2022—2023 学年第二学期期中调研

高一 数学

2023.04

密 封 线 内 请 勿 答 题

姓名________ 班级________

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．设 $A=\{0, 1, 2, 3\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+2>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{0, 1\}$　　B．$\{0, 3\}$　　C．$\{1, 2\}$　　D．$\{2, 3\}$

2．已知 $a=4^{0.1}$，$b=2^{0.3}$，$c=\log_4 0.6$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A．$c<a<b$　　B．$c<b<a$

C．$a<b<c$　　D．$b<a<c$

3．在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}$ 等于（　　）

A．$\overrightarrow{BC}$　　B．$\overrightarrow{AD}$　　C．$\overrightarrow{AB}$　　D．$\overrightarrow{AC}$

4．已知角 θ 的终边经过点 $P(-1,-\sqrt{3})$，则 $\cos\theta$ 的值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

5．已知向量 $\vec{a}=(1,m)$，$\vec{b}=(-1,1)$，$\vec{c}=(3,0)$，若 $\vec{a}//(\vec{b}+\vec{c})$，则 $m=$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．-1　　D．-2

6．函数 $f(x)=\sin x$ 的图象经过下列哪个变换可以得到 $g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象，这个变换是（　　）

A．先将函数 $f(x)=\sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再把图象上每个点的横坐标扩大为原来的 2 倍

B．先将函数 $f(x)=\sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再把图象上每个点的横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$

C．先把函数 $f(x)=\sin x$ 的图象上每个点的横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$，再将图象

向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位

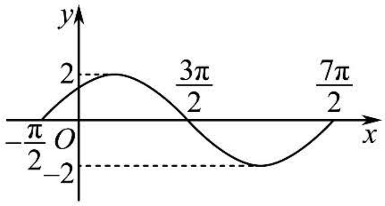
D．先把函数$f(x)=\sin x$的图象上每个点的横坐标扩大为原来的 2 倍，再将图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位

7．已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0,\omega>0,\varphi\in R$）．则“$f(x)$的函数图象关于$y$轴对称”是“$\varphi=\frac{\pi}{2}$”的(　　)

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　　　　D．既不充分也不必要条件

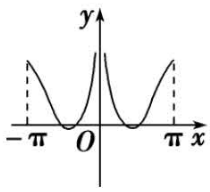
8．已知$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$，其中$A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi$，在一个周期内的图象如图所示．则$f(x)=$(　　)



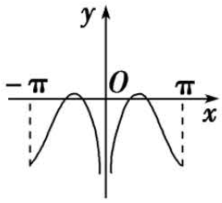
A．$2\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4}\right)$　　　　B．$2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

C．$2\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$　　　　D．$2\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4}\right)$

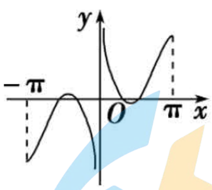
9．函数$f(x)=\left(x-\frac{1}{x}\right)\cdot\cos x$（$-\pi\le x\le\pi$且$x\ne0$）的图象可能为(　　)



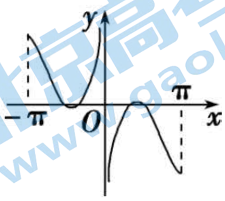
A



B



C



D

10．将一条均匀柔软的链条两端固定，在重力的作用下它所呈现的形状叫悬链线，例如悬索桥等．建立适当的直角坐标系，可以写出悬链线的函数解析式为$f(x)=a\cosh\frac{x}{a}$，其中a为悬链线系数，cosh x称为双曲余弦函数，其函数表达式为$\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$，相应地双曲正弦函数的函数表达式为$\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$．则下列错误的是(　　)

A．$y=\sinh x\cosh x$是奇函数　　　　B．$\cosh(x+y)=\cosh x\cosh y-\sinh x\sinh y$

C． $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$　　　　D． $\sinh(x-y) = \sinh x \cosh y - \cosh x \sinh y$

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.

11． $\cos\frac{5\pi}{6} =$________.

