北京市人大附中 2018-2019 学年高一上学期

期中考试数学试题

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

第 I 卷（选择题）

请点击修改第 I 卷的文字说明

评卷人	得分

一、单选题

1．设集合 $A=\{a,a^2,0\}$，$B=\{2,4\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则实数 a 的值为（　　）

A． 2　B． ± 2　C． $\sqrt{2}$　D． $\pm\sqrt{2}$

2．计算 $\log_2\sqrt[3]{16}$ 的结果是（）

A． $\frac{4}{3}$　B． $\frac{3}{4}$　C． $-\frac{4}{3}$　D． $-\frac{3}{4}$

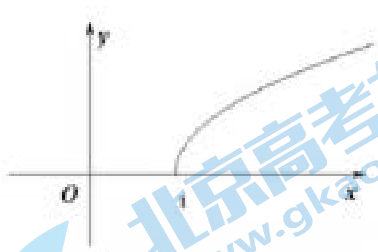
3．下列函数中，是偶函数的是（　　）

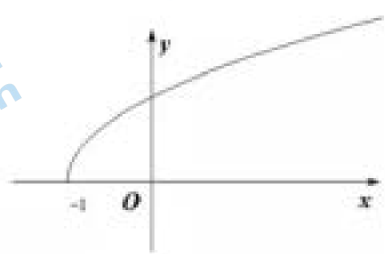
A． $f(x)=\frac{1}{x}$　B． $f(x)=\lg x$　C． $f(x)=e^x-e^{-x}$　D． $f(x)=|x|$

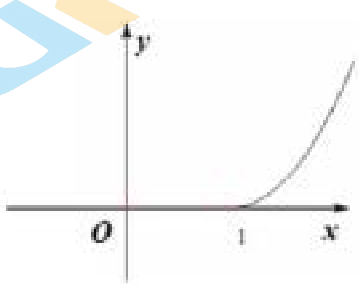
4．函数 $f(x)=e^x+x-4$ 的零点所在的区间是（）

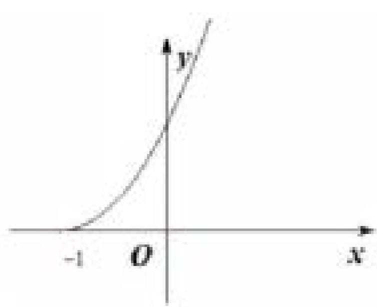
A． (0，1)　B． (1，2)　C． (2，3)　D． (3，4)

5．已知 $f(x+1)=\sqrt{x}$，则函数 $f(x)$ 的大致图像是（　　）

A．


B．


C．


D．


6．设 $a=\log_2 5$，$b=\log_3 5$，$c=\log_3 2$，则 a，b，c 的大小关系为（）

A． $a>c>b$　　B． $a>b>c$　　C． $b>a>c$　　D． $c>a>b$

7．已知 $x\in[1,2]$，$x^2-ax>0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是（）

A． $[1,+\infty)$　　B． $(1,+\infty)$　　C． $(-\infty,1]$　　D． $(-\infty,1)$

8．设函数 $f(x)=1+[x]-x$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，若函数 $y=\log_a x$ 的图象与函数 $f(x)$ 的图象恰有 3 个交点，则实数 a 的取值范围是（）

A． $[2,3)$　　B． $(2,3]$　　C． $(3,4]$　　D． $[3,4)$

第 II 卷（非选择题）

请点击修改第 II 卷的文字说明

评卷人	得分

二、填空题

9．计算：$e^{\ln 1}=$________.

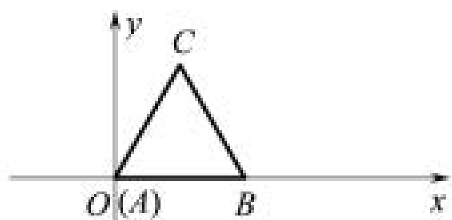
10．已知集合 $A=\{x|x>1\}$，$B=\{x|x>a\}$，若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是______.

11．函数 $f(x)=\log_a(a-a^x)(0<a<1)$ 的定义域为__________.

12．已知 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & x\le 1\\ -x+1, & x>1\end{cases}$，则 $f[f(-1)]=$_________；若 $f(x)=-1$，则 $x=$________.

13．已知函数 $f(x)=ax^2-2x-2$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上不单调，则实数 a 的取值范围是________.

