石景山区 2021 年高三统一练习

数　学

本试卷共 8 页，满分为 150 分，考试时间为 120 分钟．请务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效，考试结束后上交答题卡．

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

（1）已知集合 $A=\{1,3,5\}$，$B=\{x\mid x^2-16<0\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{1,3\}$　　（B）$\{3,5\}$　　（C）$\{1,3,5\}$　　（D）$(0,4)$

（2）下列函数中，是奇函数且最小正周期 $T=\pi$ 的是

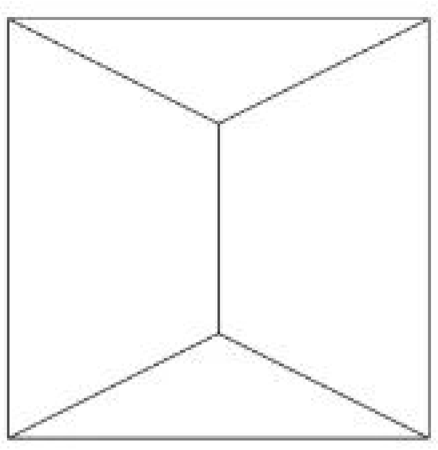
（A）$f(x)=\dfrac{1}{x}$　　（B）$f(x)=x^3$

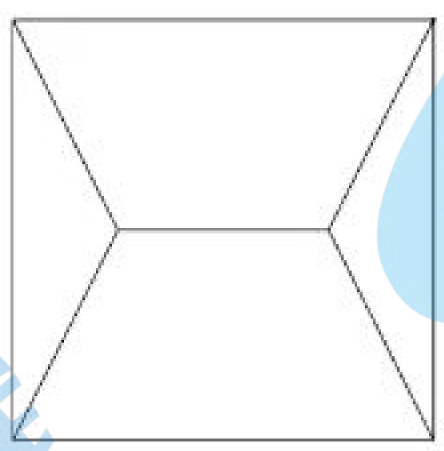
（C）$f(x)=2\sin x\cos x$　　（D）$f(x)=\sin x$

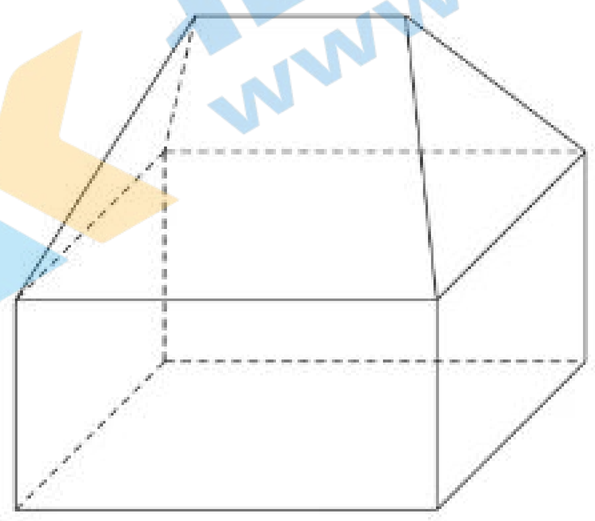
（3）复数 $\dfrac{a\mathrm{i}-1}{\mathrm{i}}$ 在复平面上对应的点位于第一象限，则实数 a 的取值范围是

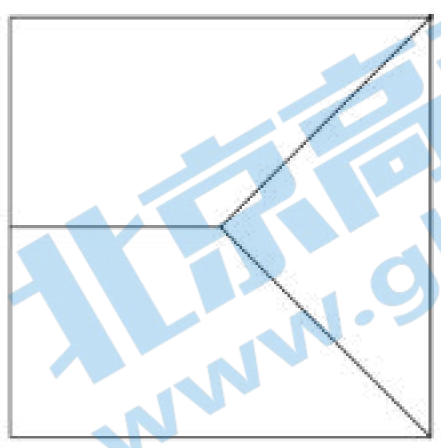
（A）$(-\infty,-1)$　　（B）$(-\infty,0)$　　（C）$(0,+\infty)$　　（D）$(1,+\infty)$

