2024北京北师大附中初三（下）开学考

数　　学

考生须知

1．本试卷有四道大题，共 6 页．考试时长 60 分钟，满分 110 分．

2．请将答案填写在答题纸相应位置，在试卷上作答无效．

3．考试结束后，考生应将答题纸交回．

4．禁用铅笔做答．禁用涂改液、胶带修改答案．

一、选择题（每小题 3 分）

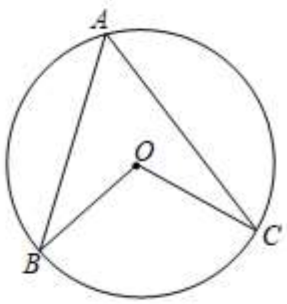
1. 1.2023 年 5 月 30 日神舟十六号载人飞船发射取得圆满成功，此次任务是我国载人航天工程进入空间站应用与发展阶段的首次载人飞行任务．下列有关航天的 4 个图标图案中是中心对称图形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 抛物线 $y=(x-1)^2-2$ 的顶点坐标是（　）

A. $(1,2)$　B. $1,-2$　C. $-1,2$　D. $(-1,-2)$

3. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，$\angle BAC=54°$，则 $\angle BOC$ 的度数为（　）



A. 27°　B. 108°　C. 116°　D. 128°

4. 下列事件中，为必然事件的是（　）

A. 明年农历“大雪”节气那天下雪

B. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

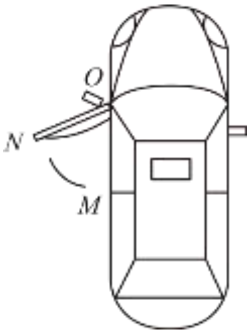
C. 不在同一条直线上的三个点确定一个圆

D. 掷一枚正方体骰子，向上一面的点数是 7

5. 若一元二次方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是（　）

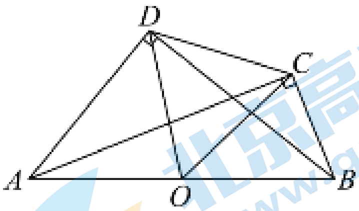
A. 2　B. ± 2　C. ± 8　D. $\pm 2\sqrt{2}$

6. 如图，某汽车车门的底边长为1m，车门侧开后的最大角度为72°，若将一扇车门侧开，则这扇车门底边扫过区域的最大面积是（　）



A. $\dfrac{\pi}{10}\text{m}^2$　　B. $\dfrac{\pi}{5}\text{m}^2$　　C. $\dfrac{2\pi}{5}\text{m}^2$　　D. $\dfrac{4\pi}{5}\text{m}^2$

7. 如图，点 O 为线段 AB 的中点，$\angle ACB=\angle ADB=90°$，连接 OC，OD．则下面结论不一定成立的是（　）



A. $OC=OD$　　B. $\angle BDC=\angle BAC$

C. $\angle BCD+\angle BAD=180°$　　D. AC 平分 $\angle BAD$

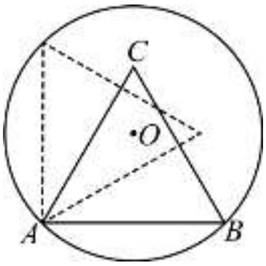
8. 如图，等边三角形 ABC 的边长为 2，点 A，B 在 $\odot O$ 上，点 C 在 $\odot O$ 内，$\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$．

将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转，在旋转过程中得到两个结论：

①当点 C 第一次落在 $\odot O$ 上时，旋转角为 $30°$；

②当 AC 第一次与 $\odot O$ 相切时，旋转角为 $60°$．

则结论正确的是（　）



A. ①　　B. ②　　C. ①②　　D. 均不正确

二、填空题（每小题 3 分）

9. 方程 $x^2-x=0$ 的解是__________.

10. 若一元二次方程 $x^2+6x-1=0$ 经过配方，变形为 $(x+3)^2=n$ 的形式，则 n 的值为_______.

