绝密★启封并使用完毕前

2011 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文）（北京卷）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

1．（5 分）已知全集 $U=R$，集合 $P=\{x|x^2\leqslant 1\}$，那么$\complement_U P=$（　　）

A．$(-\infty,\ -1]$　　　　B．$[1,\ +\infty)$

C．$[-1,\ 1]$　　　　D．$(-\infty,\ -1)\cup(1,\ +\infty)$

2．（5 分）复数$\dfrac{i-2}{1+2i}=$（　　）

A．i　　　　B．$-i$　　　　C．$-\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}i$　　　　D．$-\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}i$

3．（5 分）如果 $\log_{\frac{1}{2}}x<\log_{\frac{1}{2}}y<0$，那么（　　）

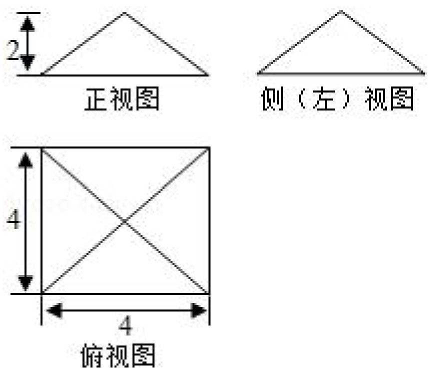
A．$y<x<1$　　　　B．$x<y<1$　　　　C．$1<x<y$　　　　D．$1<y<x$

4．（5 分）若 p 是真命题，q 是假命题，则（　　）

A．$p\wedge q$ 是真命题　　　　B．$p\vee q$ 是假命题

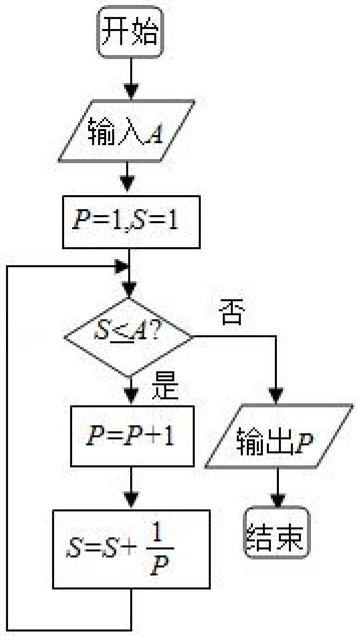
C．$\neg p$ 是真命题　　　　D．$\neg q$ 是真命题

5．（5 分）某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥的表面积是（　　）



A．$16\sqrt{2}$　　　　B．$16+16\sqrt{2}$　　　　C．$32\sqrt{2}$　　　　D．$16+32\sqrt{2}$

6．（5 分）执行如图所示的程序框图，若输入 A 的值为 2，则输入的 P 值为（　　）



A．2　　B．3　　C．4　　D．5

7．（5 分）某车间分批生产某种产品，每批的生产准备费用为 800 元．若每批生产 x 件，则平均仓储时间为 $\frac{x}{8}$ 天，且每件产品每天的仓储费用为 1 元．为使平均每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小，每批应生产产品（　　）

A．60 件　　B．80 件　　C．100 件　　D．120 件

8．（5 分）已知点 A（0，2），B（2，0）．若点 C 在函数 $y=x^2$ 的图象上，则使得△ABC 的面积为 2 的点 C 的个数为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9．（5 分）在△ABC 中．若 $b=5$，$\angle B=\frac{\pi}{4}$，$\sin A=\frac{1}{3}$，则 $a=$_______．

10．（5 分）已知双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$（$b>0$）的一条渐近线的方程为 $y=2x$，则 $b=$_______．

11．（5 分）已知向量 $\vec{a}=(\sqrt{3}，1)$，$\vec{b}=(0，-1)$，$\vec{c}=(k，\sqrt{3})$．若 $\vec{a}-2\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 共线，则 $k=$_______．

12．（5 分）在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=\frac{1}{2}$，$a_4=-4$，则公比 $q=$_______；$a_1+a_2+\cdots+a_n=$_______．

13. （5 分）已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x}, & x\geqslant 2\\(x-1)^3, & x<2\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=k$ 有两个不同的实根，则数 k 的取值范围是_______.

