东莞中学、广州二中、惠州一中、深圳实验、珠海一中、中山纪念中学

2024届高三第三次六校联考试题

数学

命题人：珠海一中数学备课组　　　审题人：珠海一中数学备课组

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1、集合 $A=\{0,1,2\}$，集合 $B=\{-2,0,1\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A、$\{0,1\}$　　B. $\{-2,0\}$　　C. $\{-2,1,0\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2、若复数 z 满足 $(3-4i)z=1$，则 $|z|=$（　　）

A. 1　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{1}{7}$　　D. $\frac{1}{25}$

3、已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$，且 $\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

4 已知 $\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}\tan\theta-\frac{7}{2}$，则 $\cos 2\theta=$（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{4}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

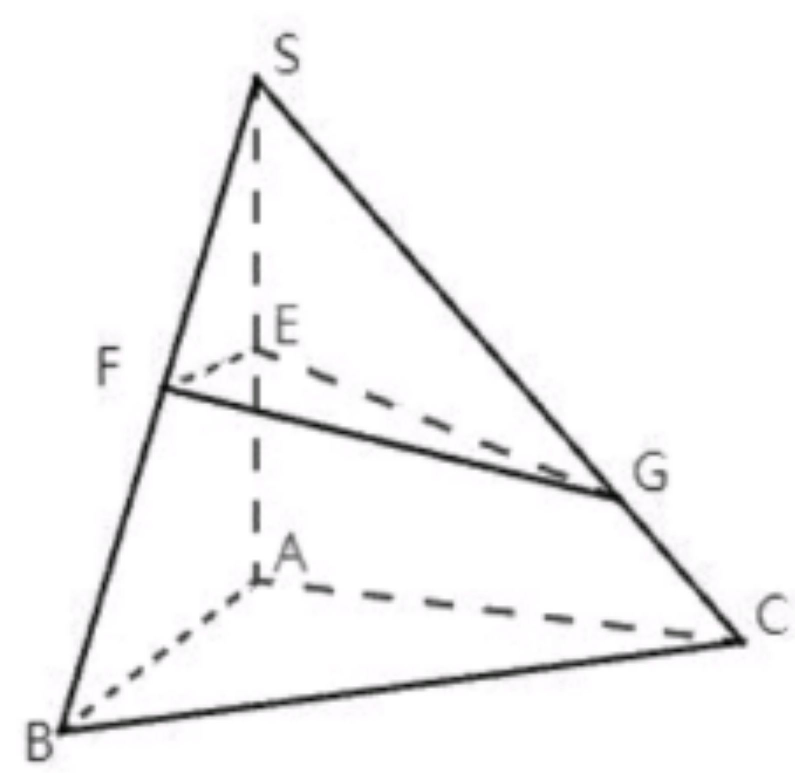
5. 已知函数 $f(x)=\sin 2x$ 和直线 l：$y=2x+a$，那么“直线 l 与曲线 $y=f(x)$ 相切”是“$a=0$”的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 a,b 为非负实数，且 $a+2b=1$，则 $\frac{a^2+1}{a}+\frac{2b^2+1}{b}$ 的最小值为（　　）

A. $1+2\sqrt{2}$　　B. $2+2\sqrt{2}$　　C. $3+2\sqrt{2}$　　D. $4+2\sqrt{2}$

7. 已知三棱锥 $S-ABC$ 如图所示，AS,AB,AC 两两垂直，且 $|AS|=|AB|=|AC|=2\sqrt{2}$，点 E,F 分别是棱 AS,BS 的中点，点 G 是棱 SC 靠近点 C 的四等分点，则空间几何体 $EFG-ABC$ 的体积为（　　）



A. $\frac{11\sqrt{2}}{6}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\frac{13\sqrt{2}}{6}$　　D. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$

8. 已知数列 $\{a_k\}$ 为有穷整数数列，具有性质 p：若对任意的 $n\in\{1,2,3,4\}$，$\{a_k\}$ 中存在 $a_i,a_{i+1},a_{i+2},\cdots,a_{i+j}$（$i\geq 1, j\geq 0, i,j\in N^*$），使得 $a_i+a_{i+1}+a_{i+2}+\cdots+a_{i+j}=n$，则称 $\{a_k\}$ 为 4 - 连续可表数列. 下面数列为 4 - 连续可表数列的是（　　）

A. 1, 1, 1　　B. 1, 1, 2　　C. 1, 3, 1　　D. 2, 3, 6

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 关于平面向量，有下列四个命题，其中说法正确的是（　　）

A. $\vec{a}=(\frac{9}{2},k)$，$\vec{b}=(k,8)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则$k=6$

B. 若$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$且$\vec{c}\neq\vec{0}$，则$\vec{a}=\vec{b}$

C. 若点G是ΔABC的重心，则$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

D. 若向量$\vec{a}=(-1,1)$，$\vec{b}=(2,3)$，则向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$上的投影向量为$\frac{\vec{a}}{2}$

