

# 2019 年北京市第一次普通高中学业水平合格性考试

## 数 学

考生须知	1.考生要认真填写考场号和座位序号。 2.本试卷共 7 页,分为两个部分,第一部分为选择题,27 个小题(共 81 分);第二部分为解答题,4 个小题(共 19 分)。 3.试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答;第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答,作图时必须使用 2B 铅笔。 4.考试结束后,考生应将试卷、答题卡放在桌面上,待监考员收回。
------	--

参考公式:锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ , 其中  $S$  为锥体的底面积,  $h$  为锥体的高。

### 第一部分选择题(每小题 3 分,共 81 分)

在每个小题给出的四个备选答案中,只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{-1, 1\}$ , 那么  $A \cup B$  等于

- A.  $\{0, 1\}$       B.  $\{-1, 1\}$       C.  $\{0\}$       D.  $\{-1, 1, 0\}$

2. 已知向量  $a = (1, 1)$ ,  $b = (1, 2)$ , 那么  $a + b$  等于

- A.  $(0, -1)$       B.  $(1, 2)$       C.  $(2, 3)$       D.  $(3, 2)$

3. 过点  $A(3, 0)$  和  $B(0, 2)$  的直线的方程为

- A.  $2x - 3y - 6 = 0$       B.  $3x + 2y - 4 = 0$   
C.  $2x + 3y - 6 = 0$       D.  $x + 2y - 4 = 0$

4. 函数  $y = \lg(x + 2)$  的定义域是

- A.  $[2, +\infty)$       B.  $(2, +\infty)$       C.  $(0, +\infty)$       D.  $(-2, +\infty)$

5. 如果幂函数  $f(x) = x^a$  的图象经过点  $(4, 2)$ , 那么  $a$  的值是

- A.  $-2$       B.  $2$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{4}$

6. 在空间直角坐标系  $O-xyz$  中,  $A(-1, -1, -1)$ ,  $B(1, 1, 1)$ , 那么  $|AB|$  等于

- A.  $2$       B.  $\sqrt{6}$       C.  $2\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{3}$

7. 2018 年 10 月 24 日, 我国超级工程—港珠澳大桥正式通车运营, 它是世界上最长的跨海大桥, 全长 55 千米, 采用 Y 型线路, 连接香港、珠海和澳门三地. 如果从甲、乙、丙三位同学中任选一位同学前往港珠澳大桥参观, 那么甲同学被选中的概率为

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $1$

8. 为深入贯彻落实《国务院办公厅关于强化学校体育促进学生身心健康全面发展的意见》, 我市提出: 到 2020 年, 全市义务教育阶段学生体质健康合格率达到 98%, 基础教育阶段学生优秀率达到 15% 以上. 某学校现有小学和初中学生共 2000 人, 为了解学生的体质健康合格情况, 决定采用分层抽样的方法从全校学生中抽取一个容量为 400 的样本, 其中被抽到的初中学生人数为 180, 那么这所学校的初中学生人数为

- A. 800      B. 900      C. 1000      D. 1100

9. 化简  $\sin(\alpha + \pi)$  为

- A.  $-\sin \alpha$       B.  $\sin \alpha$       C.  $-\cos \alpha$       D.  $\cos \alpha$

10. 如果直线  $2x-y=0$  与直线  $x+my-1=0$  垂直, 那么  $m$  的值为

- A.  $-2$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $2$

11. 已知向量  $a=(2, -1)$ ,  $b=(1, m)$ , 且  $a=2b$ , 那么  $m$  的值为

- A.  $-2$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $2$

12. 直线  $x-\sqrt{3}y+1=0$  的倾斜角的度数是

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

13. 已知直线  $l$  经过点  $P(1, 1)$ , 且与直线  $x-y+2=0$  平行, 那么直线  $l$  的方程为

- A.  $x-y-2=$                       B.  $x+y-2=0$                       C.  $x-y=0$                       D.  $x+y-4=0$

14. 函数零点的涵义是

- A. 一个点                      B. 函数图象与  $x$  轴的交点的横坐标  
C. 函数图象与  $x$  轴的交点                      D. 函数图象与  $Y$  轴的交点的纵坐标

15. 在函数  $y=\frac{1}{x}$ ,  $y=x^2$ ,  $y=2^x$ ,  $y=\log_3x$  中, 奇函数是

- A.  $y=\frac{1}{x}$                       B.  $y=x^2$                       C.  $y=2^x$                       D.  $y=\log_3x$