14. （5 分）设 $A(0,0)$，$B(4,0)$，$C(t+4,3)$，$D(t,3)$ （$t\in R$）. 记 $N(t)$ 为平行四边形 $ABCD$ 内部（不含边界）的整点的个数，其中整点是指横、纵坐标都是整数的点，则 $N(0)=$_______，$N(t)$ 的所有可能取值为_______.

三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15. （13 分）已知 $f(x)=4\cos x\sin(x+\frac{\pi}{6})-1$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值.

16. （13 分）以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名同学的植树棵树．乙组记录中有一个数据模糊，无法确认，在图中以 X 表示.

甲组				乙组	
9	9	0	x	8	9
1	1	1	0		

（1）如果 $X=8$，求乙组同学植树棵树的平均数和方差；

（注：方差 $s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$，其中 $\overline{x}$ 为 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

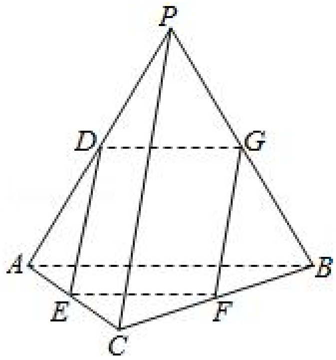
（2）如果 $X=9$，分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，求这两名同学的植树总棵数为 19 的概率.

17. （14 分）如图，在四面体 $PABC$ 中，$PC\perp AB$，$PA\perp BC$，点 D，E，F，G 分别是棱 AP，AC，BC，PB 的中点.

（Ⅰ）求证：$DE//$ 平面 BCP；

（Ⅱ）求证：四边形 $DEFG$ 为矩形；

（Ⅲ）是否存在点 Q，到四面体 $PABC$ 六条棱的中点的距离相等？说明理由.



18．（13 分）已知函数 $f(x)=(x-k)e^x$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间[0，1]上的最小值.

19．（14 分）已知椭圆 G：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，右焦点为（$2\sqrt{2}$，0），斜率为 1 的直线 l 与椭圆 G 交与 A、B 两点，以 AB 为底边作等腰三角形，顶点为 P（﹣3，2）.

（Ⅰ）求椭圆 G 的方程；

（Ⅱ）求△PAB 的面积.

20．（13 分）若数列 A_n：a_1，a_2，…，a_n（$n\geq 2$）满足$|a_{k+1}-a_k|=1$（$k=1$，2，…，$n-1$），则称 A_n 为 E 数列，记 $S(A_n)=a_1+a_2+\cdots+a_n$.

（Ⅰ）写出一个 E 数列 A_5 满足 $a_1=a_3=0$；

（Ⅱ）若 $a_1=12$，$n=2000$，证明：E 数列 A_n 是递增数列的充要条件是 $a_n=2011$；

（Ⅲ）在 $a_1=4$ 的 E 数列 A_n 中，求使得 $S(A_n)=0$ 成立得 n 的最小值.

数学试题答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

1. 【分析】先求出集合 P 中的不等式的解集，然后由全集 $U=R$，根据补集的定义可知，在全集 R 中不属于集合 P 的元素构成的集合为集合 A 的补集，求出集合 P 的补集即可.

【解答】解：由集合 P 中的不等式 $x^2\leqslant 1$，解得 $-1\leqslant x\leqslant 1$，

所以集合 $P=[-1，1]$，由全集 $U=R$，

得到 $\complement_U P=(-\infty，1)\cup(1，+\infty)$．

故选：D.

【点评】此题属于以不等式的解集为平台，考查了补集的运算，是一道基础题.

2. 【分析】将分子、分母同乘以 $1-2i$，再按多项式的乘法法则展开，将 i^2 用 -1 代替即可.

【解答】解：$\dfrac{i-2}{1+2i}=\dfrac{(i-2)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{i-2+2+4i}{5}=i$

故选：A.

【点评】本题考查复数的除法运算法则：分子、分母同乘以分母的共轭复数；再按多项式的乘法法则展开即可.

3. 【分析】本题所给的不等式是一个对数不等式，我们要先将不等式的三项均化为同底根据对数函数的单调性，即可得到答案.

【解答】解：不等式 $\log_{\frac{1}{2}}x<\log_{\frac{1}{2}}y<0$ 可化为：

$\log_{\frac{1}{2}}x<\log_{\frac{1}{2}}y<\log_{\frac{1}{2}}1$

又∵函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 的底数 $0<\dfrac{1}{2}<1$

故函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 为减函数

$\therefore x>y>1$

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是对数函数的单调性与特殊点，其中根据对数函数的性质将对数不等式转化为一个整式不等式是解答本题的关键.