12．已知扇形的圆心角为$\frac{2\pi}{3}$，扇形的面积为3π，则该扇形所在圆的半径为________.

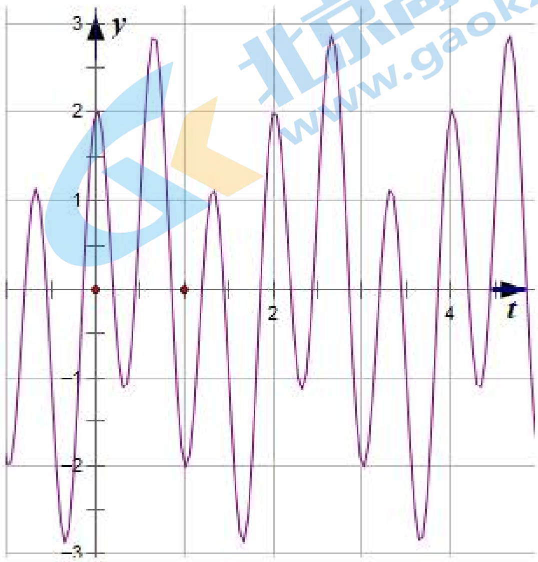
13． $\sin35°\cos25°+\cos35°\cos65°=$________.

14．已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，点 E 是 AB 边上的动点，则$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}$的值是______；$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DC}$的最大值________.

15．声音是由物体振动而产生的声波通过介质（空气、固体或液体）传播并能被人的听觉器官所感知的波动现象．在现实生活中经常需要把两个不同的声波进行合成，这种技术被广泛运用在乐器的调音和耳机的主动降噪技术方面．

（1）若甲声波的数学模型为 $f_1(t)=\sin 100\pi t$，乙声波的数学模型为 $f_2(t)=\cos(100\pi t+\varphi)(\varphi>0)$，甲、乙声波合成后的数学模型为 $f(t)=f_1(t)+f_2(t)$．要使 $f(t)=0$ 恒成立，则 φ 的最小值为________；

（2）技术人员获取某种声波，其数学模型记为 $H(t)$，其部分图象如图所示，对该声波进行逆向分析，发现它是由 S_1，S_2 两种不同的声波合成得到的，S_1，S_2 的数学模型分别记为 $f(t)$ 和 $g(t)$，满足 $H(t)=f(t)+g(t)$．已知 S_1，S_2 两种声波的数学模型源自于下列四个函数中的两个．



① $y=\sin\frac{\pi}{2}t$；② $y=\sin\pi t$；③ $y=\cos3\pi t$；④ $y=2\cos3\pi t$．

则 S_1，S_2 两种声波的数学模型分别是____．（填写序号）

三、解答题:本大题共 4 小题，共 40 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

16.（9 分）设向量 $\vec{a}=(-1,2),\vec{b}=(1,-1),\vec{c}=(4,-5)$.

（1）求 $|\vec{a}+2\vec{b}|$；

（2）若 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$，其中 λ、$\mu\in R$，求 $\lambda+\mu$ 的值.

17.（10 分）已知 $\sin(x+\frac{\pi}{2})=\frac{1}{3}$，$x\in(0,\frac{\pi}{2})$.

（1）求 $\tan 2x$ 的值；

（2）求 $2\cos^2(x+\pi)+\cos(\frac{\pi}{2}-2x)$ 的值.

18.（10 分）已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<\pi)$ 的周期为 $\frac{4\pi}{3}$，且图像上一个最低点为 $M(\frac{5\pi}{6},-\sqrt{2})$.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $x\in[\frac{\pi}{3},\pi]$ 时，求函数 $f(x)$ 的最值以及取得最值时 x 的值.

19.（11 分）对于角的集合 $\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n\}$ 和角 α，定义 $\mu=\frac{1}{n}\left[\cos^2(\theta_1-\alpha)+\cos^2(\theta_2-\alpha)+\cdots+\cos^2(\theta_n-\alpha)\right]$ 为集合 $\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n\}$ 相对角 α 的“余弦方差”.