10. 已知函数$f(x)=\cos^2 x+\sin x\cos x-\frac{1}{2}$的图象为$C$，以下说法中正确的是（　　）

A. 函数$f(x)$的最大值为$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

B. 图象C相邻两条对称轴的距离为$\frac{\pi}{2}$

C. 图象C关于$(-\frac{\pi}{8},0)$中心对称

D. 要得到函数$y=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$的图象，只需将函数$f(x)$的图象横坐标伸长为原来的2倍，再向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位

11. 若函数$f(x)$的定义域为D，若对于任意$x_1\in D$，都存在唯一的$x_2\in D$，使得$f(x_1)+f(x_2)=1$，则称$f(x)$为“I型函数”，则下列说法正确的是（　　）

A. 函数$f(x)=\ln x$是“I型函数”

B. 函数$f(x)=\sin x$是“I型函数”

C. 若函数$f(x)$是“I型函数”，则函数$1-f(x)$也是“I型函数”

D. 已知$m\in R$，若$f(x)=m+\sin x$，$x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$是“$I$型函数”，则$m=\frac{1}{2}$

12. 已知棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P为线段A_1C上一动点，则下列判断正确的是（　　）

A. 存在点P，使得$C_1P//AB_1$

B. 三棱锥$P-BC_1D$的外接球半径最小值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. 当P为A_1C的中点时，过P与平面BC_1D平行的平面截正方体所得的截面面积为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D. 存在点P，使得点P到直线B_1C_1的距离为$\frac{4}{5}$

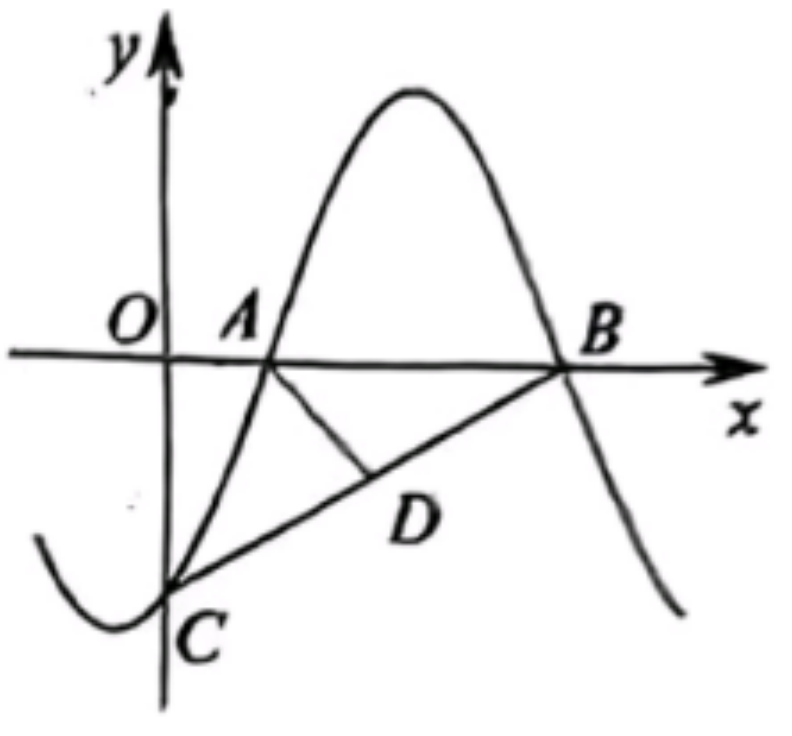
三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 关于x的不等式$ax^2+(a+b)x+2>0$的解集为$(-3,1)$，则$a+b=$________.

14. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2^n-1$，则$\log_2 a_{10}=$______.

15. 已知函数$f(x)=\begin{cases}|2^x-1|,x\le 1\\(x-2)^2,x>1\end{cases}$，关于$x$的方程$f^2(x)-a\cdot f(x)=0$有六个不等的实根，则实数$a$的取值范围是__________.

16. 如图，已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（其中$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|\le\frac{\pi}{2}$）的图象与$x$轴交于点$A,B$，与$y$轴交于点$C$，$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}$，$\angle OCB=\frac{\pi}{3}$，$|OA|=2$，$|AD|=\frac{2\sqrt{21}}{3}$.则函数$f(x)$在$[1,6]$上的值域为________.



四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题10分）

已知S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，且$a_1=1$，$nS_{n+1}=(n+1)S_n+n^2+n$，$n\in N^*$

（1）证明：数列$\{\frac{S_n}{n}\}$为等差数列，并求$\{S_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}$，设数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求$T_n$.

18.（本小题12分）

在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$b\cos A+a\cos B=-2c\cos A$.

