2022—2023 学年第一学期北大附中行知学院高二期中考试

数 学 试 卷

考生须知	
考生须知	1. 本试卷共 4 页，分为两部分：第一部分为选择题，共 40 分；第二部分为非选择题，共 60 分。 2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答，第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。 3. 考试结束后，考生应将答题卡放在桌面上，待监考员收回。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）直线 $x-y+1=0$ 的倾斜角为

（A）$\frac{\pi}{4}$　　（B）$\frac{\pi}{2}$

（C）$\frac{3\pi}{4}$　　（D）$\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$

（2）已知直线 l 经过点 $P(1,0)$，且法向量 $v=(1,2)$，则 l 的方程为

（A）$x+2y-2=0$　　（B）$2x-y-2=0$

（C）$x+2y-1=0$　　（D）$x-2y-1=0$

（3）x 轴与圆 $(x-1)^2+(y+2)^2=3$ 的位置关系是

（A）相交　　（B）相切

（C）相离　　（D）不确定

（4）已知 $P(4,5)$ 与 $Q(-2,7)$ 关于直线 l 对称，则下列说法中错误的是

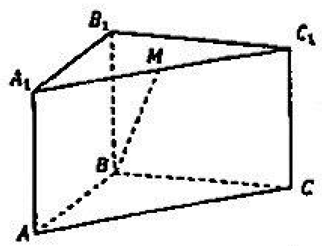
（A）直线 l 过 P,Q 的中点　　（B）直线 PQ 的斜率为 $\frac{1}{3}$

（C）直线 l 的斜率为 3　　（D）直线 l 的一个方向向量的坐标是 $(1,3)$

（5）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，M 为 A_1C_1 的中点，若 $\overrightarrow{AB}=a$，$\overrightarrow{BC}=b$，$\overrightarrow{AA_1}=c$，则 $\overrightarrow{BM}=$

（A）$-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b+c$　　（B）$\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b+c$

（C）$-\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}b+c$　　（D）$\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}b+c$

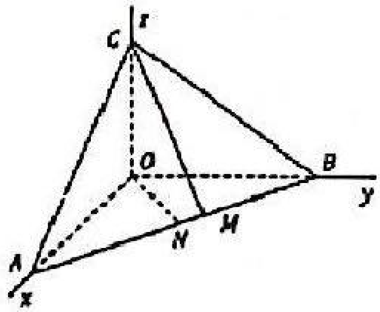


(6) 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 P 为椭圆 C 与 y 轴的交点，若 $\triangle F_1PF_2$ 是钝角三角形，则椭圆 C 的离心率的取值范围是

(A) $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　(B) $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

(C) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　(D) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

(7) 如图，点 A,B,C 分别在空间直角坐标系 $Oxyz$ 的三条坐标轴上，已知 $CM\perp AB$，$ON\perp AB$，垂足 M,N 为两个不同的点，且 $\langle\overrightarrow{MC},\overrightarrow{ON}\rangle=\frac{2\pi}{3}$，设直线 MC 与 ON 所成的角为 α，二面角 $C-AB-O$ 的大小为 β，则



(A) $\alpha=\frac{\pi}{3}$，$\beta=\frac{\pi}{3}$　　(B) $\alpha=\frac{\pi}{3}$，$\beta=\frac{2\pi}{3}$

(C) $\alpha=\frac{2\pi}{3}$，$\beta=\frac{\pi}{3}$　　(D) $\alpha=\frac{2\pi}{3}$，$\beta=\frac{2\pi}{3}$

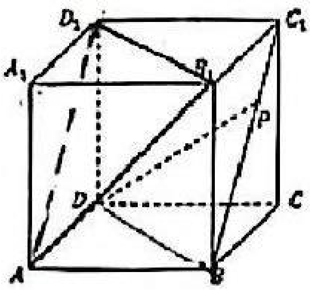
(8) 过椭圆 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$ 的左焦点作直线和椭圆交于 A,B 两点，且 $|AB|=\frac{2}{3}$，则这样的直线的条数为

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

(9) 数学家华罗庚曾说："数缺形时少直观，形少数时难入微"．事实上，很多代数问题可以转化为几何问题加以解决，例如，与 $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$ 相关的代数问题，可以转化为点 $A(x,y)$ 与点 $B(a,b)$ 之间距离的几何问题．结合上述观点，可求得方程 $\sqrt{x^2+4x+5}+\sqrt{x^2-4x+5}=6$ 的解是

(A) $\frac{3\sqrt{62}}{4}$　　(B) $\pm\frac{3\sqrt{62}}{4}$　　(C) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$　　(D) $\pm\frac{6\sqrt{5}}{5}$

(10) 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为线段 BC_1 上的动点，给出下列结论：



① $DP\,/\!/$ 平面 AB_1D_1；

② 三棱锥 D_1-A_1DP 的体积为定值；

③ $DP\perp A_1C$；

④ 在平面 ABC_1D_1 内，若以点 A,D_1 为焦点的椭圆 M 过点 P，则椭圆 M 的离心率为定值

其中所有正确结论的个数为

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

第二部分（非选择题　共60分）

二、填空题共5小题，每小题4分，共20分。

(11) 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,-1)$.

