存在唯一的极小值点x_0. ······ ······ 4分

$f(x_0)=e^{x_0}+\sin x_0=\sin x_0-\cos x_0=\sqrt{2}\sin(x_0-\frac{\pi}{4})$，

$x_0\in(-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{2})$，则$x_0-\frac{\pi}{4}\in(-\pi,-\frac{3\pi}{4})$，$\therefore f(x_0)=\sqrt{2}\sin(x_0-\frac{\pi}{4})\in(-1,0)$.

······ 5分

(2)$\because F(x)=\frac{f(x)}{ae^x}-\frac{1}{a}=\frac{e^x+a\sin x}{ae^x}-\frac{1}{a}=\frac{\sin x}{e^x}$， ······ 6分

$F'(x)=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}=\frac{-\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})}{e^x}$，

令$F'(x)=0$，得$x=k\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\geqslant -1$，$k\in\mathbf{Z}$.

······ 7分

由函数$y=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$的图像性质可知：

$x\in(\frac{\pi}{4}+2k\pi,2k\pi+\frac{5\pi}{4})$时，$\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})>0$，$F(x)$单调递减.

$x\in(\frac{5\pi}{4}+2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{4}+2\pi)$时，$\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})<0$，$F(x)$单调递增. ······ 8分

所以$x=2k\pi+\frac{5\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，$k\geqslant -1$时，$F(x)$取得极小值，

即当$x=-\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\cdots$时$F(x)$取得极小值，

······ 9分

又$\frac{\sin(-\frac{3\pi}{4})}{e^{-\frac{3\pi}{4}}}<\frac{\sin(\frac{5\pi}{4})}{e^{\frac{5\pi}{4}}}<\cdots<0$，

即$F(-\frac{3\pi}{4})<F(\frac{5\pi}{4})<\cdots<0$， ··· 10分

又因为在$(-\pi,-\frac{3\pi}{4})$上$F(x)$单调递减，所以$F(x)\geqslant F(-\frac{3\pi}{4})=-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3\pi}{4}}$ ······ 11分

$\therefore x\in(-\pi,+\infty)$时，$F(x)\geqslant -\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3\pi}{4}}$

$\therefore F(x)$的最小值为$-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3\pi}{4}}$. ······ 12分

22. (1)由曲线c_1的参数方程为$\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$为参数)，

消去参数，可得曲线c的普通方程$(x-1)^2+y^2=1$， ······ 2分

由$\rho\sin^2\theta-2\cos\theta=0$，两边同乘$\rho$得$\rho^2\sin^2\theta-2\rho\cos\theta=0$，

将$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$，$\rho^2=x^2+y^2$代入上式得$y^2=2x$. ······ 4分

(2)由已知可设直线l的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{1}{2}+t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$为参数，$0\leqslant\alpha<\pi$)，········

······ 5分

将l的参数方程代入曲线$(x-1)^2+y^2=1$，整理得$t^2-t\cos\alpha-\frac{3}{4}=0$，

设A，D所对参数分别为t_A，t_D，，则$t_A+t_D=\cos\alpha$， ······ 6分

同理将l的参数方程代入曲线$y^2=2x$，整理得$t^2\sin\alpha-2t\cos\alpha-1=0$，

设B，C所对参数分别为t_B，t_C，

因为$\sin\alpha\neq 0$，则$t_B+t_C=\frac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$， ··· 7分

$\because |AB|=|CD|$，

$\therefore t_A+t_D=t_B+t_C$，

即$\cos\alpha=\frac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$. ······ 8分

当$\cos\alpha=0$时$\alpha=\frac{\pi}{2}$此时直线方程为$x=1$，

$\cos\alpha\neq 0$时，$\sin^2\alpha=2$，α不存在，

$\therefore$所求直线方程为$x=1$. ······ 10分

23. (1)若$a<3$，则$f(x)=|x-a|+|x-3|=\begin{cases}2x-a-3(x>3)\\3-a(a\leqslant x\leqslant 3)\\-2x+a+3(x<a)\end{cases}$， ······ 2分

因为不等式$f(x)<5$的解集为$\{x|-\frac{3}{2}<x<\frac{7}{2}\}$，

所以当$x=\frac{7}{2}$时，$f(x)=2x-a-3=4-a=5$，

解得$a=-1$； ······ 5分

(2)$\because f(x)=|x-a|+|x-3|\geqslant|x-a-(x-3)|=|3-a|\geqslant 4$， ······ 8分

$\therefore 3-a\geqslant 4$或$3-a\leqslant -4$. ······ 9分

解得$a\leqslant -1$或$a\geqslant 7$. ······ 10分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。