

高二数学

2021.04

命题人：李伟峰

审稿人：陈克铭

考试时间：120 分钟

总分：150 分

班级_____

姓名_____

学号_____

第一部分（选择题）

一. 选择题：(本题有 12 道小题，每小题 4 分，共 48 分)

1. 6 名选手依次演讲，其中选手甲不在第一个也不在最后一个演讲，则不同的演讲次序共有

- A. 240 种 B. 360 种 C. 480 种 D. 720 种

2. 8 名学生和 2 位老师站成一排合影，2 位老师不相邻的排法种数为

- A. $A_8^8 A_9^2$ B. $A_8^8 C_9^2$ C. $A_8^8 A_7^2$ D. $A_8^8 C_7^2$

3. 某物体的运动方程为 $s(t) = 3t^2$ ，若 $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(3+\Delta t) - s(3)}{\Delta t} = 18 \text{ m/s}$ (位移单位：m，时间单位：s)，则下列说法中正确的是

- A. 18 m/s 是物体从开始到 3s 这段时间内的平均速度
 B. 18 m/s 是物体从 3s 到 $(3 + \Delta t)$ s 这段时间内的速度
 C. 18 m/s 是物体在 3s 这一时刻的瞬时速度
 D. 18 m/s 是物体从 3s 到 $(3 + \Delta t)$ s 这段时间内的平均速度

4. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和. 若 $a_5 = S_5 = 5$ ，则 $a_1 =$

- A. -5 B. -4 C. -3 D. -2

5. 函数 $y = x^2 \cos x$ 的导数为

- A. $y' = 2x \cos x - x^2 \sin x$ B. $y' = 2x \cos x + x^2 \sin x$
 C. $y' = x^2 \cos x - 2x \sin x$ D. $y' = x \cos x - x^2 \sin x$

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](#)，获取更多试题资料及排名分析信息。

6. 4 位同学每人从甲、乙、丙 3 门课程中选修 1 门，则恰有 2 人选修课程甲的不同选法共有

- A. 12 种 B. 24 种 C. 30 种 D. 36 种

7. 在 $(x - \frac{a}{x})^6$ 的展开式中， x^4 的系数为 12，则 a 的值为

- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

8. 函数 $f(x) = (x^2 - 1)^3 + 2$ 的极值点是

- A. $x = 1$ B. $x = -1$ 或 $x = 1$ 或 $x = 0$
C. $x = 0$ D. $x = -1$ 或 $x = 1$

9. 已知点 $A(x_1, x_1^2)$, $B(x_2, x_2^2)$, $C(0, \frac{1}{4})$ ，则“ $\triangle ABC$ 是等边三角形”是“直线 AB 的斜率为 0”的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 若直线 $l: x = a$ 与函数 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \frac{1}{2} \ln x$ 的图象分别交于点 P, Q ，当 P, Q 两点距离最近时， $a =$

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

11. 现有 16 张不同的卡片，其中红色、黄色、蓝色、绿色卡片各 4 张，从中任取 3 张，要求这些卡片不能是同一种颜色，且红色卡片至多 1 张，不同取法的种数为

- A. 232 B. 252 C. 472 D. 484

12. 已知 $a \in \mathbb{R}$ ，设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 2a, & x \leq 1 \\ x - a \ln x, & x > 1 \end{cases}$ ，若关于 x 的不等式 $f(x) \geq 0$ 在 \mathbb{R} 上恒成立，则 a 的取值范围为

- A. $[0, 1]$ B. $[0, 2]$ C. $[0, e]$ D. $[1, e]$

第二部分（非选择题）

二. 填空题：（本题有 5 道小题，每小题 5 分，共 25 分）

13. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 经过点 $(\sqrt{2}, 2)$ ，那么 m 的值为_____， C 的渐近线方程为_____.

14. 用数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 组成没有重复数字，且至多有一个数字是偶数的四位数，这样的四位数一共有_____个. (用数字作答)

15. 若 $(\frac{5}{x} - 3\sqrt{x})^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 的展开式的各项系数之和为 32，则展开式中 x 的系数为_____.

16. 已知 $x = a$ 是函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x$ 的极小值点，则 $a =$ _____.

17. 设 A 是非空数集，若对任意 $x, y \in A$ ，都有 $x + y \in A$ ，则称 A 具有性质 P . 给出以下命题：

- ① 若 A 具有性质 P ，则 A 可以是有限集；
- ② 若 A_1, A_2 具有性质 P ，且 $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$ ，则 $A_1 \cap A_2$ 具有性质 P ；
- ③ 若 A_1, A_2 具有性质 P ，则 $A_1 \cup A_2$ 具有性质 P ；
- ④ 若 A 具有性质 P ，且 $A \neq \mathbb{R}$ ，则 $C_{\mathbb{R}} A$ 不具有性质 P .

其中所有真命题的序号是_____.

三. 解答题 (本题有 6 小题, 共 77 分)

18. (本小题满分 10 分) 已知 $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$ 是各项均为正数的等比数列, $a_1 = 16, 2a_3 + 3a_2 = 32$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

