

2020-2021 学年度第一学期

北京育才学校高一数学

期中考试试卷

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。）

1. 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ，则  $C_U S = (\quad)$

- A.  $\{5\}$       B.  $\{1, 2, 5\}$       C.  $\{2, 3, 4\}$       D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

2 方程组  $\begin{cases} x+y=0, \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$  的解集是 ( )

- A.  $\{(1, -1), (-1, 1)\}$       B.  $\{(1, 1), (-1, -1)\}$   
C.  $\{(2, -2), (-2, 2)\}$       D.  $\{(2, 2), (-2, -2)\}$

3 不等式  $\frac{x^2}{x} < 1$  的解集为 ( )

- A.  $\{x | 0 < x < 2\}$       B.  $\{x | x < 0, \text{ 或 } x > 2\}$   
C.  $\{x | x > 2\}$       D.  $\{x | x < 0\}$

4 函数  $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x-1}$  的定义域是 ( )

- A.  $[0, 1)$       B.  $(1, +\infty)$   
C.  $\{(0, 1) \cup (1, +\infty)\}$       D.  $[0, 1] \cup (1, +\infty)$

5 下列函数中，值域是  $[0, +\infty)$  函数的是 ( )

- A.  $y = -x^2 + 4$       B.  $y = 3 - x$       C.  $y = \frac{1}{x}$       D.  $y = |x|$

6 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ ,  $(g(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases})$  则  $f(g(\pi)) = (\quad)$

- A. 1      B. 0      C. -1      D.  $\pi$

7. 函数  $f(x)$  是定义域为  $R$  的奇函数，且  $f(1) = -2$ ，那么  $f(-1) + f(0) = \boxed{C}$

- A. -2      B. 0      C. 1      D. 2

8. 在  $R$  上的偶函数  $f(x)$  满足：对任意  $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$  ( $x_1 \neq x_2$ ) 有  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$

则（ ）

- A.  $f(-2) < f(1) < f(3)$       B.  $f(1) < f(-2) < f(3)$   
C.  $f(3) < f(-2) < f(1)$       D.  $f(3) < f(1) < f(-2)$

9. 已知  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + 2b = 8$ , 那么  $ab$  的最大值等于（ ）

- A. 32      B. 16      C. 8      D. 4

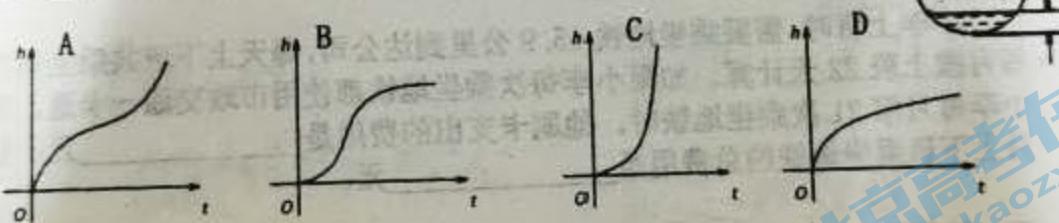
10. 设  $a, b \neq 0$ , 则 “ $a > b > 0$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” 的（ ）

- A. 必要而不充分条件      B. 充分而不必要条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

11. 有一个下部是球形，上部是圆柱形的容器（如右图所示），

现匀速地向容器内注水，那么注水时间  $t$  与容器内水的高度

之间的函数关系  $h = f(t)$  的图象大致是下图中的（ A ）



12. 定义在  $R$  上的奇函数  $f(x)$  当  $x \geq 0$  时， $f(x) = x^2 - 2x$ ，则  $f(x)$  在  $x < 0$  时的

$$f(x) = (\quad)$$

- A.  $y = x(x+2)$       B.  $y = x(x-2)$       C.  $y = -x(x+2)$       D.  $y = -x(x-2)$

## 二、填空题：（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。）

13. 已知命题  $p: \forall x > 1, x^2 - 2x + 1 > 0$ , 则  $\neg p$  是  $\exists x > 1, x^2 - 2x + 1 \leq 0$ .

