

2022 北京大兴高一（上）期中

数 学

2022. 11

1. 本试卷共4页，共两部分，21道小题。满分150分。考试时间120分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用2B铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$
(C) $\{-1, 1\}$ (D) $\{0, 1\}$

(2) 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 2x - 1$ ”的否定是

- (A) $\exists x \notin \mathbf{R}, x^2 < 2x - 1$ (B) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 2x - 1$
(C) $\forall x \notin \mathbf{R}, x^2 \leq 2x - 1$ (D) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 \leq 2x - 1$

(3) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ \frac{2}{x}, & x < 0. \end{cases}$ 若 $f(1) = m$, 则实数 m 的值为

- (A) 1 (B) -1 或 1
(C) 1 或 2 (D) 2

(4) 下列函数中，定义域和值域不相同的是

- (A) $y = -x + 1$ (B) $y = \sqrt{x}$
(C) $y = \frac{1}{x}$ (D) $y = \begin{cases} x - 1, & x \leq 0, \\ x + 1, & x > 0 \end{cases}$

(5) 如果 $a > b > c$, 且 $a + b + c = 0$, 那么下列不等式中一定正确的是()

- (A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (B) $ab > bc$
(C) $ab > ac$ (D) $ac > bc$

(6) “ $x > 0$ ”是“ $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(7) 已知 $f(x) = x^2 - (m+2)x + 2$ 在区间 $[1, 3]$ 上是单调函数，则实数 m 的取值范围是

- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $[4, +\infty)$

- (C) $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$ (D) $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$

(8) 给出下列4个不等式：① $x < 1$ ；② $0 < x < 1$ ；③ $-2 < x < 0$ ；④ $-1 < x < 1$ ，其中，可以使 $x^2 < 1$ 成立的一个充分条件的所有序号为

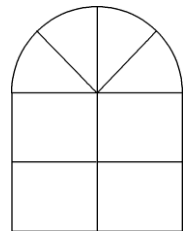
- (A) ① (B) ②③
(C) ②④ (D) ①④

(9) 已知 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数，且 $f(x) = f(2-x)$ ，当 $x \in [0, 1]$ 时， $f(x) = x$ ，则当 $x \in [-3, 5]$ 时， $f(x) = \frac{1}{2}$ 的所有解的和为

- (A) 4 (B) $\frac{9}{2}$
(C) 5 (D) $\frac{11}{2}$

(10) 有 m 米长的钢材，要做成如图所示窗户的窗框：上半部分为四个全等的扇型组成的半圆，下半部分为四个全等的小矩形组成的矩形，则窗户面积的最大值为

- (A) $\frac{1}{2}m^2 + \pi m^2$ (B) $\frac{m^2}{\pi + 54}$
(C) $\frac{1}{4}m^2 + \frac{\pi}{2}m^2$ (D) $\frac{2m^2}{3\pi + 108}$



第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 的定义域为_____.

(12) 设集合 $A = \{x, y\}$ ， $B = \{0, x^2\}$ ，若 $A = B$ ，则 $2x + y =$ _____.

(13) 若 $a < b, d < c$ ，并且 $(c-a)(c-b) < 0, (d-a)(d-b) > 0$ ，则 a, b, c, d 由小到大的顺序排列是_____.

(14) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$. 能够说明“若 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为 $f(1)$ ，则 $f(x)$ 是增函数”为假命题的一个函数是_____.

(15) 已知非空集合 A, B 满足： $A \cup B = \mathbf{R}, A \cap B = \emptyset$. 对于函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \in A, \\ 2x - 1, & x \in B. \end{cases}$ 给出下列结论：

- ① 存在非空集合对 A, B ，使得 $f(x)$ 没有最小值；
- ② 不存在非空集合对 A, B ，使得 $f(x)$ 为奇函数；
- ③ 存在唯一非空集合对 A, B ，使得 $f(x)$ 为偶函数；
- ④ 存在无穷多非空集合对 A, B ，使得方程 $f(x) = 0$ 无解.

其中，所有正确结论的序号为_____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 14 分)

已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq m+3, m \in \mathbf{R}\}$, 且 $B \neq \emptyset$.

(I) 当 $m=5$ 时, 求 $A \cup B$;

(II) 若 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = A$, 求 m 的取值范围.

(17) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = 2x - \frac{a}{x}$, 且 $f(\frac{1}{2}) = 3$.

(I) 求实数 a 的值;

(II) 判断 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(III) 判断 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上的单调性, 并用单调性定义证明.

(18) (本小题 14 分)

一公司某年用 98 万元购进一台生产设备, 使用 x 年后需要的维护费总计 $2x^2 + 10x$ 万元, 该设备每年创造利润 50 万元.

(I) 求使用设备生产多少年, 总利润最大, 最大是多少?

(II) 求使用设备生产多少年, 年平均利润最大, 最大是多少?

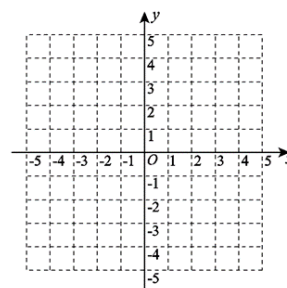
(19) (本小题 14 分)

已知 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x - 1$.

