

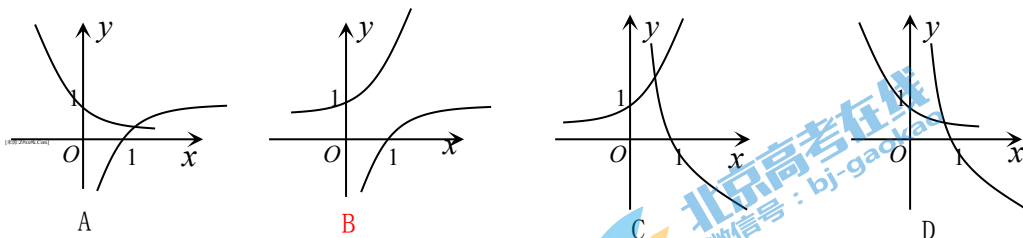
石景山区 2020-2021 学年第一学期高一期末试卷

数 学

- 考 生 须 知**
1. 本试卷共 4 页，共三道大题，20 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
 2. 在答题卡上准确填写学校名称、班级和姓名。
 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，选择题、作图题请用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔作答，在试卷上作答无效。

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 当 $a > 1$ 时，在同一坐标系中，函数 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x$ 的图象是



3. 已知 $a \in R$, 则 “ $a > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < 1$ ” 的 ()
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
4. 下列函数中，在区间 $(-1, 1)$ 上为减函数的是
A. $y = \frac{1}{1-x}$ B. $y = 2^x$ C. $y = \ln(x+1)$ D. $y = 2^{-x}$
5. 若 $a > b > 0$, $c < d < 0$, 则一定有
A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ C. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$ D. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

6. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$, 则 $f(-1) =$

- A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

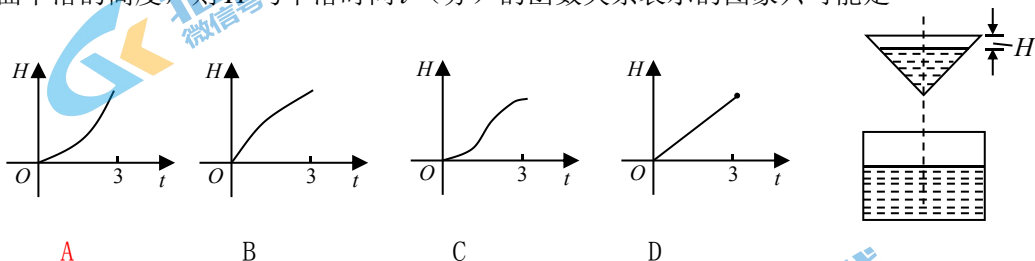
7. 已知函数 $f(x) = \frac{6}{x} - \log_2 x$, 在下列区间中, 包含 $f(x)$ 零点的区间是

- A. (0,1) B. (1,2) C. (2,4) D. (4,+∞)

8. 设 $a = \log_3 7$, $b = 2^{1.1}$, $c = 0.8^{3.1}$, 则

- A. $b < a < c$ B. $c < a < b$ C. $c < b < a$ D. $a < c < b$

9. 如图所示, 液体从一圆锥形漏斗流入一圆柱形容器中, 开始时, 漏斗盛满液体, 经过 3 分钟流完. 已知圆柱形容器中液面上升的速度是一个常量, H 是圆锥形漏斗中液面下落的高度, 则 H 与下落时间 t (分) 的函数关系表示的图象只可能是



10. 袋中装有 5 个小球, 颜色分别是红色、黄色、白色、黑色和紫色, 现从袋中随机抽取 3 个小球. 设每个小球被抽到的机会均等, 则抽到白球或黑球的概率为 ()

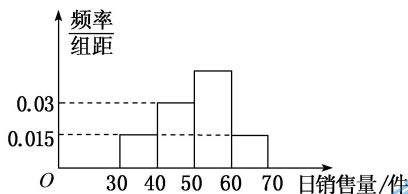
- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{9}{10}$

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

11. 命题“存在 $x \in R$, 使得 $x^2 + 2x + 5 = 0$ ”的否定是_____.