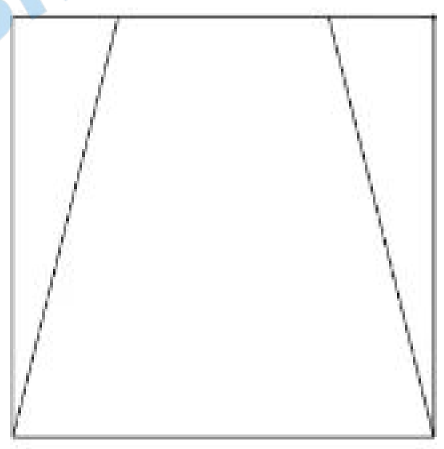
（4）一几何体的直观图和主视图如图所示，下列给出的四个俯视图中正确的是

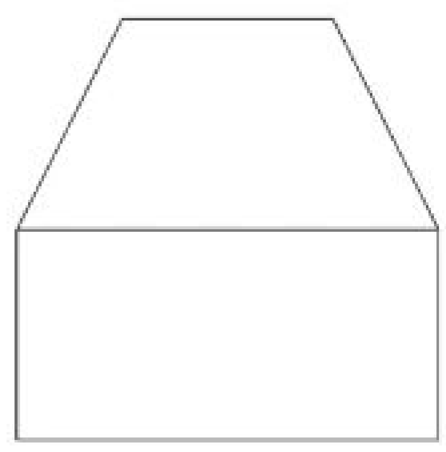

（A）


（B）


直观图


（C）


（D）


正（主）视图

（5）“直线l垂直于平面α内无数条直线”是“直线l垂直于平面α”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（6）已知菱形$ABCD$的边长为a，$\angle ABC=60°$，则$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=$

（A）$-\frac{3}{2}a^2$　　（B）$-\frac{3}{4}a^2$　　（C）$\frac{3}{4}a^2$　　（D）$\frac{3}{2}a^2$

（7）过抛物线$y^2=4x$的焦点F的直线交抛物线于A、B两点，若F是线段AB的中点，则$|AB|=$

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（8）“回文数”是指从左到右读与从右到左读都一样的正整数．如22，121，3443等．那么在四位数中，回文数共有

（A）81个　　（B）90个　　（C）100个　　（D）900个

（9）已知$f(x)=\begin{cases}x^2-2, x\leqslant 0,\\ 3x-2, x>0,\end{cases}$若$|f(x)|\geqslant ax$在$x\in[-1,1]$上恒成立，则实数$a$的取值范围是

（A）$(-\infty,-1]\cup[0,+\infty)$　　（B）$[0,1]$

（C）$[-1,0]$　　（D）$(-1,0)$

（10）瑞士著名数学家欧拉在1765年证明了定理：三角形的外心、重心、垂心位于同一条直线上，这条直线被后人称为三角形的“欧拉线”．在平面直角坐标系中作$\triangle ABC$，$AB=AC=4$，点$B(-1,3)$，点$C(4,-2)$，且其“欧拉线”与圆M: $(x-a)^2+(y-a+3)^2=r^2$相切．则圆M上的点到直线$x-y+3=0$的距离的最小值为

（A）$2\sqrt{2}$　　（B）$3\sqrt{2}$　　（C）$4\sqrt{2}$　　（D）6

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

（11）双曲线 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的离心率为__________.

（12）已知函数 $f(x)=|\ln x|$，若 $a=f(\dfrac{1}{8})$，$b=f(\dfrac{1}{4})$，$c=f(2)$，则 a, b, c 从小到大排序为__________.

（13）如图，如果每个横行上两数字之和相等，每个竖列上两个数字之和相等，请写出一组满足要求的不全相等的 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ 的值.

$a_{11}=$________，$a_{12}=$________，$a_{21}=$________，$a_{22}=$________.

a_{11}	a_{12}
a_{21}	a_{22}

（14）在锐角△ABC 中，$a=3\sqrt{3}, c=5, a=2b\sin A$，则 $B=$__________，$b=$__________.

