

在答题卡上
用黑色墨水笔
将答案填在

答题卡上
用黑色墨水笔的钢笔或签字笔作答。答案必须
填在区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写
答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有
一项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $z(1+2i) = 5$ ，则 $z =$

- A. $1-2i$ B. $5-10i$ C. $2+i$ D. $1+2i$

2. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{x \mid y = \sqrt{x^2 - 4}\}$ ，则 $A \cap B =$

- A. $\{-2\}$ B. $\{-2, 2\}$ C. $\{2\}$ D. \emptyset

3. $\cos 50^\circ \cos 160^\circ - \cos 40^\circ \sin 160^\circ =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$ ，则 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

5. 把标号为 1, 2, 3, 4 的四个小球分别放入标号为 1, 2, 3, 4 的四个盒子，每个盒
子只放一个小球，则 1 号球和 2 号球都不放入 1 号盒子的方法共有

- A. 18 种 B. 12 种 C. 9 种 D. 6 种

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，若 $a_3 = 1$ ， $a_7 = 4$ ，则 $a_5 =$

- A. ± 2 B. -2 C. 2 D. 8

设函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上可导，且导函数为 $f'(x)$ ，由图可知

- 下列结论中正确的是
- A. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-3)$ 和 $f(3)$
 - B. 函数 $f(x)$ 有极小值 $f(-3)$ 和 $f(3)$
 - C. 函数 $f(x)$ 有极小值 $f(3)$ 和极大值 $f(-3)$
 - D. 函数 $f(x)$ 有极小值 $f(-3)$ 和极大值 $f(3)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 投资甲、乙两种股票，每股收益的分布列分别为表 1 和表 2 所示。

表 1. 股票甲收益的分布列

收益 X / 元	-1	0	2
概率	0.1	0.3	0.6

表 2. 股票乙收益的分布列

收益 Y / 元	0	1	2
概率	0.3	0.4	0.3

- 则下列结论中正确的是
- A. 投资股票甲的期望收益较小
 - B. 投资股票乙的期望收益较小
 - C. 投资股票甲比投资股票乙的风险高
 - D. 投资股票乙比投资股票甲的风险高

10. 已知曲线 $C: \frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1 (mn \neq 0)$ ，则下列命题中为真命题的是

- A. 若 $m+n=0$ ，则 C 是圆
- B. 若 $m>0, n<0$ ，且 $m+n \neq 0$ ，则 C 是椭圆
- C. 若 $mn>0$ ，则 C 是双曲线，且渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{\frac{n}{m}}x$
- D. 若 $0 < m < 1, n < -1$ ，则 C 是椭圆，其离心率为 $\sqrt{1 + \frac{m}{n}}$

11. 已知 $a > 0, b > 0$ ，且 $a - b = 1$ ，则

- A. $a^3 > b^3$
- B. $\sin a > \sin b$
- C. $a + b > 2\sqrt{2}$
- D. $a^b > b^a$

填空题，本题共4小题，每小题5分，共20分。

已知向量 $m = (2, 3)$, $n = (-1, 2)$ ，则 m 与 n 的夹角为 $\arccos \frac{5}{\sqrt{13}}$ 。

已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ ，则 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 $\sqrt{2}$ 。

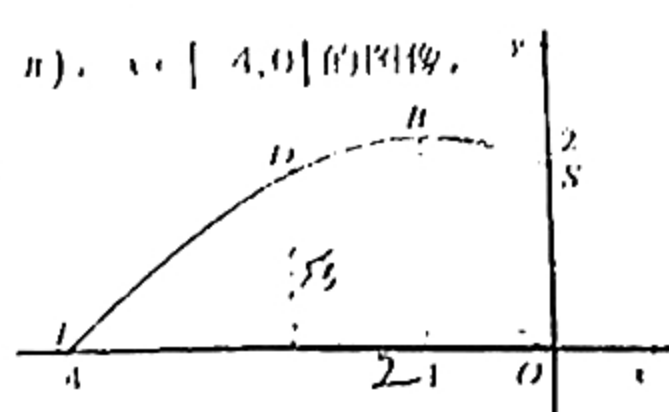
已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ ，则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值为 0 。

已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ ，则 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 $\sqrt{2}$ 。

已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ ，则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值为 0 。

已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ ，则 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 $\sqrt{2}$ 。

已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ ，则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值为 0 。



已知函数 $f(x) = |\ln(x+1)|$ ，若 $a < b$ 且 $f(a) = f(b)$ ，则 $a+b$ 的取值范围是 $(\frac{1}{2}, 1)$ 。

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

为培养学生对传统文化的热爱，某市从甲、乙两所学校各抽取100名学生参加传统文化知识竞赛，成绩按优秀与不优秀两个等级，成绩统计如下表。

	优秀人数	非优秀人数	合计
甲校	60	40	100
乙校	20	80	100
合计	80	120	200

- 甲、乙两所学校成绩优秀的频率分别是多少？
- 能否有95%的把握认为甲校成绩优秀与乙校成绩优秀有差异？

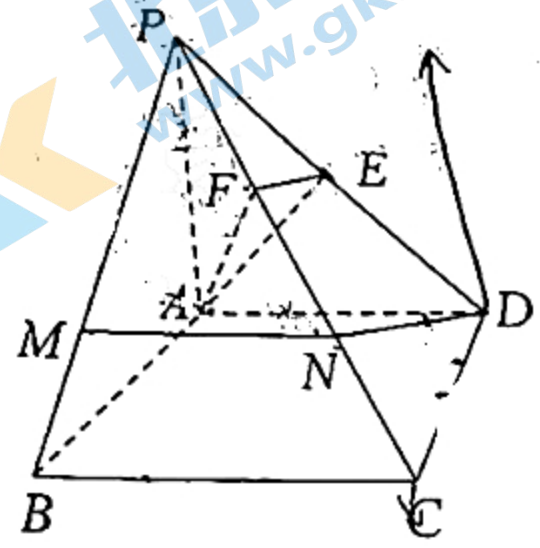
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 > k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. (12分)
 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$.
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 设数列 $\left\{ \frac{1}{(2n+1)a_n} \right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{1}{6}$.

19. (12分)
 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, $a \cos C + (2b+c) \cos A = 0$.
 (1) 求 A ;
 (2) 若 D 是线段 BC 的中点, 且 $AD = \frac{7}{2}, AC = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (12分)
 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp CD$, $AD \parallel BC$,
 $PA = AD = CD = 2$, E 为 PD 的中点, F, M 分别在 PC 和 PB 上, 且 $\frac{PF}{PC} = \frac{MB}{PB} = \frac{1}{3}$.
 (1) 若 N 在 PC 上, 且 $DN \parallel$ 平面 AEF , 求证: $MN \parallel$ 平面 $ABCD$;
 (2) 若直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{2}{3}$,
 求二面角 $F-AE-D$ 的余弦值.



21. (12分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $A(2, y_0)$ 在 C 上, $|AF| = 2$.

(1) 求 p ;

(2) 过 F 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 与 C 交于 M, N 两点, l_2 与直线 $y = -1$ 交于点 P , 判断 $\angle PMN + \angle PNM$ 是否为定值? 若是, 求出其值; 若不是, 说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{2x} - a(x-1)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $a > 0$, 设 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 若函数 $f(x)$ 有两个不同的零点 x_1, x_2 ,

求证: $f'\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < 0$.