12. 函数 $y = x^{\frac{1}{2}} + \log_2(1-x)$ 的定义域为_____.

13. 某网店根据以往某品牌衣服的销售记录, 绘制了日销售量的频率分布直方图, 如图所示, 由此估计日销售量不低于 50 件的概率为_____.



14. 设 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(f(-2)) =$ _____.

15. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 若存在两个不等实数 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 使得

$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 P , 那么下列函数:

① $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$; ② $f(x) = x^2$; ③ $f(x) = |x^2 - 1|$;

具有性质 P 的函数的个数为_____.

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分. 应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

16. (本小题满分 7 分)

已知集合 $A = \left\{x \mid -5 < x \leq \frac{3}{2}\right\}$, $B = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$, $U = \mathbf{R}$.

(I) 求 $A \cap B$;

(II) 求 $A \cup (C_U B)$.

17. (本小题满分 7 分)

某篮球队在本赛季已结束的 8 场比赛中, 队员甲得分统计的茎叶图如下:

0	7	8		
1	0	5	7	9
2	1	3		

(I) 求甲在比赛中得分的均值和方差;

(II) 从甲比赛得分在 20 分以下的 6 场比赛中随机抽取 2 场进行失误分析, 求抽到 2 场都不超过均值的概率.

18. (本小题满分 7 分)

对于四个正数 x, y, z, w , 如果 $xw < yz$, 那么称 (x, y) 是 (z, w) 的“下位序对”.

(I) 对于 $2, 3, 7, 11$, 试求 $(2, 7)$ 的“下位序对”;

(II) 设 a, b, c, d 均为正数, 且 (a, b) 是 (c, d) 的“下位序对”, 试判断 $\frac{c}{d}, \frac{a}{b}, \frac{a+c}{b+d}$ 之间的大小关系.

19. (本小题满分 9 分)

已知函数 $f(x) = \log_2 |x|$

(I) 求函数 $f(x)$ 的定义域及 $f(-\sqrt{2})$ 的值;

(II) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(III) 判断 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的单调性, 并给予证明.

20. (本小题满分 10 分)

某工厂某种航空产品的年固定成本为 250 万元, 每生产 x 件, 需另投入成本为 $C(x)$,

当年产量不足 80 件时, $C(x) = \frac{1}{3}x^2 + 10x$ (万元). 当年产量不小于 80 件时,

$C(x) = 51x + \frac{10000}{x} - 1450$ (万元). 每件商品售价为 50 万元. 通过市场分析, 该厂生产的商品能全部售完.

(I) 写出年利润 $L(x)$ (万元) 关于年产量 x (件) 的函数解析式;

(II) 年产量为多少件时, 该厂在这一商品的生产中所获利润最大?

石景山区 2020—2021 学年第一学期高一期末

数学试卷答案及评分参考

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	A	D	C	A	C	B	A	D

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分。

题号	11	12	13	14	15
答案	对任何 $x \in R$ ，都有 $x^2 + 2x + 5 \neq 0$	$\{x 0 \leq x < 1\}$	0.55	$\frac{1}{2}$	2

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 40 分。解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分 7 分)

解：(I) $A \cap B = \{x | -5 < x < 1\}$3 分

(II) $C_U B = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 5 分

$A \cup (C_U B) = \{x | -5 < x \leq 2\}$7 分

17. (本小题满分 7 分)

解：(I) 甲在比赛中得分的均值

$$\bar{x} = \frac{1}{8} \times (7 + 8 + 10 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23) = 15 \quad \text{.....2 分}$$

$$\text{方差 } s^2 = \frac{1}{8} \times ((-8)^2 + (-7)^2 + (-5)^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2) = 32.25 \quad \text{.....3 分}$$