（1）集合 $A=\left\{\frac{\pi}{2},\pi\right\}$ 和 $B=\left\{\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\pi\right\}$ 相对角 α 的“余弦方差”分别为多少?

（2）角 $\alpha=\frac{\pi}{2}$，集合 $\theta=\left\{\frac{\pi}{5},\frac{2\pi}{5},\frac{3\pi}{5},\frac{4\pi}{5},\pi\right\}$，求 θ 相对角 α 的“余弦方差”为多少?

（3）角 $\alpha=\frac{\pi}{n}$，集合 $\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n\}$，$\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_n=2\pi$，$n\in N^*$，求 θ 相对角 α 的“余弦方差”是否有最大值? 若有求出最大值，若没有说明理由?

密 封 线 内 请 勿 答 题

姓名＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿

2022—2023 学年第二学期期中调研评分标准

高一 数 学

2023.04

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.

1-5: BAADA ； 6-10：BBADB

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分,共 20 分.

11．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

12．3.

13．$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

14．1，1.

15．(1) $\frac{\pi}{2}$，②④

三、解答题:本大题共 4 小题，共 40 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

16．（本小题共 9 分）

解：(1) $\vec{a}+2\vec{b}=(-1,2)+(2,-2)=(1,0)$，$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{1+0}=1$；

(2) $(4，-5)=\lambda(-1，2)+\mu(1，-1)$，所以$\begin{cases}-\lambda+\mu=4\\2\lambda-\mu=-5\end{cases}$，解得：$\begin{cases}\lambda=-1\\\mu=3\end{cases}$，所以$\lambda+\mu=2$.

17.（本小题共 10 分）

解：(1) $\sin(x+\frac{\pi}{2})=\cos x=\frac{1}{3}$，由于$x\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以$\sin x=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

故$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=2\sqrt{2}$，故$\tan 2x=-\frac{4\sqrt{2}}{7}$；

(2) 由$2\cos^2(x+\pi)+\cos(\frac{\pi}{2}-2x)=\frac{2\cos^2 x+2\sin x\cos x}{\sin^2 x+\cos^2 x}=\frac{2+2\tan x}{1+\tan^2 x}=\frac{2+4\sqrt{2}}{9}$.

18．（本小题共 10 分）

解：(1) 由周期为$\frac{4\pi}{3}$，知$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{3}{2}$，

由图像上一个最低点为$M(\frac{5\pi}{6},-\sqrt{2})$，知$A=\sqrt{2}$，且$f(\frac{5\pi}{6})=-\sqrt{2}$，

所以 $f(\frac{5\pi}{6})=\sqrt{2}\sin(\frac{3}{2}\cdot\frac{5\pi}{6}+\varphi)=-\sqrt{2}$，所以 $\sin(\frac{5\pi}{4}+\varphi)=-1$，

所以 $\frac{5\pi}{4}+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，则 $\varphi=-\frac{7\pi}{4}+2k\pi$，$k\in Z$，

因为 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$，

所以 $f(x)=\sqrt{2}\sin(\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{4})$.

（2）因为 $x\in[\frac{\pi}{3},\pi]$，所以 $\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{3\pi}{4}$，$\frac{7\pi}{4}]$，

当 $\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$，即 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$f(x)_{max}=f(\frac{\pi}{3})=1$；

当 $\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}$，即 $x=\frac{5\pi}{6}$ 时，$f(x)_{min}=f(\frac{5\pi}{6})=-\sqrt{2}$，

故函数 $f(x)$ 的最大值为 1，此时 x 的值为 $\frac{\pi}{3}$；

函数 $f(x)$ 的最小值为 $-\sqrt{2}$，此时 x 的值为 $\frac{5\pi}{6}$.

