丰台区 2018 年高三年级第二学期综合练习（一）

数　学（理科）

2018. 03

（本试卷满分共 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。

2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整、字迹清楚。

3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷、草稿纸上答题无效。

4. 请保持答题卡卡面清洁，不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分　（选择题　共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知全集 $U=\{x\,|\,x<5\}$，集合 $A=\{x\,|\,x-2\le 0\}$，则 $\complement_U A=$

(A) $\{x\,|\,x\le 2\}$　　(B) $\{x\,|\,x>2\}$

(C) $\{x\,|\,2<x<5\}$　　(D) $\{x\,|\,2\le x<5\}$

（2）已知命题 p：$\exists x<1$，$x^2\le 1$，则 $\neg p$ 为

(A) $\forall x\ge 1$，$x^2>1$　　(B) $\exists x<1$，$x^2>1$

(C) $\forall x<1$，$x^2>1$　　(D) $\exists x\ge 1$，$x^2>1$

（3）设不等式组 $\begin{cases} x-2y+2\le 0, \\ x-y+2\ge 0, \\ x\ge 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为 Ω，则

(A) 原点 O 在 Ω 内

(B) Ω 的面积是 1

(C) Ω 内的点到 y 轴的距离有最大值

(D) 若点 $P(x_0,y_0)\in\Omega$，则 $x_0+y_0\ne 0$

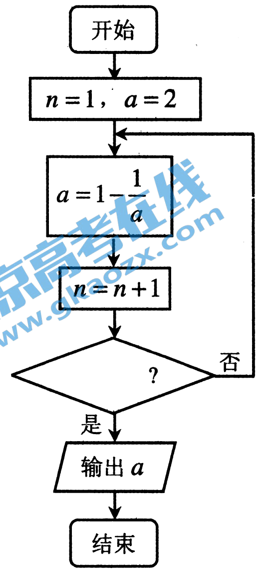
（4）执行如图所示的程序框图，如果输出的 $a=2$，那么判断框中填入的条件可以是

(A) $n \geq 5$

(B) $n \geq 6$

(C) $n \geq 7$

(D) $n \geq 8$



（5）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+\cos\alpha, \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数）．若以射线 Ox 为极轴建立极坐标系，则曲线 C 的极坐标方程为

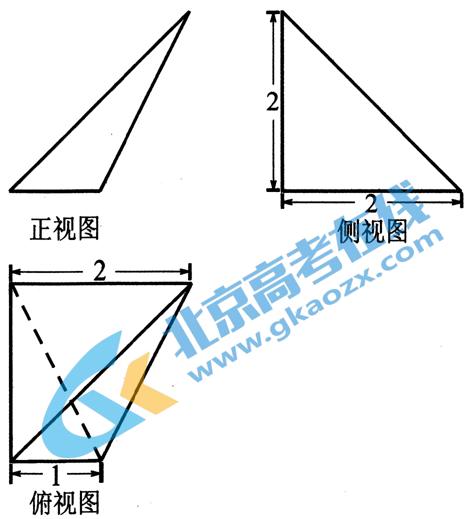
(A) $\rho=\sin\theta$　　(B) $\rho=2\sin\theta$

(C) $\rho=\cos\theta$　　(D) $\rho=2\cos\theta$

（6）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为

(A) $\frac{2}{3}$　　(B) $\frac{4}{3}$

(C) 2　　(D) $\frac{8}{3}$



（7）某学校为了弘扬中华传统“孝”文化，共评选出2位男生和2位女生为校园“孝”之星，现将他们的照片展示在宣传栏中，要求同性别的同学不能相邻，不同的排法种数为

(A) 4　　(B) 8

(C) 12　　(D) 24

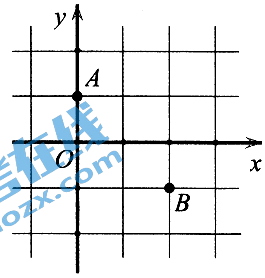
（8）设函数 $f(x)=\sin(4x+\frac{\pi}{4})\ (x\in[0,\frac{9\pi}{16}])$，若函数 $y=f(x)+a\ (a\in\mathbf{R})$ 恰有三个零点 x_1，x_2，x_3 $(x_1<x_2<x_3)$，则 $x_1+x_2+x_3$ 的取值范围是

(A) $[\frac{5\pi}{8},\frac{11\pi}{16})$　　(B) $(\frac{5\pi}{8},\frac{11\pi}{16}]$　　(C) $[\frac{7\pi}{8},\frac{15\pi}{16})$　　(D) $(\frac{7\pi}{8},\frac{15\pi}{16}]$

第二部分　（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（9）如图所示，在复平面内，网格中的每个小正方形的边长都为 1，点 A，B 对应的复数分别是 z_1，z_2，则 $\dfrac{z_2}{z_1}=$____.

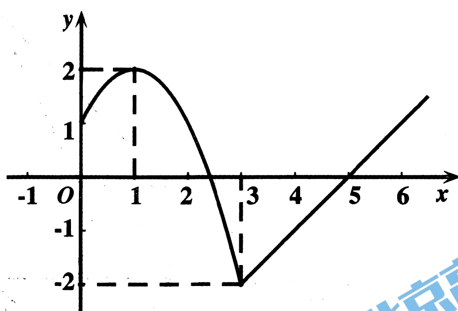


（10）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2+n$，则 $a_3+a_4=$____.

（11）已知抛物线 M 的开口向下，其焦点是双曲线 $\dfrac{y^2}{3}-x^2=1$ 的一个焦点，则 M 的标准方程为____.