14. 当  $x > 3$  时，代数式  $x + \frac{1}{x-3}$  的最小值是\_\_\_\_\_, 取最小值时  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

\*函数  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的奇函数，当  $x \in (-\infty, 0)$  时， $f(x) = 2x^3 + x^5$ ，则  $f(2) =$

16. (1) 函数  $f(x) = 4x - 1$ ,  $f(x)$  的定义域为  $[-1, 3]$ , 求  $f(x)$  值域

(2) 若函数  $f(x) = 4x - 1$ ,  $f(x)$  的值域为  $[-1, 3]$ , 求  $f(x)$  定义域

17. 已知二次函数  $y = x^2 + (a+2)x + 4$ ,

(1) 若函数的对称轴为  $x = 3$ , 求  $a =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若集合  $\{x | f(x) < 0\} = \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围 \_\_\_\_\_.

18. 2014 年 12 月 28 日开始, 北京市公共电汽车和地铁按照里程分段计价。乘坐地铁(不包括机场线)具体方案如下: 6 公里(含)内 3 元; 6 公里至 12 公里(含) 4 元; 12 公里至 22 公里(含) 5 元; 22 公里至 32 公里(含) 6 元; 32 公里以上部分每增加 1 元可乘坐 20 公里。使用市政交通一卡通刷卡, 每自然月内每张卡支出累计满 100 元以后的乘次, 价格给予 8 折优惠; 满 150 元以后的乘次, 价格给予 5 折优惠; 支出累计达到 400 元以后的乘次, 不再享受打折优惠。

小李上班时, 需要乘坐地铁 15.9 公里到达公司, 每天上下班共乘坐两次, 每月按上班 22 天计算。如果小李每次乘坐地铁都使用市政交通一卡通, 那么小李每月第 21 次乘坐地铁时, 他刷卡支出的费用是 \_\_\_\_\_ 元; 他每月上下班乘坐地铁的总费用是 \_\_\_\_\_ 元。

### 三、解答题: (本大题共 6 小题, 每小题 10 分, 共 60 分.)

19. 已知全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x | |x - 1| < 2\}$ ,  $B = \{x | x \cdot (x + 2) < 0\}$ .

(1) 求集合  $A$ ,  $B$ ,  $(C_U A)$ ; (2) 求集合  $A \cap B$ ,  $(C_U A) \cup B$ .

20. 关于  $x$  的方程  $x^2 + (2k+1)x + k^2 - 2 = 0$  有两个实数根,

(1) 若  $k=1$ , 且方程的两根为  $x_1$  和  $x_2$ , 求  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  的值。

(2) 若方程两根的平方和为 11, 求实数  $k$  的值。

21. 我国是水资源相对匮乏的国家, 为鼓励节约用水, 某市打算出台一项水费

政策措施，规定每季度每人用水量不超过 5 吨时，每吨水费收基本价 1.3 元，若超过 5 吨而不超过 6 吨时，超过部分加收 200%，若超过 6 吨而不超过 7 吨时，超过部分加收 400%，如果某人本季度实际用水量为  $x$  ( $0 \leq x \leq 7$ ) 吨，应缴纳的水费为  $f(x)$ 。

(1) 求  $f(4)$ ,  $f(5.5)$ ,  $f(6.5)$  的值；

(2) 试求出函数  $f(x)$  的解析式。

22. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x^2} + ax$  是偶函数。

(I) 求  $a$  的值；

(II) 判断函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的单调性，并用函数单调性的定义证明结论。

23. 已知函数  $f(x) = (ax - 1)(x + 1)$ 。

(I) 若  $f(1) = 3$ ，求实数  $a$  的值；

(II) 当  $a = 1$  时，求  $f(x)$  在区间  $[-1, 2]$  上的值域；

(III) 若函数  $f(x)$  在区间  $[-1, +\infty)$  上是减函数，求  $a$  的取值范围；

24. 已知函数  $f(x)$  的自变量的取值区间为  $A$ ，若其值域区间也为  $A$ ，则称  $A$  为  $f(x)$  的保值区间。

(1) 求函数  $f(x) = x^2$  形如  $[n, +\infty)$  ( $n \in R$ ) 的保值区间；

(2) 函数  $g(x) = \left|1 - \frac{1}{x}\right|$  ( $x > 0$ ) 是否存在形如  $[a, b]$  ( $a < b$ ) 的保值区间？若存在，求出

实数  $a, b$  的值，若不存在，请说明理由。

# 关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。  
北京高考在线官方网站：[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)  
扫码关注获取更多