（15）海水受日月的引力，会发生潮汐现象．在通常情况下，船在涨潮时驶入航道，进入港口，落潮时返回海洋．某兴趣小组通过 AI 技术模拟在一次潮汐现象下货船出入港口的实验：首先，设定水深 y（单位：米）随时间 x（单位：小时）的变化规律为 $y=0.8\sin\omega x+2$（$\omega\in\mathbf{R}$），其中 $0\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{\omega}$；然后，假设某虚拟货船空载时吃水深度（船底与水面的距离）为 0.5 米，满载时吃水深度为 2 米，卸货过程中，随着货物卸载，吃水深度以每小时 0.4 米的速度减小；并制定了安全条例，规定船底与海底之间至少要有 0.4 米的安全间隙.

在此次模拟实验中，若货船满载进入港口，那么以下结论正确的是__________.

① 若 $\omega=\dfrac{\pi}{6}$，货船在港口全程不卸货，则该船在港口至多能停留 4 个小时；

② 若 $\omega=\dfrac{\pi}{6}$，该货船进入港口后，立即进行货物卸载，则该船在港口至多能停留 4 个小时；

③ 若 $\omega=1$，货船于 $x=1$ 时进入港口后，立即进行货物卸载，则 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 时，船底离海底的距离最大；

④ 若 $\omega=1$，货船于 $x=1$ 时进入港口后，立即进行货物卸载，则 $x=\dfrac{2\pi}{3}$ 时，船底离海底的距离最大.

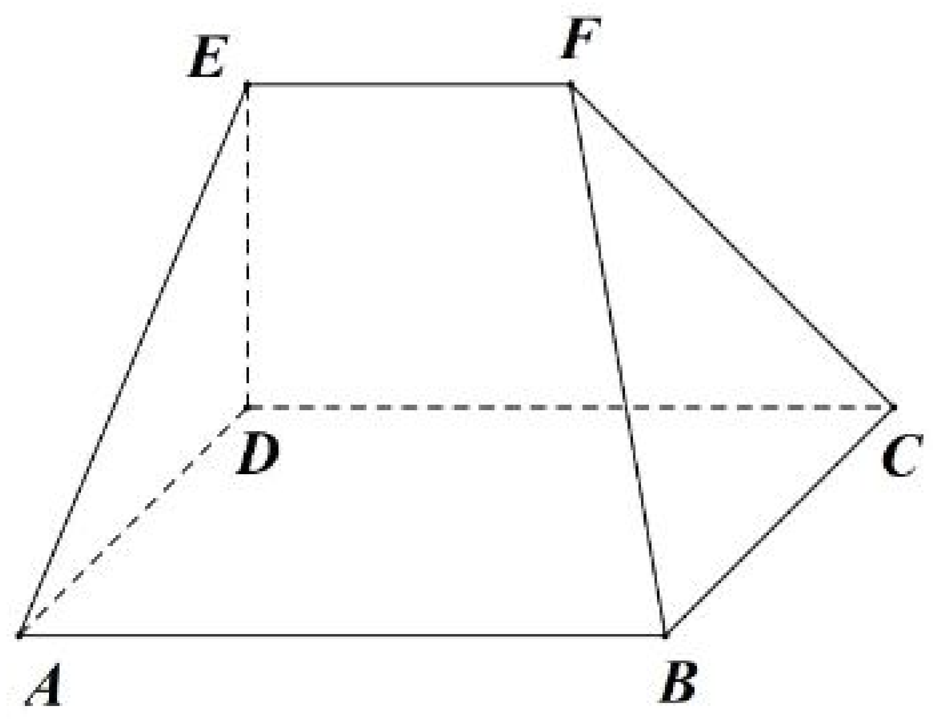
三、解答题共 **6** 小题，共 **85** 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

（16）（本小题 13 分）

如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，面 $ABCD$ 为正方形，面 $ABFE\cap$ 面 $CDEF=EF$，$AD\perp ED$，$CD\perp EA$．