（12）在△ ABC 中，$a=2$，$c=4$，且 $3\sin A=2\sin B$，则 $\cos C=$____.

（13）函数 $y=f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数，当 $x\geq 0$ 时，函数 $f(x)$ 的图象是由一段抛物线和一条射线组成（如图所示）.



①当 $x\in[-1,1]$ 时，y 的取值范围是____;

②如果对任意 $x\in[a,b](b<0)$，都有 $y\in[-2,1]$，那么 b 的最大值是____.

（14）已知 C 是平面 ABD 上一点，$AB\perp AD$，$CB=CD=1$.

①若 $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=$____;

②若 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，则 $|\overrightarrow{AP}|$ 的最小值为____.

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（15）（本小题共 13 分）

已知函数 $f(x)=2\cos^2 x\,(\dfrac{\sin x}{\cos x}+1)-1$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调递减区间.

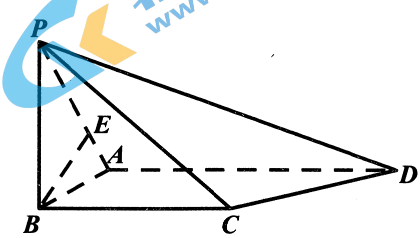
（16）（本小题共 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$AB\perp BC$，$AD/\!/BC$，$AD=3$，$PA=BC=2AB=2$，$PB=\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求证：$BC\perp PB$；

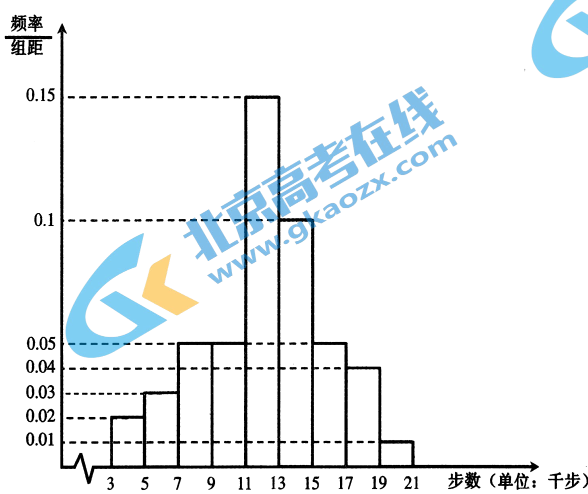
（Ⅱ）求二面角 $P-CD-A$ 的余弦值；

（Ⅲ）若点 E 在棱 PA 上，且 $BE/\!/$ 平面 PCD，求线段 BE 的长.



（17）（本小题共 13 分）

某地区工会利用“健步行 APP”开展健步走积分奖励活动. 会员每天走 5 千步可获积分 30 分（不足 5 千步不积分），每多走 2 千步再积 20 分（不足 2 千步不积分）. 记年龄不超过 40 岁的会员为 A 类会员，年龄大于 40 岁的会员为 B 类会员．为了解会员的健步走情况，工会从 A，B 两类会员中各随机抽取 m 名会员，统计了某天他们健步走的步数，并将样本数据分为 $[3,5)$，$[5,7)$，$[7,9)$，$[9,11)$，$[11,13)$，$[13,15)$，$[15,17)$，$[17,19)$，$[19,21]$ 九组，将抽取的 A 类会员的样本数据绘制成频率分布直方图，B 类会员的样本数据绘制成频率分布表（如下所示）.



分组	频数	频率
$[3,5)$	10	0.01
$[5,7)$	20	0.02
$[7,9)$	20	0.02
$[9,11)$	30	0.03
$[11,13)$	a	b
$[13,15)$	200	0.2
$[15,17)$	n	0.2
$[17,19)$	100	c
$[19,21]$	20	0.02
合计	m	1.00

（Ⅰ）求 m 和 a 的值；

（Ⅱ）从该地区 A 类会员中随机抽取 3 名，设这 3 名会员中健步走的步数在 13 千步以上（含 13 千步）的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）设该地区 A 类会员和 B 类会员的平均积分分别为 $\overline{X_1}$ 和 $\overline{X_2}$，试比较 $\overline{X_1}$ 和 $\overline{X_2}$ 的大小（只需写出结论）.

（18）（本小题共 13 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-a(\ln x+1)(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若函数 $y=f(x)$ 在 $(\frac{1}{2},1)$ 上有极值，求 a 的取值范围.

（19）（本小题共 14 分）

已知点 $P(1,\frac{3}{2})$ 在椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 上，$F(1,0)$ 是椭圆的一个焦点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）椭圆 C 上不与 P 点重合的两点 D，E 关于原点 O 对称，直线 PD，PE 分别交 y 轴于 M，N 两点．求证：以 MN 为直径的圆被直线 $y=\frac{3}{2}$ 截得的弦长是定值.

（20）（本小题共 13 分）

已知无穷数列 $\{a_n\}(a_n\in\mathbf{Z})$ 的前 n 项和为 S_n，记 S_1，S_2，…，S_n 中奇数的个数为 b_n.

（Ⅰ）若 $a_n=n$，请写出数列 $\{b_n\}$ 的前 5 项；

（Ⅱ）求证："a_1 为奇数，$a_i(i=2,3,4,\cdots)$ 为偶数"是"数列 $\{b_n\}$ 是单调递增数列"的充分不必要条件；

（Ⅲ）若 $a_i=b_i$，$i=1,2,3,\cdots$，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）