（1）求角A的值；

（2）已知点D为BC的中点，且$AD=2$，求a的最大值.

19.（本小题12分）

若二次函数$f(x)$满足$f(x+1)+f(x)=-x^2-5x-\frac{5}{2}$

（1）求$f(x)$的解析式；

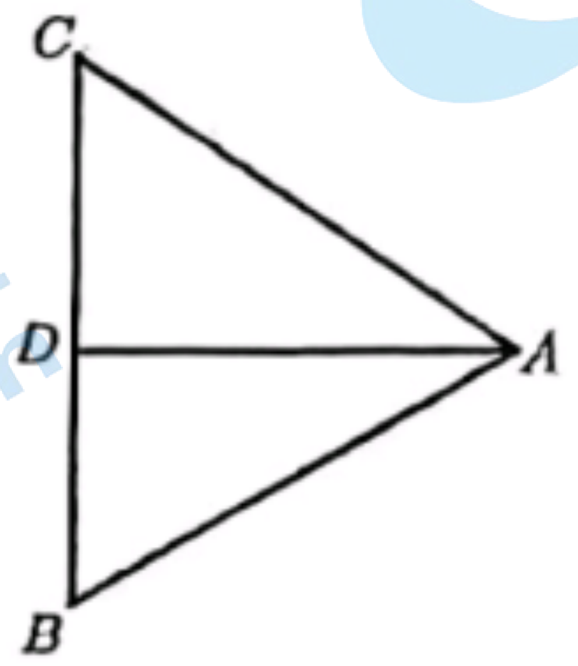
（2）若函数$g(x)=x\ln x+f(x)$，解关于x的不等式：$g(x^2+x)\ge g(2)$.

20.（本小题 12 分）

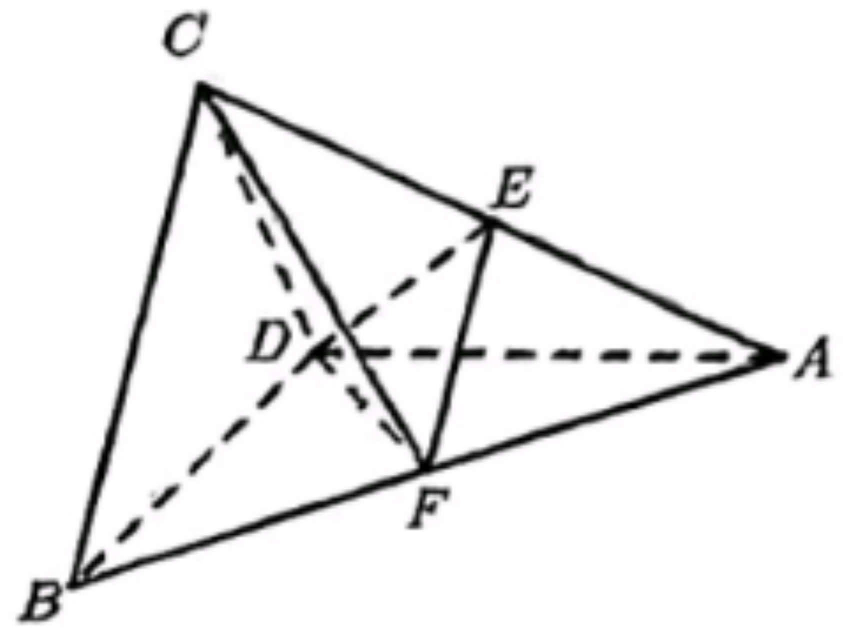
如图（1）所示，在 ΔABC 中，$\angle ABC=60^\circ$，过点 A 作 $AD\perp BC$，垂足 D 在线段 BC 上，且 $AD=2\sqrt{3}$，$CD=\sqrt{5}$，沿 AD 将 ΔCDA 折起（如图（2）），点 E,F 分别为棱 AC,AB 的中点.

（1）证明：$AD\perp EF$；

（2）若二面角 $C-DA-B$ 所成角的正切值为2，求二面角 $C-DF-E$ 所成角的余弦值.



（1）



（2）

21.（本小题 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 是公比大于 0 的等比数列，$a_1=4$，$a_3=64$. 数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_n=a_{2n}+\dfrac{1}{a_n}$（$n\in N^*$）.

（1）求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）证明：$\{b_n^2-b_{2n}\}$ 是等比数列；

（3）证明：$\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{\dfrac{(2k-1)(2k+1)}{b_k^2-b_{2k}}}<2\sqrt{2}$.

22.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=x(t-\ln x),t\in R$

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $t=1$ 时，设 x_1，x_2 为两个不相等的正数，且 $f(x_1)=f(x_2)=a$，证明：

$x_1+x_2>a(2-e)+e-\dfrac{1}{e}$.