11. 为了解某品种小麦的发芽率，某农业合作小组在相同条件下对该小麦做发芽试验，试验数据如下表：

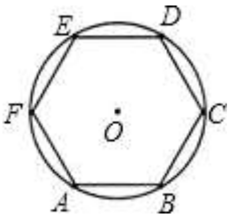
种子个数 n	5	50	100	200	500	1000	2000	3000

发芽种子个数 m	4	44	92	189	476	951	1898	2851
发芽种子频率 $\frac{m}{n}$	0.800	0.880	0.920	0.945	0.952	0.951	0.949	0.950

（1）估计该品种小麦在相同条件下发芽的概率为________（结果保留两位小数）；

（2）若在相同条件下播种该品种小麦10000个，则约有_______个能发芽．

12. 如图，已知正六边形 ABCDEF 的外接圆半径为 2cm，则正六边形的边心距是__________cm．



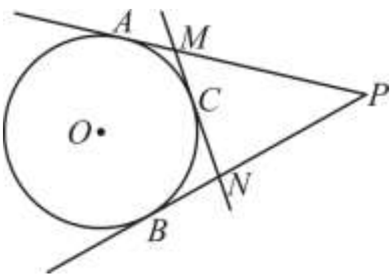
13. 已知二次函数 $y=x^2+bx$，当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大．写出一个满足题意的 b 的值为______．

14. 在关于 x 的二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中，自变量 x 可以取任意实数，下表是自变量 x 与函数 y 的几组对应值：

x	…	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…	−1.15	−2.45	−2.75	−2.05	−0.35	2.35	6.05	…

根据以上信息，关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两个实数根中，其中的一个根约等于______（结果保留小数点后一位小数）．

15. 如图，PA，PB 分别与⊙O 相切于点 A，B，点 C 为劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 上的点，过点 C 的切线分别交 PA，PB 于点 M，N．若 $PA=8$，则△PMN 的周长为______．

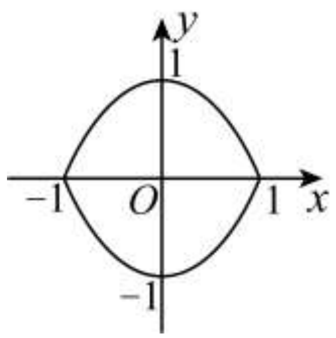


16. 平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y=x^2-1$ 在 x 轴和 x 轴下方的部分记作 G_1，将 G_1 沿 x 轴翻折记作 G_2，G_1 和 G_2 构成的图形记作 G．关于图形 G，如图所示，以下三个结论中，正确的序号是______．

①图形 G 关于原点对称；

②图形 G 关于直线 $y=x$ 对称；

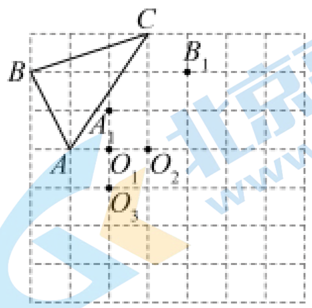
③图形 G 的面积为 S，满足 $2<S<\pi$．



三、解答题（本大题 7 道题，共 52 分）

17. 解方程：$x^2-4x-1=0$.

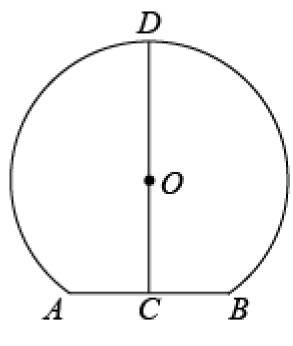
18. 如图，$\triangle ABC$ 绕某点按一定方向旋转一定角度后得到$\triangle A_1B_1C_1$，点 A，B，C 分别对应点 A_1，B_1，C_1.



（1）在图中画出$\triangle A_1B_1C_1$；

（2）$\triangle A_1B_1C_1$是以点______（填"O_1"，"O_2"或"O_3"）为旋转中心，将$\triangle ABC$ ______时针旋转______度得到的.

19. 圆形拱门屏风是中国古代家庭中常见的装饰隔断，既美观又实用，彰显出中国元素的韵味，如图，是一款拱门的示意图，其中拱门最下端 $AB=18$ 分米，C 为 AB 的中点，D 为拱门最高点，圆心 O 在线段 CD 上，$CD=27$ 分米，求拱门所在圆的半径.



20. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象过点 $A(3,3)$.

（1）求该二次函数的解析式；

（2）用描点法画出该二次函数的图象；

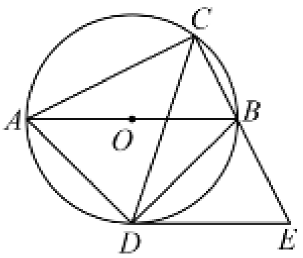
（3）当$0<x<3$时，对于 x 的每一个值，都有 $kx>x^2+bx$，直接写出 k 的取值范围.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+m-1=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若该方程两个实数根的和为3，求 m 的值.

22. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，$\angle ACB$ 的平分线 CD 交 $\odot O$ 于点 D，过点 D 作 $DE \parallel AB$，交 CB 的延长线于点 E.



（1）求证：直线 DE 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $\angle BAC = 30°$，$BC = 2\sqrt{2}$. 求 CD 的长.

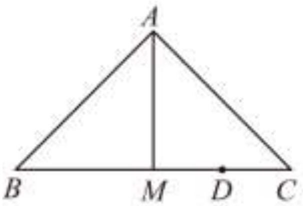
23. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(m+2,\ y_1)$，$(6,\ y_2)$ 为抛物线 $y = x^2 - 2mx + n$ 上两个不同的点.

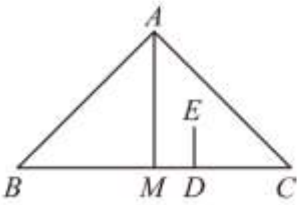
（1）求抛物线的对称轴（用含 m 的式子表示）；

（2）若 $y_1 < n < y_2$，求 m 的取值范围.

四、选做题（本题10分）

24. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，$\angle BAC = 90°$，点 M 为 BC 的中点，连接 AM，点 D 为线段 CM 上一动点，过点 D 作 $DE \perp BC$，且 $DE = DM$，（点 E 在 BC 的上方），连接 AE，过点 E 作 AE 的垂线交 BC 边于点 F.





（1）如图1，当点 D 为 CM 的中点时，

①依题意补全图形；

②直接写出 BF 和 DE 的数量关系为______；

（2）当点 D 在图2的位置时，用等式表示线段 BF 和 DE 之间的数量关系，并证明.

参考答案

一、选择题（每小题 3 分）

1.【答案】C

【分析】本题考查的是中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身重合．根据中心对称图形的概念判断．把一个图形绕某一点旋转 180 度，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形．

【详解】解：选项 A、B、D 不都能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形．

选项 C 能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后与原来的图形重合，所以是中心对称图形．

故选：C．

2.【答案】B

【分析】本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系．根据 $y=a\left(x-h\right)^2+k$ 的顶点坐标为 (h,k) 求解．

【详解】解：抛物线 $y=\left(x-1\right)^2-2$ 的顶点坐标为 $(1,-2)$，

故选：B．

3.【答案】B

【分析】直接利用圆周角定理即可得．

【详解】解：$\because \angle BAC=54°$，

$\therefore$ 由圆周角定理得：$\angle BOC=2\angle BAC=108°$，

故选：B．

【点睛】本题考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解题关键．

4.【答案】C

【分析】本题考查事件的分类，正确掌握各事件的定义即可解题．

【详解】解：A、明年农历“大雪”节气那天下雪为随机事件，不符合题意．

B、经过有交通信号灯的路口，遇到红灯为随机事件，不符合题意．

C、不在同一条直线上的三个点确定一个圆为必然事件，符合题意．

D、掷一枚正方体骰子，向上一面的点数是 7 为不可能事件，不符合题意．

故选：C．

5.【答案】B

【分析】根据一元二次方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个相等的实数根，得出 $\Delta=m^2-4=0$，解关于 m 的方程，即可得出答案．

【详解】解：$\because$ 一元二次方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta=m^2-4=0$，

解得：$m=\pm2$，故 B 正确．

故选：B．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程根的判别式，解题的关键是熟练掌握一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$，当$\Delta=0$时方程有两个相等的实数解，$\Delta<0$时，无实数解，$\Delta>0$时，有两个不相等的实数解．

6.【答案】B

【分析】本题考查扇形的面积．根据这扇车门底边扫过的区域是扇形，求出扇形的半径和圆心角，然后由扇形的面积公式计算即可．

【详解】解：根据题意这扇车门底边扫过的区域是扇形，

其中扇形的半径为$1\mathrm{m}$，圆心角最大角度为$72°$，

$\therefore$扇形的最大面积为：$\dfrac{72\pi r^2}{360}=\dfrac{\pi}{5}\left(\mathrm{m}^2\right)$，

故选：B．

7.【答案】D

【分析】本题考查了直角三角形的特征，圆的定义，圆的基本性质；由直角三角形斜边上的中线是斜边的一半得$OD=OC=OA=OB$，再由圆的定义得点A、D、C、B在以O为圆心，OA长为半径的圆上，由圆的基本性质及圆的内接四边形的性质即可求解；掌握有关性质，能根据圆的定义确定A、D、C、B四点共圆是解题的关键．