（Ⅰ）求证：CD // 平面 $ABFE$；

（Ⅱ）若 $EF=ED$，$CD=2EF=2$，求平面 ADE 与平面 BCF 所成的锐二面角的大小．



（17）（本小题 13 分）

已知有限数列 $\{a_n\}$ 共有 30 项，其中前 20 项成公差为 d 的等差数列，后 11 项成公比为 q 的等比数列，记数列的前 n 项和为 S_n．从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，求：

（Ⅰ）d,q 的值；

（Ⅱ）数列 $\{a_n\}$ 中的最大项．

条件①：$a_2=4,\ S_5=30,\ a_{21}=20$；

条件②：$S_3=0,\ a_{20}=-36,\ a_{22}=-9$；

条件③：$S_1=48,\ a_{21}=20,\ a_{24}=160$．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

(18)(本小题 14 分)

某大型连锁超市的市场部为了比较线下、线上这两种模式的销售情况，从某地区众多门店中随机抽取 8 家门店，对其线下和线上这两种销售模式下的日营业额（单位：万元）进行调查. 调查结果如下：

	门店 1	门店 2	门店 3	门店 4	门店 5	门店 6	门店 7	门店 8
线下 日营业额	9	6.5	19	9.5	14.5	16.5	20.5	12.5
线上 日营业额	11.5	9	12	17	19	23	21.5	15

若某门店一种销售模式下的日营业额不低于 15 万元，则称该门店在这种销售模式下的日营业额达标；否则就称该门店在此种销售模式下的日营业额不达标.

若某门店的日营业总额（线上和线下两种销售模式下的日营业额之和）不低于 30 万元，则称该门店的日营业总额达标；否则就称该门店的日营业总额不达标.

（各门店的营业额之间互不影响）

（Ⅰ）从 8 个样本门店中随机抽取 3 个，求抽取的 3 个门店的线下日营业额均达标的概率；

（Ⅱ）若从该地区众多门店中随机抽取 3 个门店，记随机变量 X 表示抽到的日营业总额达标的门店个数. 以样本门店的日营业总额达标的频率作为一个门店的日营业总额达标的概率，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）线下日营业额和线上日营业额的样本平均数分别记为 μ_1 和 μ_2，线下日营业额和线上日营业额的样本方差分别记为 S_1^2 和 S_2^2. 试判断 μ_1 和 μ_2 的大小，以及 S_1^2 和 S_2^2 的大小.（结论不要求证明）

（19）（本小题 15 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，且经过点 $A(-2,0)$ 和点 $B(2,0)$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）M 和 N 是椭圆 C 上两个不同的点，四边形 $AMBN$ 是平行四边形，直线 AM 、AN 分别交 y 轴于点 P 和点 Q，求四边形 $APFQ$ 面积的最小值．

（20）（本小题 15 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1+ax}{\mathrm{e}^{x}}\left(a\in\mathbf{R}\right)$.

（Ⅰ）当 $a=-1$ 时，求 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程；

（Ⅱ）已知 $f\left(x\right)\leqslant 1$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求 a 的值.

（21）（本小题 15 分）

由 m 个正整数构成的有限集 $M=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_m\}$（其中 $a_1<a_2<a_3<\cdots<a_m$），记 $P(M)=a_1+a_2+\cdots+a_m$，特别规定 $P(\varnothing)=0$，若集合 M 满足：对任意的正整数 $k\leqslant P(M)$，都存在集合 M 的两个子集 A，B，使得 $k=P(A)-P(B)$ 成立，则称集合 M 为"满集".

（Ⅰ）分别判断集合 $M_1=\{1,2\}$ 与 $M_2=\{2,3\}$ 是否为"满集"，请说明理由；

（Ⅱ）若集合 M 为"满集"，求 a_1 的值；

（Ⅲ）若 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_m$ 是首项为 1 公比为 2 的等比数列，判断集合 M 是否为"满集"，并说明理由.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

石景山区 2021 年高三统一练习

数学试卷参考答案公众号：北京初高中数学

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	C	B	B	D	D	B	C	A

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 5 分，共 25 分.