16. 在相距 4 千米的 A, B 两点分别观测目标点 C, 如果  $\angle CAB=75^\circ$ ,  $\angle CBA=60^\circ$ , 那么 A, C 两点间的距离是

- A.  $2\sqrt{2}$  千米                      B.  $2\sqrt{3}$  千米                      C.  $2\sqrt{6}$  千米                      D.  $(2+2\sqrt{3})$  千米

17. 已知角  $a$  的终边经过点  $P(5, 12)$ , 那么  $\sin a$  的值是

- A.  $\frac{5}{12}$                       B.  $\frac{12}{5}$                       C.  $\frac{5}{13}$                       D.  $\frac{12}{13}$

18. 已知直线  $l: x+y+2=0$  和圆  $C: (x-1)^2+(y+1)^2=1$ , 那么圆心  $C$  到直线  $l$  的距离是

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $1$                       C.  $\sqrt{2}$                       D.  $2$

19. 函数  $f(x)=2\sin^2x$  的最小正周期是

- A.  $\frac{\pi}{2}$                       B.  $\pi$                       C.  $2\pi$                       D.  $4\pi$

20. 计算  $(\frac{1}{4})^0 + \log_2 2$  的结果为

- A.  $3$                       B.  $\frac{5}{4}$                       C.  $2$                       D.  $1$

21. 已知两条直线  $m, n$  和平面  $\alpha$ , 且  $m \perp \alpha$ , 要得到结论  $m \parallel n$ , 还需要添加一个已知条件, 这个条件应是①  $n \perp \alpha$ , ②  $n \parallel \alpha$ , ③  $n \subset \alpha$ , ④  $n \not\subset \alpha$  中的

- A. ①                      B. ②                      C. ③                      D. ④

22. 已知函数  $f(x)=\begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases}$  如果  $f(m)=4$ , 那么实数  $m$  的值为

- A.  $1$                       B.  $-2$                       C.  $-8$                       D.  $-\frac{1}{2}$

23. 将函数  $y=2\sin x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位, 所得图象的函数表达式是

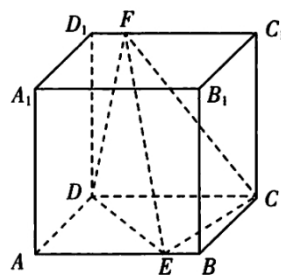
- A.  $y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$                       B.  $y=2\sin(x-\frac{\pi}{6})$   
 C.  $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$                       D.  $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

24. 在 $\triangle ABC$ 中, 角A、B、C所对应的边分别为a, b, c, 如果 $b=1, c=\sqrt{3}, B=30^\circ$ , 那么角A的度数是

- A.  $30^\circ$  或  $60^\circ$                       B.  $45^\circ$  或  $60^\circ$                       C.  $30^\circ$  或  $90^\circ$                       D.  $45^\circ$  或  $120^\circ$

25. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, E, F分别为棱AB,  $C_1D_1$ 上的动点, 那么三棱锥F-CDE的体积为

- A.  $\frac{1}{6}$   
 B.  $\frac{1}{3}$   
 C.  $\frac{1}{2}$   
 D.  $\frac{2}{3}$



26. 已知边长为3的正方形ABCD, 点E满足 $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC}$ , 那么 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC}$ 等于

- A. 6                      B. 9                      C. 12                      D. 15

27. 党的十九大明确把精准脱贫作为决胜全面建成小康社会必须打好的三大攻坚战之一, 作出了新的部署. 某地区现有28万农村贫困人口, 如果计划在未来3年时间内完成脱贫任务, 并且后一年的脱贫任务是前一年任务的一半, 为了按时完成脱贫攻坚任务, 那么第一年需要完成的脱贫任务是

- A. 10万人                      B. 12万人                      C. 14万人                      D. 16万人

第二部分解答题(共19分)

28. (本小题满分5分)

某同学解答一道三角函数题: “已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ,  $\omega > 0$ , 其最小正周期为 $T$ 求 $f(0)$ , 和 $\omega$ 的值; (II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上的最小值及相应 $x$ 的值.”

该同学解答过程如下:

解答: (I)  $f(0) = 2\sin \frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{1}{2} = 1;$

因为  $T = \frac{2\pi}{|\omega|} = \pi$ , 且  $\omega > 0$ ,

所以  $\omega = 2$ .