【详解】解：$\because$点O为线段AB的中点，$\angle ACB=\angle ADB=90°$，

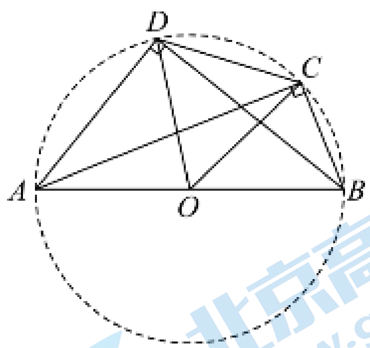
$\therefore OD=\dfrac{1}{2}AB$，

$OC=\dfrac{1}{2}AB$，

$\therefore OD=OC=OA=OB$，

$\therefore$点A、D、C、B在以O为圆心，OA长为半径的圆上，

如图，



故A结论正确，不符合题意；

由圆周角定理得到$\angle BDC=\angle BAC$，

故B结论正确，不符合题意；

$\because$四边形$ABCD$是圆内接四边形，

$\therefore \angle BCD+\angle BAD=180°$，

故 C 结论正确，不符合题意；

$\because BC$ 和 CD 不一定相等，

$\therefore \angle DAC$ 和 $\angle BAC$ 不一定相等，

$\therefore AC$ 不一定平分 $\angle BAD$，

故 D 结论错误，符合题意．

故选：D．

8．【答案】A

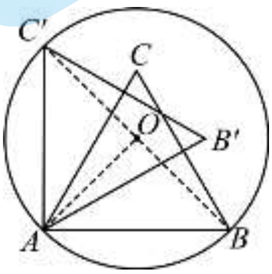
【分析】本题考查了切线的性质，图形的旋转，熟练掌握旋转的性质，等边三角形，圆的切线性质，是解题的关键．

①当点 C 第一次落在 $\odot O$ 上时，连接 AO、BO、$C'O$，可证明 $\triangle ABO$ 是等腰直角三角形，B、C'、O 三点共线，再求出 $\angle CAO=15°$，可得 $\angle CAC'=30°$；

②当 AC 与 $\odot O$ 相切时，连接CO并延长与 AB 交于点 M，连接 AO，先求出 $\angle OAM=45°$，$\angle BAC'=135°$，$\angle BAB'=75°$，即可得出结论．

【详解】解：①当点 C 第一次落在 $\odot O$ 上时，

连接 AO、BO、$C'O$，



$\because AO=BO=\sqrt{2}$，$AB=2$，

$\therefore \triangle ABO$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AO\perp BO$，

又$\because AO=C'O=\sqrt{2}$，$AC'=AC=2$，

$\therefore AO^2+C'O^2=AC'^2$，

$\therefore \triangle AOC'$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AO\perp OC'$，

$\therefore B$、C'、O 三点共线，

$\because AB=AC'$，

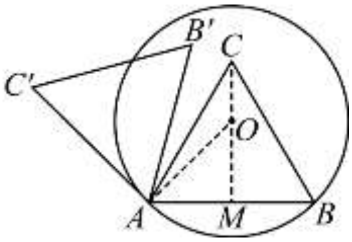
$\therefore \angle ABC'=\angle AC'B=45°$，