(I) 作出函数 $f(x)$ 的图象(不用列表), 并指出它的单调递增区间;

(II) 求当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的解析式;

(III) 讨论关于 x 的方程 $f(x) = k$ ($k \in \mathbf{R}$) 的解的个数. (直接写出结论)



(20) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + (2a-1)x - 2$, $a \in \mathbf{R}$.

(I) 若 $f(x)$ 是偶函数, 求 a 的最值;

(II) 求关于 x 的不等式 $f(x) > 0$ 的解集.

(21) (本小题 15 分)

已知含有限个元素的集合 A 是正整数集的子集, 且 A 中至少含有两个元素. 若 B 是由 A 中的任意两个元素之和构成的集合, 则称集合 B 是集合 A 的衍生集.

(I) 当 $A = \{2, 5, 7\}$ 时, 写出集合 A 的衍生集 B ;

(II) 若 A 是由 4 个正整数构成的集合, 求其衍生集 B 的元素个数的最小值;

(III) 判断是否存在 5 个正整数构成的集合 A , 使其衍生集 $B = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 18\}$, 并说明理由.

大兴区 2022~2023 学年度第一学期期中检测

高一数学参考答案

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	A	D	C	C	D	C	A	D

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

(11) $\{x|x \geq 1, \text{且} x \neq 2\}$

(12) 2

(13) d, a, c, b

(14) $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2$ (答案不唯一)

(15) ①②④ (全选对 5 分, 漏选 1 个 3 分, 漏选 2 个 2 分, 不选或选错 0 分)

三、解答题 (共 6 小题, 共 85 分)

(16) (共 14 分)

解: (I) 当 $m=5$ 时, 集合 $B = \{x|6 \leq x \leq 8\}$.

因为 $A = \{x|-2 \leq x \leq 7\}$,

所以 $A \cup B = \{x|-2 \leq x \leq 9\}$,6分

(II) 因为 $B = \{x|m+1 \leq x \leq m+3\}$,

所以 $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x|x < m+1, \text{或} x > m+3\}$.

又因为 $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B = A$,

所以 $m+1 > 7$, 或 $m+3 < -2$.

所以 m 的取值范围是 $(-\infty, -5) \cup (6, +\infty)$8分

(17) (共 14 分)

解: (I) 因为 $f(x) = 2x - \frac{a}{x}$, 且 $f(\frac{1}{2}) = 3$, 所以 $2 \times \frac{1}{2} - 2a = 3$.

解得 a 的值为 -14分

(II) $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ 的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$.

因为 $\forall x \in \{x|x \neq 0\}$, 都有 $-x \in \{x|x \neq 0\}$, 且

$$f(-x) = -2x - \frac{1}{x} = -(2x + \frac{1}{x}) = -f(x),$$

所以, 函数 $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ 是奇函数. ……5 分

(III) $\forall x_1, x_2 \in (1, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, 则

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= \left(2x_1 + \frac{1}{x_1}\right) - \left(2x_2 + \frac{1}{x_2}\right) \\ &= 2(x_1 - x_2) + \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) \\ &= 2(x_1 - x_2) + \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \\ &= \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2} (2x_1 x_2 - 1) \end{aligned}$$

因为 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$, $x_1 < x_2$, 得 $x_1 > 1, x_2 > 1, x_1 - x_2 < 0$.

所以 $2x_1 x_2 > 1, 2x_1 x_2 - 1 > 0$.

于是 $\frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2} (2x_1 x_2 - 1) < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$.

所以, 函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上的单调递增. ……5 分

(18) (共 14 分)

解: (I) 设使用该设备生产 x 年后的总利润为 y 万元, 则

$$\begin{aligned} y &= 50x - (2x^2 + 10x) - 98 \\ &= -2x^2 + 40x - 98 \\ &= -2(x - 10)^2 + 102, x \in (0, +\infty) \end{aligned}$$

所以, 当使用该设备生产 10 年, 总利润最大为 102 万元. ……7 分

(II) 使用设备 x 年后的平均利润为

$$\frac{y}{x} = \frac{-2x^2 + 40x - 98}{x} = -2x - \frac{98}{x} + 40.$$

因为 $x \in (0, +\infty)$, 所以 $2x + \frac{98}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{98}{x}} = 28$,

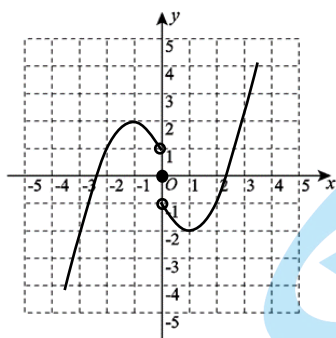
当且仅当 $2x = \frac{98}{x}$, $x = 7$ 即时等号成立. ……6 分

所以 $-2x - \frac{98}{x} + 40 \leq -28 + 40 = 12$.