（11）$\frac{5}{4}$；　（12）$c<b<a$　（13） 1,2,2,1　答案不唯一；

（14）$\frac{\pi}{6}$, $\sqrt{7}$　（15）①④.

三、解答题：本大题共 6 个小题，共 85 分．解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（16）（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）在五面体 $ABCDEF$ 中，

因为面 $ABCD$ 是正方形 ，

所以 $CD \parallel AB$.

又因为 $AB \subset$ 平面 $ABFE$，

$CD \not\subset$ 平面 $ABFE$，

所以 $CD \parallel$ 平面 $ABFE$.

（Ⅱ）因为面 $ABCD$ 是正方形，所以 $CD \perp AD$.

又因为 $CD \perp AE$.

又 $AD \cap AE = A$，

所以 $CD \perp$ 平面 ADE

又因为 $DE \subset$ 平面 ADE，

所以 $CD \perp DE$.

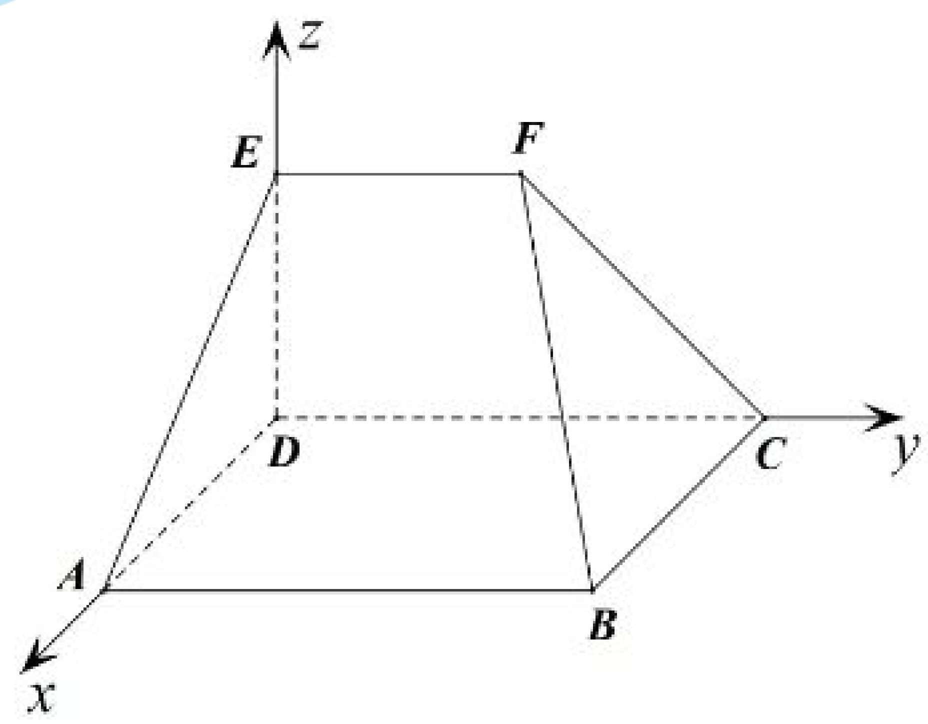
因为面 $ABCD$ 是正方形，

所以 $CD \perp AD$.

又因为 $AD \perp DE$，

所以以点 D 为坐标原点， DA，DC，DE 分别为 x，y，z 轴，

如图建立空间直角坐标系.



因为$CD=2EF=2, EF=ED$

$D(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$B(2,2,0)$，$C(0,2,0)$，$E(0,0,1)$.

由（Ⅰ）CD // 平面 $ABFE$，$CD\subset$ 平面 $CDEF$，

平面 $CDEF\cap$ 平面 $ABFE=EF$，

所以 CD // EF.

所以 $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.

可得 $F(0,1,1)$.

由题意知平面 ADE 的法向量为 $\overrightarrow{DC}=(0,2,0)$

设平面 BCF 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$.