$\therefore \angle BAC'=90°$，

$\because \angle BAC=60°$，

$\therefore \angle CAC'=\angle BAC'-\angle BAC=30°$，故①正确；

当 AC 与⊙O 相切时，连接CO并延长与 AB 交于点 M，连接 AO，



$\because \triangle ABC$ 是正三角形，

$\therefore CM \perp AB$，

$\because AB=2$，

$\therefore AM=1$，

$\because OA=\sqrt{2}$，

$\therefore OM=1$，

$\therefore \angle OAM=45^\circ$，

$\because \angle OAC'=90^\circ$，

$\therefore \angle BAC'=135^\circ$，

$\because \angle C'AB'=60^\circ$，

$\therefore \angle BAB'=75^\circ$，

$\therefore$ 当 AC 第一次与⊙O 相切时，旋转角为75°，故②错误，

故选：A．

二、填空题（每小题 3 分）

9.【答案】$x=0$ 或 $x=1$

【分析】利用因式分解法求解即可．

【详解】解：$x^2-x=0$，

因式分解得：$x(x-1)=0$，

$\therefore x=0$ 或 $x-1=0$，

解得：$x=0$ 或 $x=1$，

故答案为：$x=0$ 或 $x=1$．

【点睛】本题考查了解一元二次方程，能够根据方程特点灵活选用不同的解法是解题关键．

10.【答案】10

【分析】本题主要考查了配方法的应用，由方程知，只要加上一次项系数一半的平方，再减去这个数即可完成配方．

【详解】解：由题意得：$x^2+6x-1=0$，

即：$x^2+6x+9-9-1=0$

即 $(x+3)^2=10$．

故 $n=10$．

故答案为：10．

11．【答案】　①. 0.95　②. 9500

【分析】本题考查了用频率估计概率，已知概率求数量．熟练掌握用频率估计概率，已知概率求数量是解题的关键．

（1）根据当 n 足够大时，发芽的频率逐渐稳定并趋于概率，作答即可；

（2）根据 10000×0.95，计算求解即可．

【详解】(1）解：由题意知，估计该品种小麦在相同条件下发芽的概率为 0.95，

故答案为：0.95；

（2）解：由题意知，在相同条件下播种该品种小麦 10000 个，则约有 $10000\times0.95=9500$ 个能发芽，

故答案为：9500．

12．【答案】$\sqrt{3}$

【详解】连接 OA，作 $OM\perp AB$ 于点 M，

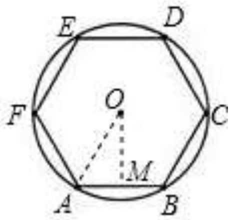
∵正六边形 $ABCDEF$ 的外接圆半径为2cm

∴正六边形的半径为2 cm，　即 $OA=2$cm

在正六边形 $ABCDEF$ 中，$\angle AOM=30°$，

∴正六边形的边心距是 $OM=\cos30°\times OA=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$ (cm)

故答案为 $\sqrt{3}$．



13．【答案】-2（答案不唯一）

【分析】本题考查了二次函数的性质，由二次函数的增减性得当 $x>-\dfrac{b}{2}$ 时，y 随 x 的增大而增大，从而可得 $-\dfrac{b}{2}\le1$，求取 b 的取值范围，在取值范围内取一个值即可；理解增减性，并能得到 $-\dfrac{b}{2}\le1$ 是解题的关键．

【详解】解：$\because a=1>0$

$\therefore$ 当 $x>-\dfrac{b}{2}$ 时，

y 随 x 的增大而增大，

$\therefore -\dfrac{b}{2}\le1$ 时，y 随 x 的增大而增大，

$\therefore b \geq -2$，

可取 $b=-2$；

故答案：-2（答案不唯一）.

14.【答案】2.0（答案不唯一）

【分析】本题考查了利用二次函数求对应一元二次方程的近似根，理解"当自变量取两个值，对应的函数值由负数变为正数时，则对应方程的一个根在两个自变量之间，求函数值的绝对值，取较小绝对值所对应的自变量的值为近似根．"是解题的关键.

【详解】解：根据题意，设方程的一个根为 x_1，

当 $x=2$ 时，

$y_1=-0.35<0$，

当 $x=3$ 时，

$y_2=2.35>0$，

$\therefore 2<x_1<3$，

$\because |-0.35|<|2.35|$，

$\therefore x_1 \approx 2.0$，

故答案：2.0（答案不唯一）.

15.【答案】16

【分析】本题考查切线长定理，掌握经过圆外一点作圆的两条切线，切线长相等是解本题的关键.

由切线长定理可得出答案.

【详解】解：$\because PA$，PB，MN 是 $\odot O$ 的切线，$PA=8$，

$\therefore MA=MC$，$NC=NB$，$PA=PB=8$

$\therefore \triangle PMN$ 的周长为：

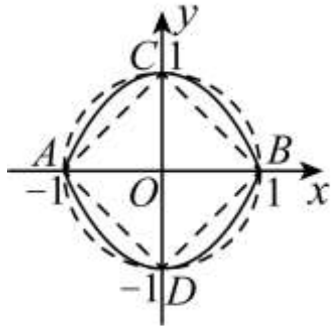
$PM+MC+NC+PN=PM+MA+NB+PN=PA+PB=16$，

故答案为：16.

16.【答案】①③

【分析】本题考查了二次函数的图象与几何变换，二次函数的性质，数形结合是解题的关键．根据抛物线的对称性结合图形即可判断①②；观察图形即可判断③.

【详解】解：如图，



由图形可知，图形G关于原点对称，不关于直线$y=x$对称，故①正确，②错误；

观察图形，图形G的面积S大于两个ΔABC的面积，小于$\odot O$的面积，

所以，图形G的面积满足$2<S<\pi$，故③正确.