14．如图放置的边长为 2 的正三角形 ABC 沿 x 轴滚动，记滚动过程中顶点 A 的横、纵坐标分别为 x 和 y，且 y 是 x 在映射 f 作用下的象，则下列说法中：



①映射 f 的值域是 $[0,\sqrt{3}]$；

②映射 f 不是一个函数；

③映射 f 是函数，且是偶函数；

④映射 f 是函数，且单增区间为 $[6k,6k+3]\ (k\in Z)$，

其中正确说法的序号是___________.

说明："正三角形 ABC 沿 x 轴滚动"包括沿 x 轴正方向和沿 x 轴负方向滚动．沿 x 轴正方向滚动指的是先以顶点 B 为中心顺时针旋转，当顶点 C 落在 x 轴上时，再以顶点 C 为中心顺时针旋转，如此继续．类似地，正三角形 ABC 可以沿 x 轴负方向滚动．

15．已知函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-\log_{\frac{1}{2}}x$，若 $0<a<b<c$，且满足 $f(a)f(b)f(c)<0(0<a<b<c)$，则下列说法一定正确的是______.

①$f(x)$有且只一个零点②$f(x)$的零点在$(0,1)$内

③$f(x)$的零点在(a,b)内④$f(x)$的零点在$(c,+\infty)$内

16．关于函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-x^4}}{|x-1|-1}$的性质描述，正确的是___

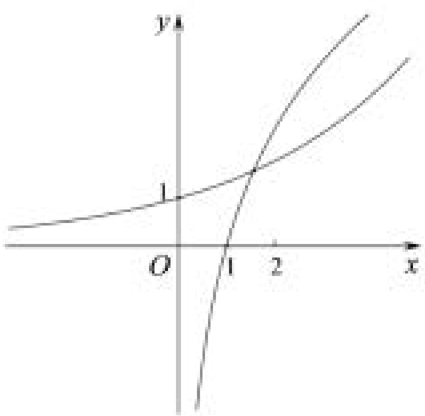
①$f(x)$的定义域为$[-1,0)\cup(0,1]$

②$f(x)$的值域为$(-1,1)$

③$f(x)$在定义域上是增函数

④$f(x)$的图象关于原点对称

17．在同一直角坐标系下，函数 $y=a^x$与 $y=\log_a x(a>0,a\neq1)$的大致图象如图所示，则实数 a 的可能值为______



①．$\frac{3}{2}$②．$\frac{4}{3}$③．$\frac{7}{5}$④．$\frac{10}{7}$

18．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^3+a, x>0\\ x+1, x\leq 0\end{cases}$ 在 R 上是增函数，则实数 a 的取值范围是________．

19．非空有限数集 S 满足：若 $a,b\in S$，则必有 $ab\in S$．请写出一个满足条件的二元数集 S=________．

20．已知直线 $y=ax$ 上恰好存在一个点关于直线 $y=x$ 的对称点在函数 $y=\ln x$ 的图象上．请写出一个符合条件的实数 a 的值：________．

评卷人	得分

三、解答题

21．已知集合 $A=\{x|x^2-x<0\}$，$B=\{x|x^2-2x-m<0\}$.

（1）求$\complement_R A$；

（2）若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 m 的取值范围．

22．已知函数 $f(x)=a-\frac{2}{1+2^x}$是定义在 R 上的奇函数．

（1）求 $f(x)$的解析式及值域；

（2）判断 $f(x)$在 R 上的单调性，并用单调性定义予以证明．

23．某公司共有 60 位员工，为提高员工的业务技术水平，公司拟聘请专业培训机构进行培训．培训的总费用由两部分组成：一部分是给每位参加员工支付 400 元的培训材料费；另一部分是给培训机构缴纳的培训费．若参加培训的员工人数不超过 30 人，则每人收取培训费 1000 元；若参加培训的员工人数超过 30 人，则每超过 1 人，人均培训费减少 20 元．设公司参加培训的员工人数为 x 人，此次培训的总费用为 y 元．

（1）求出 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）请你预算：公司此次培训的总费用最多需要多少元？

24．若函数 $f(x)$的图象恒过$(0,0)$和$(1,1)$两点，则称函数 $f(x)$为"0-1 函数".

（1）判断下面两个函数是否是"0-1 函数"，并简要说明理由：

①$y=x^{-1}$；　　②$y=-x^2+2x$.