(II) 甲得分在 20 分以下的 6 场比赛分别为：7, 8, 10, 15, 17, 19.4 分

从中随机抽取 2 场，这 2 场比赛的得分如下：

(7, 8), (7, 10), (7, 15), (7, 17), (7, 19), (8, 10), (8, 15), (8, 17), (8, 19), (10, 15),
(10, 17), (10, 19), (15, 17), (15, 19), (17, 19), 共 15 种,5 分

其中抽到 2 场都不超过均值的情形是：

(7, 8), (7, 10), (7, 15), (8, 10), (8, 15), (10, 15), 共 6 种,6 分

所以所求概率 $P = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$7 分

18. (本小题满分 7 分)

解：(I) $Q 3 \times 7 < 11 \times 2$,

$\therefore (2, 7)$ 的下位序对是 $(3, 11)$2 分

(II) $\because (a, b)$ 是 (c, d) 的“下位序对”, $\therefore ad < bc$,3 分

注意到 $a, b, c, d \in R^+$, 故 $\frac{a+c}{b+d} - \frac{a}{b} = \frac{bc-ad}{(b+d)b} > 0$, 即 $\frac{a+c}{b+d} - \frac{a}{b} > 0$,

所以 $\frac{a+c}{b+d} > \frac{a}{b}$;5 分

同理 $\frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$6 分

综上所述, $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$7 分

19. (本小题满分 9 分)

解：(I) 依题意得 $|x| > 0$, 解得 $x \neq 0$,

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$1 分

$f(-\sqrt{2}) = \log_2 |-\sqrt{2}| = \log_2 2^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$3 分

(II) 设 $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 则 $-x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$4 分

$f(-x) = \log_2 |-x| = \log_2 |x| = f(x)$,

所以 $f(-x) = f(x)$.

所以函数 $f(x)$ 是偶函数.6 分

(III) $f(x)$ 是在 $(-\infty, 0)$ 上的单调减函数.

设 $x_1 < x_2 < 0$,

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = \log_2 |x_1| - \log_2 |x_2| = \log_2 \left(\frac{-x_1}{-x_2} \right) \quad \dots\dots 7 \text{ 分}$$

因为 $x_1 < x_2 < 0$, 所以 $\frac{-x_1}{-x_2} > 1$.

$$\text{所以 } \log_2 \left(\frac{-x_1}{-x_2} \right) > 0, \text{ 即 } f(x_1) > f(x_2), \quad \dots\dots 8 \text{ 分}$$

所以 $f(x)$ 是在 $(-\infty, 0)$ 上的单调减函数. \dots\dots 9 分

20. (本小题满分 10 分)

解: (I) 当 $0 < x < 80$ 时,

$$L(x) = 50x - C(x) - 250 = 50x - \frac{1}{3}x^2 - 10x - 250 = -\frac{1}{3}x^2 + 40x - 250; \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

当 $x \geq 80$ 时,

$$L(x) = 50x - C(x) - 250 = 50x - 51x - \frac{10000}{x} + 1450 - 250 = 1200 - \left(x + \frac{10000}{x} \right), \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } L(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^2 + 40x - 250 & (0 < x < 80) \\ 1200 - \left(x + \frac{10000}{x} \right) & (x \geq 80) \end{cases} \quad (x \in N). \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

(II) 当 $0 < x < 80$ 时, $L(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 40x - 250 = -\frac{1}{3}(x - 60)^2 + 950$

此时, 当 $x = 60$ 时, $L(x)$ 取得最大值 $L(60) = 950$ 万元. \dots\dots 7 分

当 $x \geq 80$ 时,

$$L(x) = 1200 - \left(x + \frac{10000}{x} \right) \leq 1200 - 2\sqrt{x \cdot \frac{10000}{x}} = 1200 - 200 = 1000$$

此时, 当且仅当 $x = \frac{10000}{x}$ 时, 即 $x = 100$ 时, $L(x)$ 取得最大值 $L(100) = 1000$ 万元,

因为 $1000 > 950$ ，所以年产量为100件时，利润最大为1000万元。 ……9分
……10分

(以上解答题，若用其它方法，请酌情给分)



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