故答案为：①③.

三、解答题（本大题7道题，共52分）

17.【答案】$x_1=2+\sqrt{5}$，$x_2=2-\sqrt{5}$

【分析】根据配方法求解即可.

【详解】解：$x^2-4x-1=0$

$x^2-4x+4=1+4$

$(x-2)^2=5$

$x-2=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x-2=\sqrt{5}$或$x-2=-\sqrt{5}$，

$\therefore x_1=2+\sqrt{5}$，$x_2=2-\sqrt{5}$.

【点睛】本题主要考查了解一元二次方程，熟练掌握配方法是解题的关键.

18.【答案】（1）见详解　（2）O_1，顺，90.

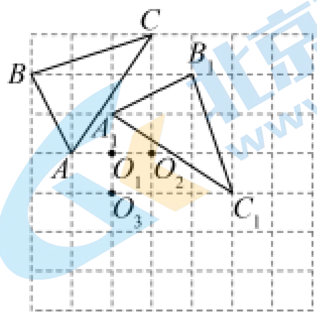
【分析】本题考查作图−旋转变换，解题的关键是掌握旋转变换的性质，属于中考常考题型.

（1）根据图中的A，A_1，B，B_1的位置，得$\triangle A_1B_1C_1$是以点O_1为旋转中心，将$\triangle ABC$顺时针旋转90度得到的.

（2）利用旋转变换的性质判断即可.

【小问1详解】

解：如图，$\triangle A_1B_1C_1$即为所求；



【小问2详解】

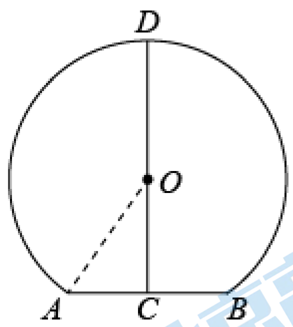
解：$\triangle A_1B_1C_1$ 是以点 O_1 为旋转中心，将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 90 度得到的.

故答案为：O_1，顺，90.

19.【答案】15 分米

【分析】连接 AO，根据垂径定理求得 $AC=BC=9$，设圆的半径为 x 分米，则 $OA=OD=x,OC=27-x$，根据勾股定理即可求得 x.

【详解】解：连接 AO，



$\because CD$ 过圆心，C 为 AB 的中点，

$\therefore CD\perp AB$，

$\because AB=18, C$ 为 AB 的中点，

$\therefore AC=BC=9$，

设圆的半径为 x 分米，则 $OA=OD=x$ 分米，

$\because CD=27$，

$\therefore OC=27-x$，

在 $Rt\Delta OAC$ 中，$AC^2+OC^2=OA^2$，

$\therefore 9^2+(27-x)^2=x^2$，

$\therefore x=15$（分米），

即拱门所在圆的半径是 15 分米.

【点睛】本题主要考查了垂径定理的应用，勾股定理，能够准确作出辅助线，根据勾股定理列出方程是解决问题的关键.

20.【答案】(1) 二次函数的解析式为 $y=x^2-2x$

(2) 见解析　(3) k 的取值范围 $k\geq 1$

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式、二次函数的图象和性质，二次函数与不等式(组)，数形结合是解题的关键；

(1) 利用待定系数法即可求得抛物线解析式；

(2) 利用描点法画出所给函数的图象即可；

(3) 由于当直线 $y=kx$ 经过点 $(3,3)$ 时 $k=1$，利用一次函数和二次函数的性质，当 $0<a<3$ 时，函数 $y=kx$ 的值大于二次函数 $y=x^2+bx$ 的值

【小问 1 详解】

$\because$ 点 $A(3,3)$ 在二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象上，

$\therefore 3=3^2+3b$，解得 $b=-2$.

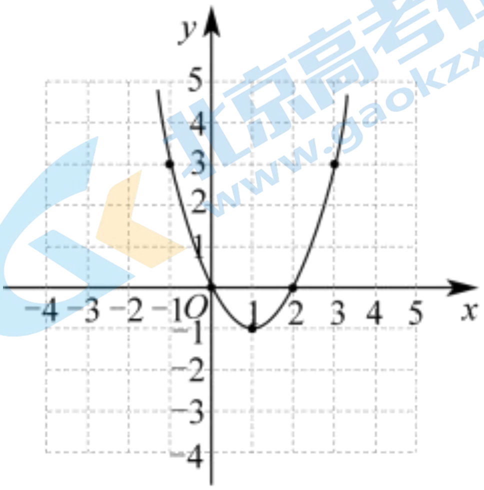
$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=x^2-2x$.