由 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{FC}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-2x=0,\\ y-z=0,\end{cases}$

令 $y=1$，得 $z=1$，$x=0$，所以 $\vec{n}=(0,1,1)$

设平面 ADE 与平面 BCF 所成锐二面角为 θ.

$$\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{DC}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{DC}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

所以平面 ADE 与平面 BCF 所成锐二面角为 $\frac{\pi}{4}$

（17）（本小题 13 分）

选择条件①： $a_2=4$, $S_5=30$, $a_{21}=20$

解：（Ⅰ）因为 $\{a_n\}$ 的前 20 项成等差数列，$a_2=4$, $S_5=30$，

所以 $\begin{cases}a_1+d=4,\\ 5a_1+\frac{5\times4}{2}d=30,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a_1=2,\\ d=2\end{cases}$.

所以 $a_{20}=2+19\times2=40$.

因为数列 $\{a_n\}$ 后 11 项成公比为 q 的等比数列，

所以 $q=\frac{a_{21}}{a_{20}}=\frac{1}{2}$.

综上，$d=2, q=\frac{1}{2}$.

（Ⅱ）$\{a_n\}$ 的前 20 项成等差数列，$d>0$.

所以前 20 项为递增数列.

即:前 20 项的最大项为 $a_{20}=40$.

数列 $\{a_n\}$ 的后 11 项成等比数列，$q=\frac{1}{2}$，

所以后 11 项是递减数列.

即:后 11 项的最大项为 $a_{20}=40$

综上，数列 $\{a_n\}$ 的最大项为第 20 项，其值为 40.

选择条件②：$S_3=0, a_{20}=-36, a_{22}=-9$

解：(Ⅰ) 因为 $\{a_n\}$ 的前 20 项成等差数列，$S_3=0, a_{20}=-36$，

所以 $\begin{cases}3a_1+3d=0,\\ a_1+19d=-36,\end{cases}$

所以 $\begin{cases}a_1=2,\\ d=-2.\end{cases}$

因为数列 $\{a_n\}$ 后 11 项成公比为 q 的等比数列，

$a_{20}=-36$，又因为 $a_{22}=-9$，

$q^2=\frac{a_{22}}{a_{20}}=\frac{1}{4}$

所以 $q=\pm\frac{1}{2}$.

综上，$d=-2, q=\pm\frac{1}{2}$.

(Ⅱ) $\{a_n\}$ 的前 20 项成等差数列，$d<0$.

所以前 20 项为递减数列.

前 20 项的最大项为 $a_1=2$.

因为 $q=\pm\frac{1}{2}$.

i. 当 $q=\frac{1}{2}$ 时，$a_n=-36\left(\frac{1}{2}\right)^{n-20}$ $(20\leqslant n\leqslant 30\text{且}n\in\mathbf{N}^*)$，

所以当 $20\le n\le 30$ 时，$a_n<0$.

此时，数列 $\{a_n\}$ 的最大项为第 1 项，其值为 2;

ii. 当 $q=-\frac{1}{2}$ 时，$a_n=-36\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-20}$ $(20\leqslant n\leqslant 30\text{且}n\in\mathbf{N}^*)$，

后 11 项的最大项为 $a_{21}=18$.

此时，数列 $\{a_n\}$ 的最大项为第 21 项，其值为 18.

综上，当 $q=\frac{1}{2}$ 时，数列 $\{a_n\}$ 的最大项为第 1 项，其值为 2;

当 $q=-\frac{1}{2}$ 时，数列 $\{a_n\}$ 的最大项为第 21 项，其值为 18.

选择条件③：$S_1=48, a_{21}=20,\ a_{24}=160$

解：（Ⅰ）因为数列$\{a_n\}$后 11 项成公比为q的等比数列，$a_{21}=20,\ a_{24}=160$，

所以$q^3=\dfrac{a_{24}}{a_{21}}=8$，

解得$q=2$.

所以$a_{20}=\dfrac{a_{21}}{q}=10$.

又因为$\{a_n\}$的前 20 项成等差数列，$S_1=a_1=48$，

所以$d=\dfrac{a_{20}-a_1}{20-1}=-2$.