(II) 画出函数  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$  在  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$  上的图象, 由图象

可知, 当  $x = -\frac{\pi}{6}$  时, 函数  $f(x)$  的最小值  $f(x)_{\min} = -1$ .

下表列出了某些数学知识:

任意角的概念	任意角的正弦、余弦、正切的定义
弧度制的概念	的正弦、余弦、正切的诱导公式
弧度与角度的互化	函数 $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \tan x$ 的图象
三角函数的周期性	正弦函数、余弦函数在区间 $[0, 2\pi]$ 上的性质
同角三角函数的基本关系式	正切函数在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的性质
两角差的余弦公式	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的实际意义
两角差的正弦、正切公式	参数 $A, \omega, \varphi$ 对函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 图象变化的图像
两角和的正弦、余弦、正切公式	半角的正弦、余弦、正切公式
二倍角的正弦、余弦、正切公式	积化和差、和差化积公式

请写出该同学在解答过程中用到了此表中的哪些数学知识.

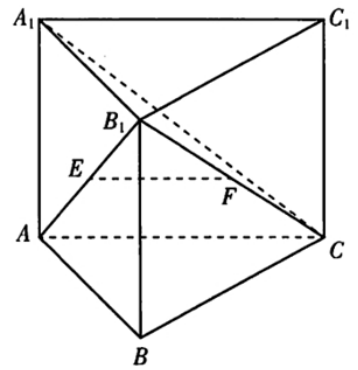
29. (本小题满分 5 分)

阅读下面题目及其证明过程, 在①~⑤处填写适当的内容.

已知三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$ ,  $AA_1 \perp$  平面  $ABC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $E, F$  分别为  $AB_1, CB_1$  的中点.

(I) 求证:  $EF \parallel$  平面  $ABC$ ;

(II) 求证:  $AB \perp A_1C$



30. (本小题满分 5 分)

某同学解答一道解析几何题: “已知圆  $O: x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) 与直线  $L_1: x = -2$  和  $L_2: x = 2$  分别相切, 点  $C$  的坐标为  $(-1, 0)$ .  $A, B$  两点分别在直线  $L_1$  和  $L_2$  上, 且  $AC \perp BC$ ,  $|AC| = |BC|$ , 试推断线段  $AB$  的中点是否在圆  $O$  上.”

该同学解答过程如下:



解答:因为圆  $O: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$  与直线  $l_1: x = -2$  和  $l_2: x = 2$  分别相切,

所以  $2r = 4, r = 2$ . 所以  $x^2 + y^2 = 4$ . 由题意可设  $A(-2, m), B(2, n)$ ,

因为  $AC \perp BC$ , 点  $C$  的坐标为  $(-1, 0)$ ,

所以  $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0$ , 即  $mn = -3$ . ①

因为  $|AC| = |BC|$ ,

所以  $\sqrt{m^2 + 1} = \sqrt{9 + n^2}$ .

化简得  $m^2 - n^2 = 8$ . ②

由 ①② 可得  $8mn = -24, 3m^2 - 3n^2 = 24$ , 所以  $3m^2 + 8mn - 3n^2 = 0$ .

因式分解得  $(3m - n)(m + 3n) = 0$ , 所以  $n = 3m$ , 或  $m = -3n$ .

解得  $\begin{cases} m = -3, \\ n = 1, \end{cases}$  或  $\begin{cases} m = 3, \\ n = -1, \end{cases}$

所以 线段  $AB$  的中点坐标为  $(0, -1)$  或  $(0, 1)$ .

所以 线段  $AB$  的中点不在圆  $O$  上.

请指出上述解答过程中的错误之处, 并写出正确的解答过程

31. (本小题满分 4 分)

从 2008 年开始的十年间, 中国高速铁路迅猛发展, 已经建成“四纵四横”网络“八纵八横”格局正在构建. 到 2018 年, 中国高速铁路新里程已超过两万五千千米, 铸就了一张新的“国家名片”. 京沪高速铁路是北京南站到上海虹桥站之间的一条高速铁路, 全长约 1318 km. 某机构研究发现: 高速列车在该线路上单程运行一次的总费用  $f(x)$  (万元) 与平均速度  $x$  (km/h) 及其它费用  $a$  ( $3 \leq a \leq 4$ ) (万元) 之间近似满足函数关系,  $f(x) = \frac{1318a}{x} + 0.0006x^2$  ( $200 \leq x \leq 400$ ). 问: 当高速列车在该线路上运行的平均速度是多少时, 单程运行一次总费用最小?