【小问 2 详解】

列表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点，连线：



【小问 3 详解】

当直线经过点 $(3,3)$ 时解得 $k=1$，此时函数 $y=kx$ 与二次函数 $y=x^2+bx$ 的交点为 $(0,0)$ 和 $(3,3)$，

观察图象，当 $0<x<3$ 时，函数 $y=kx$ 的值大于二次函数 $y=x^2+bx$ 的值，

所以当 $0<x<3$ 时，对于 x 的每一个值，都有 $kx>x^2+bx$，k 的取值范围 $k\geq 1$.

21. 【答案】（1）见详解　（2）$m=-3$

【分析】此题考查了一元二次方程根的判别式和根与系数关系，熟练掌握相关知识并准确计算是解题的关键.

（1）根据一元二次方程列出根的判别式，即可做出判断；

（2）根据一元二次方程根与系数关系列式求解即可.

【小问 1 详解】

证明：$a=1$，$b=m, c=m-1$，

$\because \Delta=b^2-4ac$

$=m^2-4\times1\times(m-1)$

$=m^2-4m+4$

$=(m-2)^2\geq 0$,

∴该方程总有两个实数根；

【小问 2 详解】

解：∵该方程两个实数根的和为 3，

$$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-m=3,$$

∴ $m=-3$.

22.【答案】(1) 见解析　(2) $CD=2+2\sqrt{3}$

【分析】(1) 连接 OD．根据直径所对的圆周角是直角得 $\angle ACB=90°$，再根据角平分线得 $\angle ACD=\angle BCD=45°$，进而得 $\angle ABD=\angle ACD=45°$，又由 $\angle ODB=\angle OBD=45°$，从而根据平行线的性质得 $\angle BDE=\angle OBD=45°$，于是 $\angle ODE=\angle ODB+\angle BDE=90°$，得 $OD\perp DE$，根据切线的判定即可证明结论成立；

(2) 如图 2，过点 B 作 $BF\perp CD$ 于点 F，先证明 $BF=CF$．再根据勾股定理得 $BF=CF=2$，根据直角三角形的性质得 $BD=2BF=4$，进而利用勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

证明，如图1，连接 OD.

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$，

∵ CD 平分 $\angle ACB$，

∴ $\angle ACD=\angle BCD=45°$

∴ $\angle ABD=\angle ACD=45°$

∵ $OD=OB$，

∴ $\angle ODB=\angle OBD=45°$，

∵ $DE\parallel AB$，

∴ $\angle BDE=\angle OBD=45°$，

∴ $\angle ODE=\angle ODB+\angle BDE=90°$，

∴ $OD\perp DE$

∵ OD 为⊙O 的半径，

∴直线 DE 是⊙O 的切线.

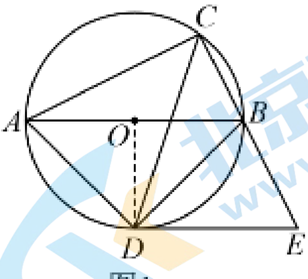


图1

【小问 2 详解】

解：如图2，过点 B 作 $BF\perp CD$ 于点 F，

$\therefore \angle BFC=\angle BFD=90^{\circ}$，

$\because \angle BCD=45^{\circ}$，

$\therefore \angle CBF=45^{\circ}$，

$\therefore BF=CF$．

在Rt$\triangle BFC$中，$BC=2\sqrt{2}$，

根据勾股定理，得$BF=CF=2$，

$\because BC=BC$，

$\therefore \angle CDB=\angle BAC=30^{\circ}$

$\therefore BD=2BF=4$，

在Rt$\triangle BFD$中，根据勾股定理，得$DF=2\sqrt{3}$

$\therefore CD=CF+DF=2+2\sqrt{3}$．

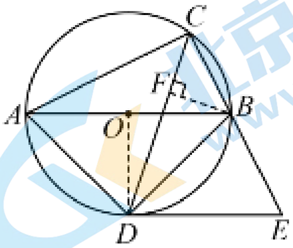


图2

【点睛】本题主要考查了勾股定理、圆周角角定理、直径所对的圆周角是直角、切线的判定以及平行线的性质，熟练掌握圆周角角定理、直径所对的圆周角是直角以及切线的判定是解题的关键．