①请写出一个与 $\boldsymbol{a}$ 共线的非零向量的坐标：________;

②请写出一个与 $\boldsymbol{a}$ 垂直的非零向量的坐标：________.

(12) 已知圆 $C: x^2+(y-1)^2=4$，过点 $P(\sqrt{3},2)$ 作圆的切线，则切线方程为________.

(13) 已知圆 $C: x^2+y^2=4$ 与圆 $D: x^2+y^2-4x+2y+4=0$ 交于 A，B 两点，则直线 AB 的方程为________；$|AB|=$________.

(14) 平面内，已知两点 $F_1(-2,0)$，$F_2(2,0)$ 及动点 M，给出下列结论：

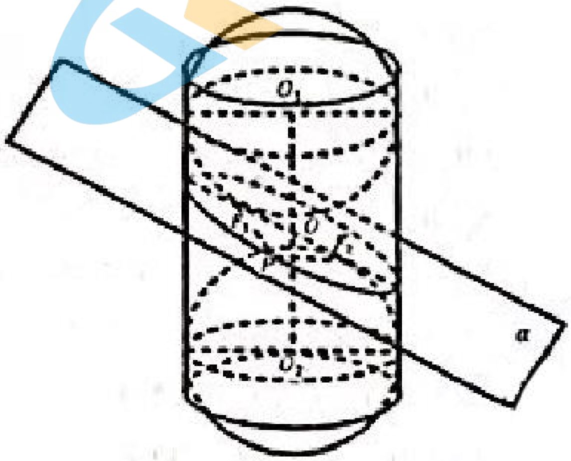
①满足 $|MF_1|+|MF_2|=4$ 的点 M 的轨迹为线段；

②若直线 MF_1，MF_2 的斜率之积是 -2，则点 M 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{8}=1\ (x\neq\pm2)$；

③若点 M 到定点 F_2 的距离与它到定直线 $x=8$ 的距离之比为 $\frac{1}{2}$，则点 M 的轨迹为椭圆.

其中所有正确结论的序号是________.

(15) 在化学课上，你一定曾注意到，当装有液体的试管稍微倾斜一点时，液面的轮廓是椭圆的形状，即用平面 α 截圆柱面，当圆柱的轴与平面 α 所成角为锐角时，圆柱面的截线是一个椭圆．著名数学家 Dandelin 创立的双球实验证明了上述结论．如图所示，将两个大小相同的球 O_1,O_2 嵌入圆柱内，使它们分别位于平面 α 的上方和下方，并且与圆柱的侧面相切，和平面 α 相切于 F_1,F_2 两点，O_1O_2 与 F_1F_2 交于点 O．过截线上的任意一点 P 作圆柱的母线，设母线与上下两个球分别相切于点 M,N（如有必要，需自己作出）．证明：截线是椭圆，且 $|MN|$ 就是长轴长．请将下述证明补充完整．



证明：因为两球和平面 α 分别相切于 F_1,F_2 两点，那么对于每个球来说，球外一点 P 向球作切线，切线长相等，即 $|PF_1|=|PM|$，$|PF_2|=|PN|$，

$|PF_1|+|PF_2|=|PM|+|PN|=|MN|=$ ________，为定值，

在 $\mathrm{Rt}\triangle O_1F_1O$ 中，$|O_1O|>|F_1O|$，在 $\mathrm{Rt}\triangle O_2F_2O$ 中，$|O_2O|>|F_2O|$，

所以________________，所以截线上的点 P 满足椭圆的定义，

所以截线是以 F_1,F_2 为焦点的椭圆，$|MN|$ 就是长轴长.

三、解答题共 3 小题，共 40 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

设直线 l 与椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 相交于 A,B 两点，已知点 $A(0,1)$.

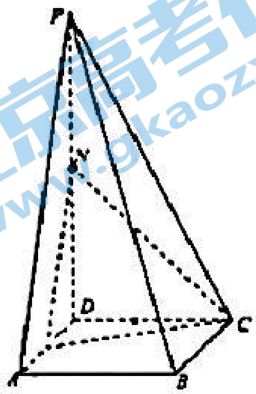
（Ⅰ）直接写出椭圆 C 的标准方程；

（Ⅱ）设直线 l 的斜率存在，求弦长 $|AB|$ 关于斜率 k 的表达式，并化简；

（Ⅲ）若设点 B 的坐标为 (m,n)，求弦长 $|AB|$ 关于 n 的表达式，并化简；

（Ⅳ）直接写出弦长 $|AB|$ 的最大值.

（17）（本小题 14 分）



如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD=2$，$AD=1$，$PD\perp DA$，$PD\perp DC$，底面 $ABCD$ 为正方形，M,N 分别为 AD,PD 的中点.

（Ⅰ）求证：$PA\,//$ 平面 MNC；

（Ⅱ）求直线 PB 与平面 MNC 所成角的正弦值；

（Ⅲ）求点 B 到平面 MNC 的距离.

（18）（本小题 13 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 经过点 $(0,1)$，且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的标准方程；

（Ⅱ）过左焦点 F 的直线 l（与 x 轴不重合）与椭圆交于 A,B 两点，线段 AB 的垂直平分线交 y 轴于点 $M(0,m)$，求实数 m 的取值范围.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！