（2）若函数 $f(x)=a^x+b$ 是"0-1 函数"，求 $f(x)$；

（3）设 $g(x)=\log_a x(a>0,a\neq 1)$，定义在 R 上的函数 $h(x)$满足：①对$\forall x_1,x_2\in$R，均有 $h(x_1x_2+1)=h(x_1)\cdot h(x_2)-h(x_2)-x_1+2$；②$g[h(x)]$是"0-1 函数"，求函数 $h(x)$ 的解析式及实数 a 的值．

参考答案

1．D

【解析】

【分析】

由 A，B，以及两集合的交集，确定出 a 的值即可．

【详解】

∵集合 $A=\{a,a^2,0\}$，$B=\{2,4\}$，$A\cap B=\{2\}$，

∴a=2 或 $a^2=2$，即 a=2 或$\pm\sqrt{2}$，

当 a=2 时，A={2，4，0}，B={2，4}，此时 A∩B={2，4}，不合题意；

当 a=$\sqrt{2}$时，A={$\sqrt{2}$，2，0}，满足题意；

当 a=$-\sqrt{2}$时，A={$-\sqrt{2}$，2，0}，满足题意

故选：D．

【点睛】

本题考查了交集及其运算，考查了元素的三要素，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．A

【解析】

【分析】

先把$\sqrt[3]{16}$化为$2^{\frac{4}{3}}$，再利用对数的运算性质得到对数的值.

【详解】

$\log_2\sqrt[3]{16}=\log_2 2^{\frac{4}{3}}=\frac{4}{3}$，故选 A.

【点睛】

对数有如下的运算规则：

（1）$\log_a M+\log_a N=\log_a(MN)(a>0,a\neq 1,M>0,N>0)$，

$\log_a M-\log_a N=\log_a\frac{M}{N}(a>0,a\neq 1,M>0,N>0)$；

（2）$a^{\log_a N}=N\,(a>0,a\neq 1,N>0)$；

（3）$\log_{a^p}b^q=\frac{q}{p}\log_a b(a>0,a\neq 1,b>0,p\neq 0)$；

（4）$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}(a>0,a\neq 1,b>0,c>0,c\neq 1)$．

3．D

【解析】

【分析】

根据函数奇偶性的定义进行判断即可．

【详解】

对于A，$f(-x)=-\frac{1}{x}=-f(x)$，所以为奇函数，不满足题意；

对于B，$f(x)=\lg x$的定义域为$(0,+\infty)$，为非奇非偶函数，不满足题意；

对于C，$f(-x)=e^{-x}-e^{x}=-f(x)$，为奇函数，不满足题意；

对于D，$f(-x)=|x|=f(x)$，为偶函数，满足题意.

故选：D

【点睛】

本题主要考查函数奇偶性的判断，定义域关于原点对称是函数具有奇偶性的必要条件，比较基础.

4．B

【解析】

【分析】

因为函数为R上的增函数，故利用零点存在定理可判断零点所在的区间.

【详解】

因为$y=e^{x}$为R上的增函数，$y=x-4$为R上的增函数，故$f(x)=e^{x}+x-4$为R上的增函数.又$f(1)=e-3<0$，$f(2)=e^{2}-2>4-2=2>0$，由零点存在定理可知$f(x)=e^{x}+x-4$在$(1,2)$存在零点，故选B.

【点睛】

函数的零点问题有两种类型，（1）计算函数的零点，比如二次函数的零点等，有时我们可以根据解析式猜出函数的零点，再结合单调性得到函数的零点，比如$f(x)=\ln x+x-1$；（2）估算函数的零点，如$f(x)=\ln x+x-5$等，我们无法计算此类函数的零点，只能借助零点存在定理和函数的单调性估计零点所在的范围.

5．A

【解析】

【分析】

【详解】

$\because f(x+1)=\sqrt{x}$

$\therefore$函数 $f(x)$的图象是由 $f(x+1)$ 向右平移一个单位得到，

故选：A

【点睛】

本题考查了函数的图象变换知识，属于基础题.

6．B

【解析】

【分析】

可利用 $y=\log_3 x$ 为$(0,+\infty)$上的增函数得到 b,c 的大小关系，再利用换底公式得到$\frac{1}{a}=\log_5^2,\frac{1}{b}=\log_5^3$,利用 $y=\log_5 x$ 为$(0,+\infty)$上的增函数可得 a,b的大小关系，最后得到 a,b,c 的大小关系.