19. （本小题共 11 分）

(I)$\frac{1}{2}$,$\frac{1}{2}$

集合 A 相对角 α 的“余弦方差”为：$\mu=\frac{1}{2}\times[\cos^2(\frac{\pi}{2}-\alpha)+\cos^2(\pi-\alpha)]=\frac{1}{2}\times[\sin^2\alpha+\cos^2\alpha]=\frac{1}{2}$

集合B 相对角 α 的“余弦方差”为:

$\mu=\frac{1}{3}\times[\cos^2(\frac{\pi}{3}-\alpha)+\cos^2(\frac{2\pi}{3}-\alpha)+\cos^2(\pi-\alpha)]=\frac{1}{3}\times[\frac{1}{2}(1+\cos(\frac{2\pi}{3}-2\alpha))+\frac{1}{2}(1+\cos(\frac{4\pi}{3}-2\alpha))+\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)]$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\times[\cos(\frac{2\pi}{3}-2\alpha)+\cos(\frac{4\pi}{3}-2\alpha)+\cos2\alpha]=\frac{1}{2}+$

$\frac{1}{6}\times[(\cos\frac{2\pi}{3}\cos2\alpha+\sin\frac{2\pi}{3}\sin2\alpha)+(\cos\frac{4\pi}{3}\cos2\alpha+\sin\frac{4\pi}{3}\sin2\alpha)+\cos2\alpha]=\frac{1}{2}$

(II) 集合 B 相对角 α 的“余弦方差”为

$\mu=\frac{1}{5}\times[\cos^2(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{2})+\cos^2(\frac{2\pi}{5}-\frac{\pi}{2})+\ldots+\cos^2(\pi-\frac{\pi}{2})]=\frac{1}{5}\times(\sin^2\frac{\pi}{5}+\sin^2\frac{2\pi}{5}+\sin^2\frac{3\pi}{5}+\sin^2\frac{4\pi}{5})$

$=\frac{1}{5}\times[\frac{1}{2}(1-\cos\frac{2\pi}{5})+\frac{1}{2}(1-\cos\frac{4\pi}{5})+\frac{1}{2}(1-\cos\frac{6\pi}{5})+\frac{1}{2}(1-\cos\frac{8\pi}{5})]=\frac{2}{5}-\frac{1}{10}\times[\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{6\pi}{5}+\cos\frac{8\pi}{5}]$

$=\frac{2}{5}-\frac{1}{10}\times(\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{5})=\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\times[\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}]=\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\times[\cos(\frac{3\pi}{5}-\frac{\pi}{5})+\cos(\frac{3\pi}{5}+\frac{\pi}{5})]$

$=\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\times[\cos\frac{3\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}+\sin\frac{3\pi}{5}\sin\frac{\pi}{5}+\cos\frac{3\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}-\sin\frac{3\pi}{5}\sin\frac{\pi}{5}]=\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{5}=\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}$

$=\frac{2}{5}+\frac{2\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}}{5\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{2}{5}+\frac{\sin\frac{2\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}}{5\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{2}{5}+\frac{\sin\frac{4\pi}{5}}{10\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{2}{5}+\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{10\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{1}{2}$.

(III) 集合 θ 相对角 α 的“余弦方差”为 $\mu=\frac{1}{n}\times[\cos^2(\theta_1-\alpha)+\cos^2(\theta_2-\alpha)+\ldots+\cos^2(\theta_n-\alpha)]$,角 $\alpha=\frac{\pi}{n}$,

令$\beta_i = \theta_i-\alpha,(i = 1,2,3...n)$, $\sum_{i=1}^{n}\beta_i=\sum_{i=1}^{n}\theta_i-n\times\frac{\pi}{n}=\pi$,

$\mu=\frac{1}{n}\times[\cos^2\beta_1+\cos^2\beta_2+\ldots+\cos^2\beta_n]=\frac{1}{n}\times[\frac{1}{2}(1+\cos2\beta_1)+\frac{1}{2}(1+\cos2\beta_2)+\ldots+\frac{1}{2}(1+\cos2\beta_n)]$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\times[\cos2\beta_1+\cos2\beta_2+\ldots+\cos2\beta_n]$,

令$\beta_i = 0,(i = 1,2,3...n-1)$, $\beta_n=\pi$, $\mu_{max}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\times[1+1+\ldots+1]=1$

即集合θ相对角α的“余弦方差”的最大值为 1.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。