综上，$d=-2, q=2$.

（Ⅱ）$\{a_n\}$的前 20 项成等差数列，$d<0$.

所以前 20 项为递减数列.

前 20 项的最大项为$a_1=48$.

$\{a_n\}$的后 11 项成等比数列，而$a_{20}=10$，$q=2$，

$a_n=10\cdot 2^{n-20}(20\leqslant n\leqslant 30且n\in\mathbf{N}^*)$，

所以后 11 项为递增数列.

后 11 项的最大项为$a_{30}=10240$

综上，数列$\{a_n\}$的最大项为第 30 项，其值为 10240.

（18）（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）设“抽取的 3 个门店的线下日营业额均达标”为事件A，

由题意知，8 个样本门店中线下日营业额达标的有 3 家，

所以$P(A)=\dfrac{C_3^3}{C_8^3}=\dfrac{1}{56}$.

所以抽取的 3 个门店的线下日营业额均达标的概率为$\dfrac{1}{56}$.

（Ⅱ）由题意，8 个样本门店中线下日营业总额达标的有 4 家，

所以从该地区众多门店中任选 1 个门店，日营业总额达标的概率为$\dfrac{1}{2}$.

依题意，随机变量X的所有可能取值为$0,1,2,3$.

$P(X=0)=C_3^0(\dfrac{1}{2})^0(1-\dfrac{1}{2})^3=\dfrac{1}{8}$；　$P(X=1)=C_3^1(\dfrac{1}{2})\cdot(1-\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{3}{8}$；

$P(X=2)=C_3^2(\dfrac{1}{2})^2(1-\dfrac{1}{2})=\dfrac{3}{8}$；　$P(X=3)=C_3^3(\dfrac{1}{2})^3(1-\dfrac{1}{2})^0=\dfrac{1}{8}$.

所以随机变量X的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

其数学期望 $EX=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$.

（III）$\mu_1<\mu_2, S_1^2=S_2^2$.

（19）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）由已知 $a=2$，$c=1$，

所以 $b^2=a^2-c^2=3$.

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（Ⅱ）因为四边形 $AMBN$ 是平行四边形，

所以 AB 与 MN 的中点重合，所以 M、N 关于原点对称.

设 $M(x_1,y_1)$，则 $N(-x_1,-y_1)$.（$x_1\neq\pm2$ 且 $y_1\neq0$）

$k_{AM}=\frac{y_1}{x_1+2}$，

直线 AM 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，

令 $x=0$，得 $y=\frac{2y_1}{x_1+2}$，即 $P(0,\frac{2y_1}{x_1+2})$，

又 $k_{AN}=\frac{y_1}{x_1-2}$，

直线 AN 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1-2}(x+2)$，

令 $x=0$，得 $y=\frac{2y_1}{x_1-2}$，即 $Q(0,\frac{2y_1}{x_1-2})$.

四边形 $APFQ$ 面积为 $\frac{1}{2}|AF|\cdot|PQ|=\frac{3}{2}|PQ|$，

$|PQ|=|\frac{2y_1}{x_1+2}-\frac{2y_1}{x_1-2}|=|\frac{8y_1}{x_1^2-4}|$.

因为点 M 在椭圆上，

所以 $\frac{x_1^2}{4}+\frac{y_1^2}{3}=1$，$-\sqrt{3}\leqslant y_1\leqslant\sqrt{3}$ 且 $y_1\neq0$.

所以 $x_1^2-4=-\frac{4}{3}y_1^2$.

所以$|PQ|=|\frac{6}{y_1}|$.

所以当$y_1=\pm\sqrt{3}$时，$|PQ|_{\min}=2\sqrt{3}$.

所以四边形$APFQ$面积的最小值为$3\sqrt{3}$.

（20）（本小题15分）

解：（Ⅰ）当$a=-1$时，$f(x)=\frac{1-x}{e^x}$，$f'(x)=\frac{x-2}{e^x}$，

所以$f(0)=1$，

$f'(0)=-2$

切线l的斜率为$k=f'(0)=-2$.