【详解】

因为$y=\log_3 x$ 为$(0,+\infty)$上的增函数，故$\log_3 5>\log_3 2$，故 $b>c$.

又由换底公式可知$\frac{1}{a}=\log_5^2,\frac{1}{b}=\log_5^3$，因 $y=\log_5 x$ 为$(0,+\infty)$上的增函数，故 $0<\log_5^2<\log_5^3<1$，故 $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<1$ 即 $a>b>1$，

综上，$a>b>c$，故选 B.

【点睛】

本题考察对数的大小比较，属于基础题.

7．D

【解析】

【分析】

因 $x\in[1,2]$，故原不等式等价于 $x-a>0$ 在$[1,2]$上恒成立，故可得实数 a 的取值范围.

【详解】

因为$x\in[1,2]$，故 $x>0$，故$x^2-ax>0$ 在$[1,2]$上恒成立等价于 $x-a>0$ 在$[1,2]$上恒成立，

故 $1-a>0$ 即 $a<1$，故选 D.

【点睛】

题.

8．D

【解析】

【分析】

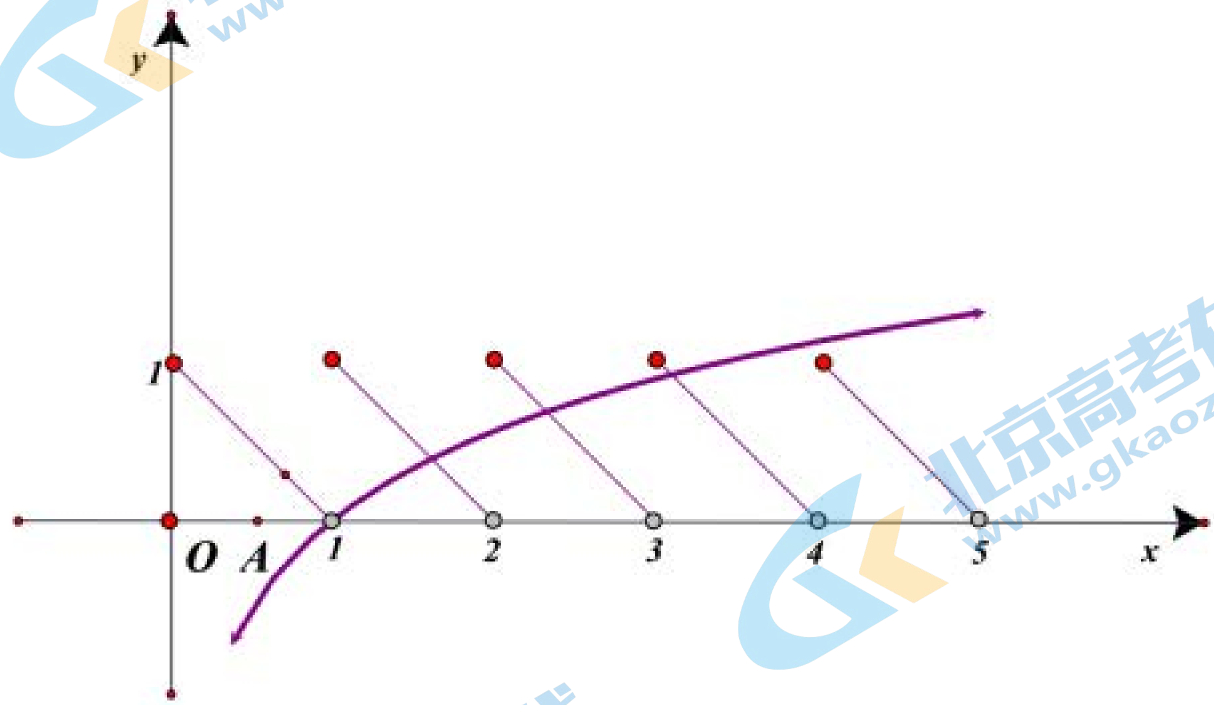
利用当 $x\geq 0$ 时有 $f(x)=f(x+1)$，故函数 $y=f(x)$在$[0,+\infty)$具有"局部周期性"，故可在平面直角坐标系中画出函数 $y=f(x)$的图像，结合 $y=\log_a x$ 的图像与 $y=f(x)$的图像有 3 个交点可以得到实数 a 的取值范围.