4. 【分析】根据题意，由复合命题真假表，依次分析选项即可作出判断.

【解答】解：∵p是真命题，q是假命题，

∴$p\wedge q$是假命题，选项A错误；

$p\vee q$是真命题，选项B错误；

$\neg p$是假命题，选项C错误；

$\neg q$是真命题，选项D正确.

故选：D.

【点评】本题考查复合命题的真假情况.

5. 【分析】由已知中的三视力可得该几何体是一个四棱锥，求出各个面的面积，相加可得答案.

【解答】解：由已知中的三视力可得该几何体是一个四棱锥，

棱锥的底面边长为4，故底面面积为16，

棱锥的高为2，故侧面的高为：$2\sqrt{2}$，

则每个侧面的面积为：$\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$，

故棱锥的表面积为：$16+16\sqrt{2}$，

故选：B.

【点评】本题考查的知识点是由三视图求体积和表面积，解决本题的关键是得到该几何体的形状.

6. 【分析】根据输入A的值，然后根据S进行判定是否满足条件$S\leqslant2$，若满足条件执行循环体，依此类推，一旦不满足条件$S\leqslant2$，退出循环体，求出此时的P值即可.

【解答】解：$S=1$，满足条件$S\leqslant2$，则$P=2$，$S=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

满足条件$S\leqslant2$，则$P=3$，$S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$

满足条件$S\leqslant2$，则$P=4$，$S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12}$

不满足条件 $S\leqslant 2$，退出循环体，此时 $P=4$

故选：C.

【点评】本题主要考查了当型循环结构，循环结构有两种形式：当型循环结构和直到型循环结构，当型循环是先判断后循环，直到型循环是先循环后判断．

7．【分析】若每批生产 x 件，则平均仓储时间为$\frac{x}{8}$天，可得仓储总费用为$\frac{1}{8}x^2$元，再加上生产准备费用为 800 元，可得生产 x 件产品的生产准备费用与仓储费用之和是 $800+x\cdot\frac{x}{8}=800+\frac{1}{8}x^2$元，由此求出平均每件的生产准备费用与仓储费用之和，再用基本不等式求出最小值对应的 x 值

【解答】解：根据题意，该生产 x 件产品的生产准备费用与仓储费用之和是 $800+x\cdot\frac{x}{8}=800+\frac{1}{8}x^2$

这样平均每件的生产准备费用与仓储费用之和为 $f(x)=\dfrac{800+\frac{1}{8}x^2}{x}=\frac{800}{x}+\frac{1}{8}x$（$x$ 为正整数）

由基本不等式，得 $f(x)\geqslant 2\sqrt{\frac{800}{x}\cdot\frac{1}{8}x}=20$

当且仅当 $\frac{800}{x}=\frac{1}{8}x=10$时，$f$（$x$）取得最小值、

可得 $x=80$ 时，每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小

故选：B.

【点评】本题结合了函数与基本不等式两个知识点，属于中档题，运用基本不等式时应该注意取等号的条件，才能准确给出答案．

8．【分析】本题可以设出点 C 的坐标（a，a^2），求出 C 到直线 AB 的距离，得出三角形面积表达式，进而得到关于参数 a 的方程，转化为求解方程根的个数（不必解出这个根），从而得到点 C 的个数．

【解答】解：设 C（a，a^2），由已知得直线 AB 的方程为$\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$，即：$x+y-2=0$