所以, 当使用该设备生产 7 年, 年平均利润最大为 12 万元. ……7 分

(19) (共 14 分)

解: (I)



$f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, -1)$ 和 $(1, +\infty)$ 4 分

(II) 因为 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 所以 $f(-x) = -f(x)$.

又因为当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x - 1$,

所以当 $x < 0$ 时, $-x > 0$,

$f(x) = -f(-x) = -[(-x)^2 - 2(-x) - 1] = -x^2 - 2x + 1$5 分

(III) 当 $k < -2$, 或 $k > 2$ 时, 方程有 1 个解.

当 $-1 \leq k < 0$, 或 $0 < k \leq 1$, 或 $k = \pm 2$ 时, 方程有 2 个解.

当 $-2 < k < -1$, 或 $1 < k < 2$, 或 $k = 0$ 时, 方程有 3 个解.5 分

(20) (共 14 分)

解: (I) 因为 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数, 所以 $f(-x) = f(x)$.

所以 $a(-x)^2 + (2a-1)(-x) - 2 = ax^2 + (2a-1)x - 2$.

所以 $2a-1=0$, 即 $a = \frac{1}{2}$4 分

(II) $f(x) = (ax-1)(x+2) > 0$

① 当 $a = 0$ 时, 解集为 $(-\infty, -2)$.

② 当 $a > 0$ 时, 解集为 $(-\infty, -2) \cup (\frac{1}{a}, +\infty)$.

③ 当 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 时, 解集为 $(\frac{1}{a}, -2)$.

④ 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 解集为 \emptyset .

⑤ 当 $a < -\frac{1}{2}$ 时, 解集为 $(-2, \frac{1}{a})$10 分

(21) (共 15 分)

解: (I) 因为 $A = \{2, 5, 7\}$, 所以其衍生集 $B = \{7, 9, 12\}$. ……4 分

(II) 设 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 不妨设 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$,

则衍生集 B 中最多有 $a_1 + a_2, a_1 + a_3, a_1 + a_4, a_2 + a_3, a_2 + a_4, a_3 + a_4$ 这 6 个元素,

由不等式性质可知 $a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_1 + a_4 < a_2 + a_3 < a_3 + a_4$,

而 $a_1 + a_4$ 与 $a_2 + a_3$ 可能相等, 例如 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 中, $1 + 4 = 2 + 3$,

所以衍生集 B 中元素至少有 5 个,

即 4 个正整数构成的集合的衍生集 B 中元素个数的最小值为 5. ……5 分

(III) 不存在, 理由如下:

假设存在 5 个正整数构成的集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$,

其衍生集 $B = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 18\}$.

不妨设 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$, 则集合 A 的衍生集 B 中至多有

$a_1 + a_2, a_1 + a_3, a_1 + a_4, a_1 + a_5, a_2 + a_3, a_2 + a_4, a_2 + a_5, a_3 + a_4, a_3 + a_5, a_4 + a_5$

这 10 个元素,

其中必有 $a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_1 + a_4 < a_1 + a_5 < a_2 + a_3 < a_3 + a_4 < a_4 + a_5$,

且可能出现 $a_1 + a_4 = a_2 + a_3, a_1 + a_5 = a_2 + a_3, a_1 + a_5 = a_2 + a_4$,

$a_1 + a_5 = a_3 + a_4, a_2 + a_5 = a_3 + a_4$.

由题意可知必有 $a_1 + a_2 = 4, a_1 + a_3 = 6, a_3 + a_5 = 14, a_4 + a_5 = 18$,

所以 $a_2 = 4 - a_1, a_3 = 6 - a_1, a_4 = 10 - a_1, a_5 = 8 + a_1$.

由 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ 得 $\begin{cases} a_1 < 4 - a_1 \\ 10 - a_1 < 8 + a_1 \end{cases}$, 解得 $1 < a_1 < 2$.

① 当 $a_1 + a_4 = a_2 + a_3$ 时, 即 $a_1 + 10 - a_1 = 4 - a_1 + 6 - a_1$, 得 $a_1 = 0$ 舍.

② 当 $a_1 + a_5 = a_2 + a_3$ 时, 即 $a_1 + 8 + a_1 = 4 - a_1 + 6 - a_1$, 得 $a_1 = \frac{1}{2}$ 舍.

③ 当 $a_1 + a_5 = a_2 + a_4$ 时, 即 $a_1 + 8 + a_1 = 4 - a_1 + 10 - a_1$, 得 $a_1 = \frac{3}{2}$,

故 $a_1 + a_5 = 11 \notin B$, 所以 $a_1 = \frac{3}{2}$ 舍.

④ 当 $a_1 + a_5 = a_3 + a_4$ 时, 即 $a_1 + 8 + a_1 = 6 - a_1 + 10 - a_1$, 得 $a_1 = 2$ 舍.

⑤ 当 $a_2 + a_5 = a_3 + a_4$ 时, 即 $4 - a_1 + 8 + a_1 = 6 - a_1 + 10 - a_1$, 得 $a_1 = 2$ 舍.

综上, a_1 不存在. 所以, 不存在 5 个正整数构成的集合 A ,

使其衍生集 $B = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 18\}$. ……6 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