【详解】

$f(x+1)=1+[x+1]-(x+1)$，而$[x+1]=[x]+1$，

故 $f(x+1)=1+[x+1]-(x+1)=1+[x]+1-x-1=1+[x]-x=f(x)$

当 $x\in[0,1)$时，$f(x)=1-x$，故 $f(x)$在$[0,+\infty)$上的图像如图所示：



因为 $y=\log_a x$ 的图像与 $y=f(x)$的图像有 3 个交点，故$\begin{cases}a>1\\ \log_a 3\leq 1\\ \log_a 4>1\end{cases}$，故 $3\leq a<4$，故选 D.

【点睛】

不同函数图像的交点问题，关键在于正确刻画函数的图像，可以用图像变换的方法把复杂函数的图像归结基本初等函数的图像的平移或对称变换等，也可以根据解析式的特点先刻画函数的局部图像，再根据函数的性质得到其他范围上的图像.

9．1

10．$(-\infty,1]$

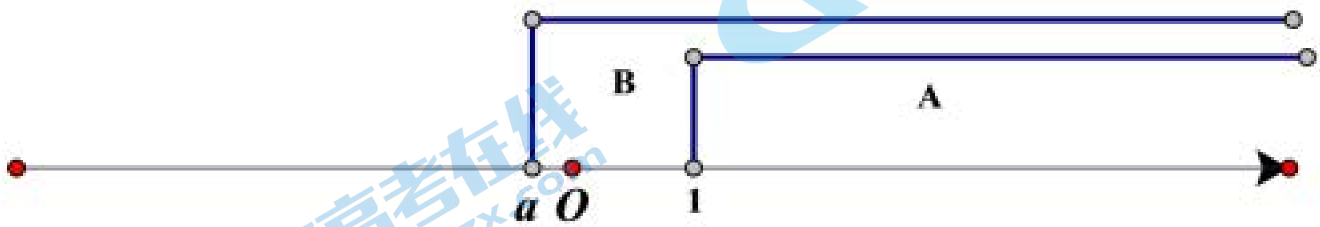
【解析】

【分析】

在数轴上画出两个集合对应的范围，利用 $A\subseteq B$ 可得实数 a 的取值范围.

【详解】

如图，在数轴表示 A,B，因为 $A\subseteq B$，故 $a\le 1$，填$(-\infty,1]$.



【点睛】

含参数的集合之间的包含关系，应借助于数轴、韦恩图等几何工具直观地讨论参数的取值范围，解决此类问题时，还应注意区间端点处的值是否可取.

11．$(1,+\infty)$

【解析】

【分析】

解不等式 $a-a^x>0$ 可得函数的定义域.

【详解】

由题设有 $a-a^x>0$ 即 $a>a^x$，因 $0<a<1$，故 $x>1$，故函数的定义域为$(1,+\infty)$，填$(1,+\infty)$.

【点睛】

函数的定义域一般从以下几个方面考虑：

（1）分式的分母不为零；

（2）偶次根号$\sqrt[n]{a}$（$n\in N^*,n\ge 2$，n 为偶数）中，$a\ge 0$；

（3）零的零次方没有意义；

（4）对数的真数大于零，底数大于零且不为 1.

12．-10 或 2

【解析】

13．$(0,1)$

【解析】

【分析】

根据函数在$[1,+\infty)$不单调可得 $a\neq 0$ 且$\frac{1}{a}\in[1,+\infty)$，从而得到实数 a 的取值范围.

【详解】

若 $a=0$，则 $f(x)=-2x-2$，$f(x)$在$[1,+\infty)$为减函数，不符题意，舍；

若 $a\neq 0$，则 $f(x)$为二次函数，对称轴为 $x=\frac{1}{a}$，因为 $f(x)$在$[1,+\infty)$不单调，故$\frac{1}{a}>1$，所以 $0<a<1$，填$(0,1)$.

【点睛】

含参数的多项式函数，我们要首先确定最高次项的系数是否为零，因为它确定了函数种类（一次函数、二次函数、三次函数等）.其中，一次函数 $y=kx+b$ 的单调性取决于 k 的正负，二次函数的单调性取决对称轴的位置及开口方向.