# 2019 年北京市第一次普通高中学业水平合格性考试数学

## 参考答案

第一部分选择题(共 81 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
D	C	C	D	D	D	A	B	A	D	B	A	C	B
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
A	C	D	C	B	C	A	B	A	C	A	D	D	

28. 解答弧度制的概念, 三角函数的周期性, 函数  $y=\sin x$  的图象, 正弦函数在区间  $[0, 2\pi]$

上的性质, 参数  $A, \omega, \varphi$  对函数  $y=A\sin(\omega x+\varphi)$  图象变化的图像. ……5 分

29.

解答: (I) 证明: 在  $\triangle AB_1C$  中,

因为 E, F 分别为  $AB_1, CB_1$  的中点

所以①

因为  $EF \not\subset$  平面 ABC,  $AC \subset$  平面 ABC,

所以  $EF \parallel$  平面 ABC

(II) 证明: 因为  $AA_1 \perp$  平面 ABC,  $AB \subset$  平面 ABC,

所以②

因为  $\angle BAC=90^\circ$

所以  $AB \perp AC$

又因为  $AC \cap AA_1=A$

所以③

因为  $A_1C \subset$  平面  $AA_1C_1C$ ,

所以  $AB \perp A_1C$

上述证明过程中, 第 (I) 问的证明思路是先证“线线平行”, 再证“线面平行”, 第 (II) 问的证明思路是先证④, 再证⑤, 最后证“线线垂直”。

解答: ①  $EF \parallel AC$ ; ②  $AA_1 \perp AB$ ; ③  $AB \perp$  平面  $AA_1C_1C$ ; ④ “线线垂直” ⑤ “线面垂直。(每空 1 分, 共 5 分)”

30.

解答:  $mn=-3$  不对

由  $AC \cdot BC=0$ , 即  $mn=3$ . ①

因为  $|AC|=|BC|$ , 点 C 的坐标为  $(-1, 0)$ ,

所以  $\sqrt{m^2+1}=\sqrt{9+n^2}$

化简得  $m^2-n^2=8$ . ②

由①②解得  $\begin{cases} m=3 & m=-3 \\ n=1 & n=-1 \end{cases}$

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(ID:bj-gaokao\)](#), 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以线段 AB 的中点坐标 (0, 2) 或 (0, -2)

所以线段 AB 的中点在圆 O 上. (5 分)

31.

解答: 任取  $x_1x_2 \in [200, 400]$ , 不妨设  $x_2 > x_1$ , 令  $\Delta x = x_2 - x_1 > 0$

于是  $\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = \frac{1318a}{x_2} + 0.0006x_2^2 - (\frac{1318a}{x_1} + 0.0006x_1^2)$

$$= \frac{-1318a(x_2 - x_1) + 0.0006x_1x_2(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_1x_2}$$

$$= \frac{(x_2 - x_1)[0.0006x_1x_2(x_2 + x_1) - 1318a]}{x_1x_2}$$

因为  $200 \leq x_1 \leq 400$ ,  $200 \leq x_2 \leq 400$

所以  $400 < x_1 + x_2 < 800$ ,  $40000 < x_1x_2 < 160000$

所以  $24 < 0.0006 x_1x_2 < 96$

所以  $9600 < 0.0006 x_1x_2 (x_1 + x_2) < 76800$

又因为  $3 \leq a \leq 4$

所以  $3954 \leq 1318a \leq 5272$

所以  $4320 < 0.0006 x_1x_2 (x_1 + x_2) - 1318a < 72846$

所以  $x_1 - x_2 > 0$ ,  $x_1x_2 > 0$

$$\text{所以 } \frac{x_1 - x_2[0.0006x_1x_2 - 1318a]}{x_1x_2} > 0$$

于是当  $\Delta x = x_1 - x_2 > 0$  时,  $\Delta y = f(x_2) - f(x_1) > 0$

所以函数  $f(x)$  在定义域  $[200, 400]$  上时单调递增函数

所以当  $x=200$  时, 函数  $f(x)$  有最小值

故运行的平均速度是 200km/h 时, 单程运行一次总费用最小.

(4 分)

# 关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。  
北京高考在线官方网站：[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)  
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。