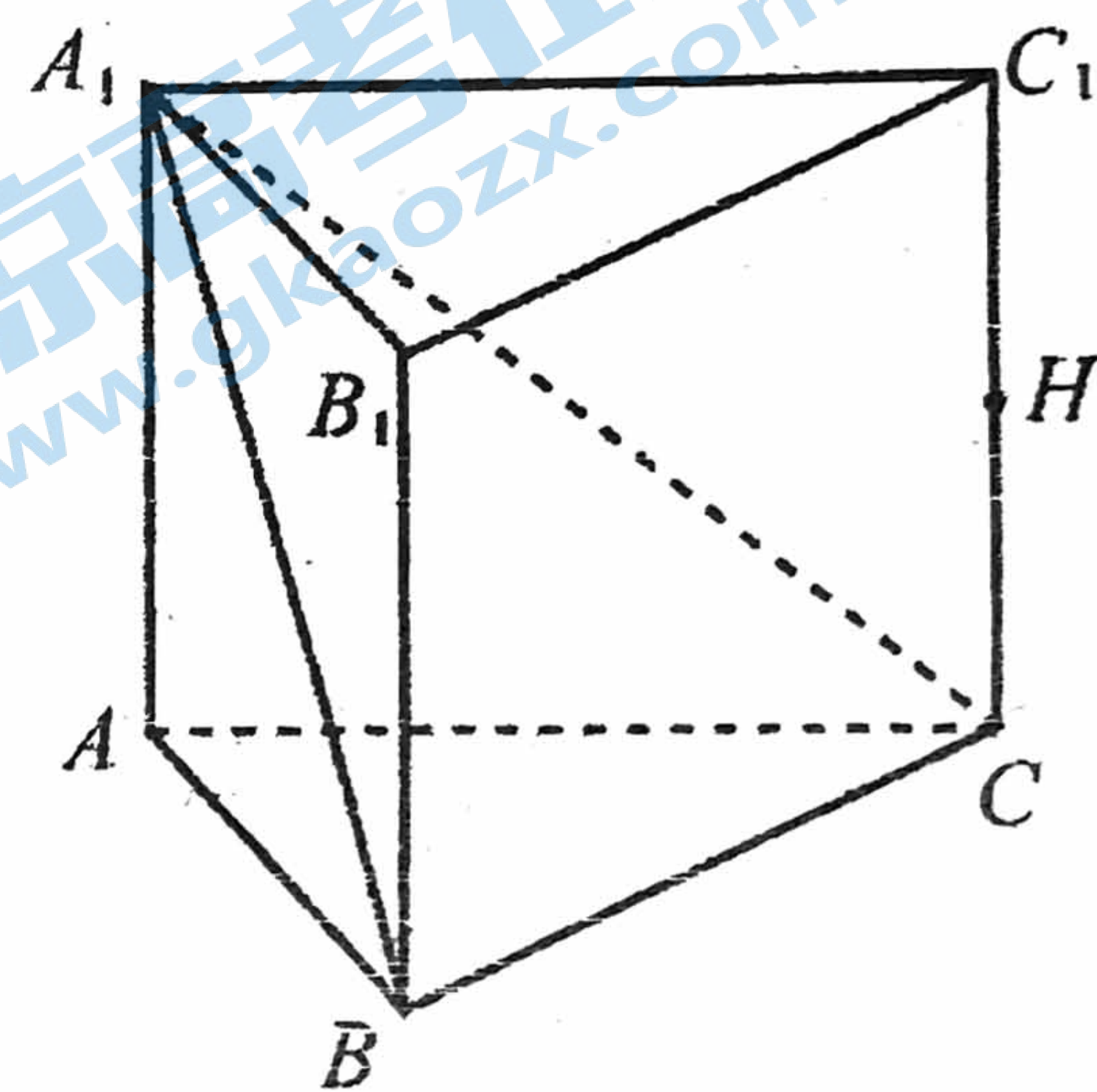
(II) 设 $b_n = 3 \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 并求 S_n 的最大值.

19. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = e^x (x + 2)$.

(I) 求 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 求 $f(x)$ 的单调区间与极值, 并说明是极大值还是极小值.

20. (本小题满分 14 分)如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $AA_1 = AB = AC = 1$, CC_1 的中点为 H .



- (I) 求证: $AB \perp A_1C$;
- (II) 求二面角 $A_1 - BC - A$ 的余弦值;
- (III) 在棱 A_1B_1 上是否存在点 N , 使得 $HN \parallel$ 平面 A_1BC ?
若存在, 求出 $\frac{A_1N}{A_1B_1}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分 14 分)已知函数 $f(x) = (x + 1) \ln x - ax + a$.

- (I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$, 求 a 的值;
- (II) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 求 a 的取值范围;
- (III) 请直接写出 $f(x)$ 的零点个数.

(本小题满分 14 分)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)长轴的两个端点分别为 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) P 为椭圆 C 上异于 A, B 的动点, 直线 AP, PB 分别交直线 $x = -6$ 于 M, N 两点, 连接 NA 并延长交椭圆 C 于点 Q .

(i). 求证: 直线 AP, AN 的斜率之积为定值;

(ii). 判断 M, B, Q 三点是否共线, 并说明理由.

(本小题满分 13 分)设 n ($n \geq 2$) 为正整数, 若 $\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 满足:

① $x_i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$, $i = 1, 2, \dots, n$; ② 对于 $1 \leq i < j \leq n$, 均有 $x_i \neq x_j$.

则称 $\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 具有性质 $E(n)$.

对于 $\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $\beta = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, 定义集合

$T(\alpha, \beta) = \{t \mid t = |x_i - y_i|, i = 1, 2, \dots, n\}$.

(I) 设 $\alpha = (0, 1, 2)$, 若 $\beta = (y_1, y_2, y_3)$ 具有性质 $E(3)$, 写出一个 β 及相应的 $T(\alpha, \beta)$;

(II) 设 α 和 β 具有性质 $E(5)$, 那么 $T(\alpha, \beta)$ 是否可能为 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$? 若可能, 写出一组 α 和 β , 若不可能, 说明理由;

(III) 设 α 和 β 具有性质 $E(n)$, 对于给定的 α ,

求证: 满足 $T(\alpha, \beta) = \{0, 1, \dots, n-1\}$ 的 β 有偶数个.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