14．⑤

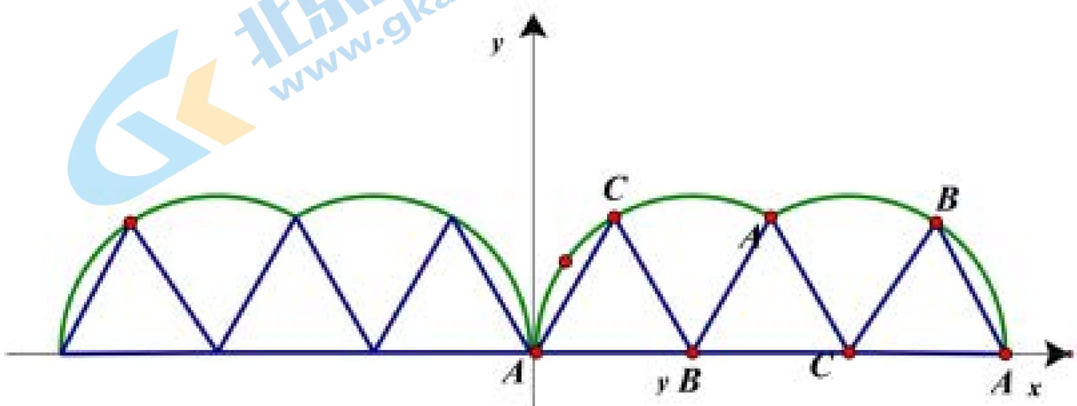
【解析】

【分析】

根据 A 滚动的过程在坐标平面中画出 A 的运动的轨迹后可得正确的选项.

【详解】

A 运动的轨迹如图所示：则映射 f 是一个函数且为偶函数，$f(x)$的值域为$[0,2]$，也是一个周期函数，周期为$T=6$，其增区间为$[6k,6k+2]$和$[6k+3,6k+4]$，$k\in Z$，故选⑤.



15．①②

【解析】

【分析】

函数 $f(x)$ 为 $(0,+\infty)$ 上的增函数，结合 $f(1)>0$，$f\left(\frac{1}{2}\right)<0$ 可知①、②正确，因 $f(a)f(b)f(c)<0$，故 $f(a),f(b),f(c)$的符号为两正一负或全负，从而③、④错误．

【详解】

因为 $y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 均为$(0,+\infty)$上的单调增函数，故 $f(x)$为$(0,+\infty)$上的增函数．

因为 $f(1)>0$，$f\left(\frac{1}{2}\right)<0$，由零点存在定理可知 $f(x)$有且只有一个零点且零点在$\left(\frac{1}{2},1\right)$内，

故①、②正确．

因 $f(a)f(b)f(c)<0$，故 $f(a),f(b),f(c)$的符号为两正一负或全负，

而 $0<a<b<c$，故 $f(a)<0,f(b)<0,f(c)<0$ 或者 $f(a)<0,f(b)>0,f(c)>0$，

若 $f(a)<0,f(b)<0,f(c)<0$，则零点在$(c,+\infty)$内；

若 $f(a)<0,f(b)>0,f(c)>0$，则零点在(a,b)内．故③、④错误．

综上，填①②．

【点睛】

本题考察函数的零点．一般地，函数零点问题须结合函数的单调性和零点存在定理来讨论，其中函数单调性的判断可依据增函数的和为增函数，减函数的和为减函数，增函数与减函数的差为增函数或同增异减（针对复合函数）等原则来判断，零点所在区间的端点应该根据函数解析式的特点来选取．

16．①②④

【解析】

【分析】

数的值域．

17．②③

【解析】

【分析】

根据图像，底数 a 须满足$a^2 < \log_a 2$，逐个检验可得正确的结果．

【详解】

由图像可知 $a>1$ 且$a^2 < \log_a 2$，

因为$\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}>2=\log_{\frac{3}{2}}\frac{9}{4}>\log_{\frac{3}{2}}2$，故①错．

$\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}<2=\log_{\frac{4}{3}}\frac{16}{9}<\log_{\frac{4}{3}}2$，故②正确．

$\left(\frac{7}{5}\right)^2=\frac{49}{25}<2=\log_{\frac{7}{5}}\frac{49}{25}<\log_{\frac{7}{5}}2$，故③正确．

$\left(\frac{10}{7}\right)^2=\frac{100}{49}<2=\log_{\frac{10}{7}}\frac{100}{49}>\log_{\frac{10}{7}}2$，故④错误．

综上，选②③．

【点睛】

本题为图像题，要求能从两个函数的图像的位置关系中得到参数 a 满足的条件，并能利用指数、对数知识进行数的大小比较．不同类型的数值大小比较应找合适的中间数进行不等关系的传递．