23.【答案】（1）抛物线的对称轴为直线$x=m$；

（2）m的取值范围是：$m<-2$或$2<m<3$．

【分析】本题考查二次函数图象与系数的关系，利用二次函数求不等式的解集及熟知二次函数的性质是解题的关键．

（1）由二次函数的对称轴公式即可解决问题．

（2）根据题意列出不等式组即可．

【小问1详解】

解：由题知，

$$x=-\frac{-2m}{2\times 1}=m$$

所以抛物线的对称轴为直线$x=m$；

【小问2详解】

解：将点点$(m+2,\ y_1)$，$(6,\ y_2)$坐标代入函数解析式$y=x^2-2mx+n$得，

$$y_1=(m+2)^2-2m(m+2)+n=-m^2+n+4,$$

$$y_2=6^2-2m\times 6+n=-12m+n+36,$$

又因为 $y_1 < n < y_2$，

所以 $-m^2+n+4 < n < -12m+n+36$，

解得 $m < -2$ 或 $2 < m < 3$.

所以 m 的取值范围是：$m < -2$ 或 $2 < m < 3$

四、选做题（本题 10 分）

24.【答案】（1）①见解析；② $BF = 2DE$

（2）当点 D 在图 2 位置时，仍满足 $BF = 2DE$，见解析

【分析】（1）①根据题意补全图形即可；②分别证明$\triangle ACM$，$\triangle EMC$ 是等腰直角三角形，利用等腰直角三角形的性质即可证明；

（2）设 AM 与 EF 交于点 N，连接 EM, EC，证明$\triangle AME \cong \triangle CME(\text{SAS})$，利用等腰三角形的性质即可证明.

【小问 1 详解】

解：①补图.

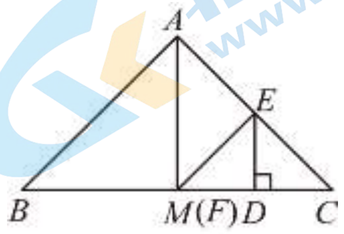


图1

②如图 1，过点 E 作 AE 的垂线交 BC 边于点 F.

$\because AB = AC$，$\angle BAC = 90°$，点 M 为 BC 的中点，

$\therefore BM = CM, AM \perp BC$，$\angle B = \angle C = \angle CAM = \angle BAM = 45°$，

$\therefore AM = CM = BM$，

$\therefore \triangle ACM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore$点 M，F 重合，

$\because ME \perp AC$，

$\therefore \angle C = \angle EMC = 45°$，

$\therefore \triangle EMC$ 是等腰直角三角形，

$\because DE \perp BC$，且 $DE = DM$，

$\therefore CD = MD = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2}BF$，

$\therefore BF = 2DE$，

故答案为：$BF = 2DE$；

【小问 2 详解】

解：当点 D 在图 2 位置时，仍满足 $BF = 2DE$，

证明：如图，设 AM 与 EF 交于点 N，连接 EM,EC，

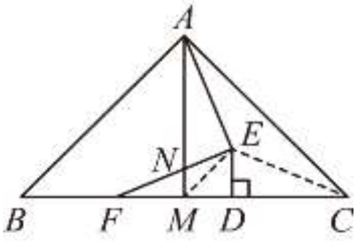


图2

$\because AB=AC$，$\angle BAC=90°$，M 为 BC 中点，

$\therefore AM=BM=CM=\frac{1}{2}BC$，$\angle AMC=\angle AMB=90°$，

$\because DE=DM$，$DE\perp BC$，

$\therefore \angle EMC=\angle AME=45°$，

在 $\triangle AME$ 与 $\triangle CME$ 中，

$$\begin{cases} EM=EM \\ \angle EMC=\angle AME=45° \\ CM=AM \end{cases},$$

$\therefore \triangle AME \cong \triangle CME(\text{SAS})$，

$\therefore \angle EAM=\angle ECM$，

$\because$ 在 $\triangle ANE$ 和 $\triangle FNM$ 中，$EF\perp AE$，$\angle AMB=90°$，$\angle ANE=\angle FNM$，

$\therefore \angle NAE=\angle NFM$（即 $\angle EFC$），

$\therefore \angle EFC=\angle ECM$，

$\therefore EF=EC$，

$\because ED\perp FC$，

$\therefore CF=2DC$，

$\because BC=2CM$，

$\therefore BF=BC-CF=2(CM-DC)=2DM=2DE$.

【点睛】本题是三角形综合题目，考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、等腰三角形的性质等知识；本题综合性强，熟练掌握等腰直角三角形的判定与性质，证明三角形全等是解题的关键.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！