所以$f(x)$在$x=0$处的切线方程为$y=-2x+1$.

（Ⅱ）依题意，$f(x)\leqslant 1$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，

$$f'(x)=\frac{(1+ax)'e^x-(1+ax)(e^x)'}{(e^x)^2}=\frac{-ax+a-1}{e^x}$$

当$a=0$时，$f'(x)=-\frac{1}{e^x}$，由于$e^x>0$，则$f'(x)<0$恒成立，

所以$f(x)$在$\mathbf{R}$内单调递减，

因为$f(0)=1$，

故当$x<0$时，$f(x)>1$，不符合题意.

当$a\neq 0$时，令$f'(x)=0$，得$x=1-\frac{1}{a}$

当$a<0$时，$x=1-\frac{1}{a}>0$，因为$f(0)=1$，那么$x,f'(x),f(x)$的变化情况如下表：

x	$(-\infty,1-\frac{1}{a})$	$1-\frac{1}{a}$	$(1-\frac{1}{a},+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	单调递减	极小值	单调递增

所以结合$f(x)$的单调性知：当$x<0$时，$f(x)>1$，不符合题意.

当$a>0$时，$x,f'(x),f(x)$的变化情况如下表：

x	$(-\infty,1-\frac{1}{a})$	$1-\frac{1}{a}$	$(1-\frac{1}{a},+\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减

当$0<a<1$时，$x=1-\frac{1}{a}<0$，因为$f(0)=1$，

所以结合$f(x)$的单调性知当$x\in(1-\frac{1}{a},0)$时，$f(x)>1$，不符合题意.

当$a>1$时，$x=1-\frac{1}{a}>0$，因为$f(0)=1$，

所以结合$f(x)$的单调性知当$x\in(0,1-\frac{1}{a})$时，$f(x)>1$，不符合题意.

当$a=1$时，$1-\frac{1}{a}=0$. 由$f(x)$的单调性可知，$f(x)_{\max}=f(0)=1$，所以符合题意.

综上，$a=1$.

（21）（本小题15分）

解：（Ⅰ）M_1是满集，M_2不是满集.

$P(M_1)=3$，且M_1的子集为$\varnothing,\{1\},\{2\},\{1,2\}$

$k=1,k=P(\{1\})-P(\varnothing)$，$k=2,k=P(\{2\})-P(\varnothing)$，$k=3,k=P(\{1,2\})-P(\varnothing)$

所以M_1是满集；

$P(M_2)=5$，且M_2的子集为$\varnothing,\{2\},\{3\},\{2,3\}$

$k=4$时不存在集合M的两个子集A、B，使得$4=P(A)-P(B)$)成立，

所以M_2不是满集.

（Ⅱ）设$k_0=P(M)$，因为集合M为“满集”对任意的正整数$k\le P(M)$，都存在集合M的两个子集A、B，使得$k=P(A)-P(B)$)成立.

则$k_0-1=P(A)-P(B)$，且$P(B)\ge 0$，所以$P(A)=k_0$或$P(A)=k_0-1$.

当$P(A)=k_0$时$P(B)=1$，此时$a_1=1$；

当$P(A)=k_0-1$时$P(B)=0$，因为$a_1<a_2<a_3<\cdots<a_m$，

所以$a_2+\cdots+a_m$为最大k_0-1，此时$a_1=1$.

综上$a_1=1$.

（Ⅲ）集合M是满集.

由题意知集合$M=\{1,2,4,\cdots,2^{m-1}\}$，$P(M)=\frac{1-2^m}{1-2}=2^m-1$，

对任意的正整数$k\le 2^m-1$，根据二进制可知，

$k=2^{i_1}+2^{i_2}+\cdots+2^{i_s}$ （$0\le i_s<\cdots<i_1<m$）.

取 $A=\{2^{i_s},\cdots,2^{i_2},2^{i_1}\}$， $B=\varnothing$.

即 $k=P(A)-P(B)$，所以集合 M 为“满集”.

【若有不同解法，请酌情给分】

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。