18．$[1,+\infty)$

【解析】

【分析】

因为 $f(x)$是分段函数且为增函数，故 $0+1\le 0^3+a$，故可得实数 a 的取值范围．

【详解】

因为 $f(x)$为 R 上的增函数，故 $0+1\le 0^3+a$，所以 $a\ge 1$，填$[1,+\infty)$．

【点睛】

19．$\{0,1\}$或$\{-1,1\}$，

【解析】

【分析】

因 S 中有两个元素，故可利用 S 中的元素对乘法封闭求出这两个元素．

【详解】

设 $S=\{a,b\}(a<b)$，根据题意有$a^2,ab,b^2\in S$，所以a^2,b^2,ab必有两个相等元素．

若$a^2=b^2$，则 $a=-b$，故 $ab=-a^2$，又$a^2=a$ 或$a^2=b=-a$，所以 $a=0$（舍）或 $a=1$ 或 $a=-1$，此时 $S=\{-1,1\}$．

若$a^2=ab$，则 $a=0$，此时$b^2=b$，故 $b=1$，此时 $S=\{0,1\}$．

若$b^2=ab$，则 $b=0$，此时$a^2=a$，故 $a=1$，此时 $S=\{0,1\}$．

综上，$S=\{0,1\}$或 $S=\{-1,1\}$，填$\{0,1\}$或$\{-1,1\}$．

【点睛】

集合中元素除了确定性、互异性、无序性外，还有若干运算的封闭性，比如整数集，对加法、减法和乘法运算封闭，但对除法运算不封闭（两个整数的商不一定是整数），又如有理数集，对加法、减法、乘法和除法运算封闭，但对开方运算不封闭．一般地，若知道集合对某种运算封闭，我们可利用该运算探究集合中的若干元素．

20．只需满足 $a<0$ 或 $a=e$ 即可．

【解析】

【分析】

$y=\ln x$ 的反函数为 $y=e^x$，故问题可以转化为 $y=ax$ 与 $y=e^x$ 恰有一个公共点即可．

【详解】

$y=\ln x$ 的反函数为 $y=e^x$，故 $y=ax$ 与 $y=e^x$的图像恰有一个公共点，当 $a<0$ 时，直线 $y=ax$ 满足要求，当 $a>0$ 时，若 $y=ax$ 与 $y=e^x$的图像恰有一个公共点，则 $a=e$（因为题设要求写出一个符合条件的实数，故可填一个负数即可，$a=e$ 符合，待同学们学习了导数的相关知识后可求）

21．(1) $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$ (2) $(-\infty,-1]$

【解析】

【分析】

（1）求出不等式$x^2-x<0$ 的解后可得C_RA．

（2）因为 $A\cap B=\phi$，故$x^2-2x-m\geq 0$对任意的$0<x<1$恒成立，参变分离后可得实数 m 的取值范围．

【详解】

（1）由$x^2-x<0$ 得$0<x<1$，故$A=(0,1)$，所以$C_RA=(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$．

（2）由题知，当 $x\in A$ 时，$x^2-2x-m\geq 0$ 恒成立，

即：当 $x\in(0,1)$时，$m\leq x^2-2x$ 恒成立．

x^2-2x 在区间$(0,1)$上的值域为$(-1,0)$，

所以 $m\leq -1$，即实数 m 的取值范围是$(-\infty,-1]$．

【点睛】

集合的交并补运算往往和一元二次不等式结合在一起，解一元二次不等式时注意二次项系数的符号．另外，集合之间的关系往往蕴含着不等式恒成立或有解问题，此类问题可直接讨论对应的二次函数的图像性质或参变分离求参数的取值范围．

22．(1) $f(x)=1-\frac{2}{1+2^x}$，$f(x)\in(-1,1)$ (2) 增

【解析】

【分析】

（1）因为奇函数的定义域为 R，故可由 $f(0)=0$ 得到 a 的值及其函数解析式，结合指数函数 $y=2^x$的值域可得 $f(x)$的值域．

（2）利用单调性定义可证明 $f(x)$为 R 上的增函数．

【详解】

（1）由题知，$f(0)=0$，即：$a-\frac{2}{1+2^0}=0$，故 $a=1$，$f(x)=1-\frac{2}{1+2^x}$．

此时 $f(-x)=1-\frac{2}{1+2^{-x}}=1-\frac{2\cdot 2^x}{2^x+1}=\frac{1-2^x}{2^x+1}=-\frac{2^x-1}{2^x+1}=-\left(1-\frac{2}{2^x+1}\right)=-f(x)$，$f(x)$为奇函数．

因为$2^x\in(0,+\infty)$，所以 $1+2^x\in(1,+\infty)$，$\frac{2}{1+2^x}\in(0,2)$，$f(x)\in(-1,1)$．

（2）$f(x)$在 R 上是增函数．

证明：设$\forall x_1,x_2\in R$，$x_1<x_2$，则$\Delta x=x_2-x_1>0$，

$\Delta y=f(x_2)-f(x_1)=\frac{2}{1+2^{x_1}}-\frac{2}{1+2^{x_2}}=\frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})}$,因为$2^{x_2}-2^{x_1}>0$，$(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})>0$，

故$\Delta y>0$，所以函数 $f(x)$在 R 上是增函数．

【点睛】

对于含参数的奇函数或偶函数，可利用特殊值求参数的值（注意检验），也可以利用恒等式$f(x)=f(-x)$或$f(-x)=-f(x)$来求参数的值．而对于函数单调性的证明，定义法是关键，其基本步骤是作差、定号和给出结论（也可以作商，此时商应与 1 比较大小且要注意函数值的符号）．

23．(1) $y=\begin{cases}1400x, & 0\le x\le 30,x\in N\\ -20x^2+2000x, & 30<x\le 60,x\in N\end{cases}$　(2)50000

【解析】

【分析】

（1）依据参加培训的员工人数分段计算培训总费用．

（2）依据（1）求出函数的最大值即可．

【详解】

（1）当$0\le x\le 30,x\in N$时，$y=400x+1000x=1400x$；

当 $30<x\le 60,x\in N$时，$y=400x+[1000-20(x-30)]\cdot x$

$=-20x^2+2000x$，

故 $y=\begin{cases}1400x, & 0\le x\le 30,x\in N\\ -20x^2+2000x, & 30<x\le 60,x\in N\end{cases}$

（2）当$0\le x\le 30,x\in N$时，

$y\le 1400\times 30=42000$ 元，此时$x=30$；

当 $30<x\le 60,x\in N$时，

$y\le -20\times 50^2+2000\times 50=50000$ 元，此时 $x=50$．

综上所述，公司此次培训的总费用最多需要 50000 元．

【点睛】

本题考察函数的应用，要求依据实际问题构建分段函数的数学模型并依据数学模型求实际问

24. (1) ①不是②是，详见详解；（2）$f(x)=2^x-1$；（3） $h(x)=1+x$，$a=2$．

【解析】

【分析】

（1）依据定义检验是否有 $f(0)=0, f(1)=1$ 可判断两个函数是否为"0－1"函数．

（2）由 $f(0)=0, f(1)=1$ 可得 a,b 值从而求得函数．

（3）分别令 $x_1=0,x_2=x$ 和 $x_1=x,x_2=0$ 从而得到 $h(x)=h(0)+x$，利用 $g[h(x)]$ 为"0－1"可得 $h(0)=1$，从而得到 $h(x)=x+1$，由 $g[h(1)]=1$ 可得 $a=2$．

【详解】

（1）①不是，因为图象不过(0,0)点；②是，因为图象恒过(0,0)和(1,1)两点．

（2）由 $f(0)=0$ 得，$a^0+b=0$，故 $b=-1$；由 $f(1)=1$ 得，$a^1+b=1$，故 $a=2$．

所以，$f(x)=2^x-1$．

（3）令 $x_1=0,x_2=x$ 得，$h(1)=h(0)h(x)-h(x)+2$，

令 $x_1=x,x_2=0$ 得，$h(1)=h(x)\cdot h(0)-h(0)-x+2$，

所以，$h(x)=h(0)+x$．由②知，$g[h(0)]=0$，故 $h(0)=1$，从而 $h(x)=1+x$，$h(1)=2$，

由②又知，$g[h(1)]=1$，于是 $\log_a 2=1$，故 $a=2$．

【点睛】

本题为关于函数的新定义问题，此类问题一般是依据定义验证具体函数是否满足或给出新定义函数，求参数的值或范围．对于给出运算规则的抽象函数，我们可以通过赋值法求出一些特殊点的函数值或者函数的解析式，赋何值需根据运算规则和我们求解的目标而定．