点 C 到直线 AB 的距离为：$d=\dfrac{|a+a^2-2|}{\sqrt{2}}$，

有三角形 ABC 的面积为 2 可得：

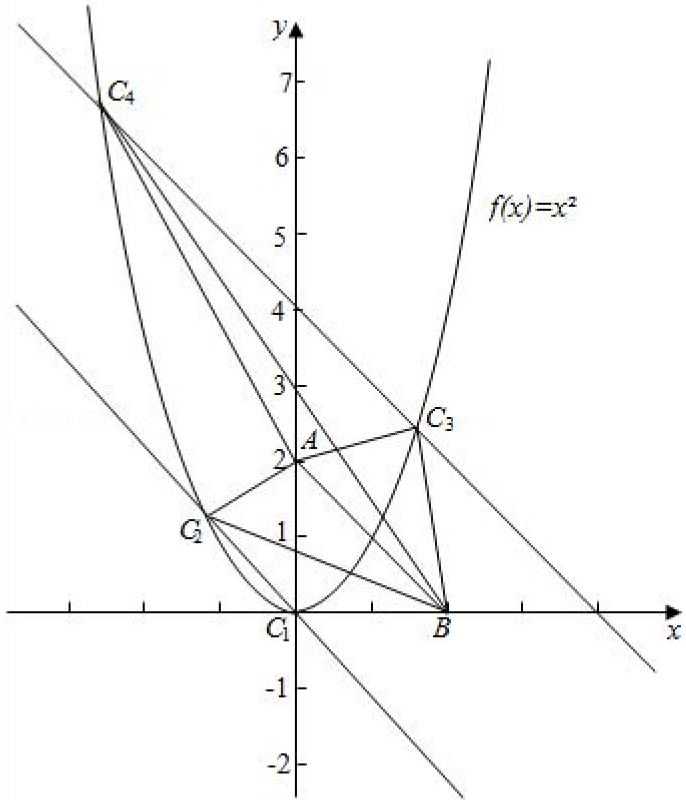
$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|AB|d=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\dfrac{|a+a^2-2|}{\sqrt{2}}=|a+a^2-2|=2$

得：$a^2+a=0$ 或 $a^2+a-4=0$，显然方程共有四个根，

可知函数 $y=x^2$ 的图象上存在四个点（如上面图中四个点 C_1，C_2，C_3，C_4）

使得△ABC 的面积为 2（即图中的三角形△ABC_1，△ABC_2，△ABC_3，△ABC_4）．

故选：A．



【点评】本题考查了截距式直线方程，点到直线的距离公式，三角形的面积的求法，就参数的值或范围，考查了数形结合的思想

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9．【分析】直接利用正弦定理，求出 a 的值即可．

【解答】解：在△ABC 中．若 $b=5$，$\angle B=\frac{\pi}{4}$，$\sin A=\frac{1}{3}$，所以 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

$$a=\frac{b\sin A}{\sin B}=\frac{5\times\frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{3}.$$

故答案为：$\frac{5\sqrt{2}}{3}$．

【点评】本题是基础题，考查正弦定理解三角形，考查计算能力，常考题型．

10. 【分析】利用双曲线的标准方程写出其渐近线方程是解决本题的关键，根据已知给出的一条渐近线方程对比求出 b 的值.

【解答】解：该双曲线的渐近线方程为 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=0$，即 $y=\pm bx$，由题意该双曲线的一条渐近线的方程为 $y=2x$，又 $b>0$，可以得出 $b=2$.

故答案为：2.

【点评】本题考查根据双曲线方程求解其渐近线方程的方法，考查学生对双曲线标准方程和渐近线方程的认识和互相转化，考查学生的比较思想，属于基本题型.

11. 【分析】利用向量的坐标运算求出 $\vec{a}-2\vec{b}$的坐标；利用向量共线的坐标形式的充要条件列出方程，求出 k 的值.

【解答】解：$\vec{a}-2\vec{b}=(\sqrt{3}，3)$

∵ $\vec{a}-2\vec{b}$与 $\vec{c}$共线，

∴ $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3k$

解得 $k=1$.

故答案为 1.

【点评】本题考查向量的坐标运算、考查向量共线的坐标形式的充要条件：坐标交叉相乘相等.

12. 【分析】根据等比数列的性质可知，第 4 项比第 1 项得到公比 q 的立方等于﹣8，开立方即可得到 q 的值，然后根据首项和公比，根据等比数列的前 n 项和的公式写出此等比数列的前 n 项和 S_n 的通项公式，化简后即可得到 $a_1+a_2+\cdots+a_n$ 的值.

【解答】解：$q^3=\frac{a_4}{a_1}=-8$

∴ $q=-2$；

由 $a_1=\frac{1}{2}$，$q=-2$，得到：

等比数列的前 n 项和 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=\frac{\frac{1}{2}(1-(-2)^n)}{1-(-2)}=\frac{1-(-2)^n}{6}$.

故答案为：﹣2；$\frac{1-(-2)^n}{6}$

【点评】此题考查学生掌握等比数列的性质，灵活运用等比数列的前 n 项和公式化简求值，是一道基础题.

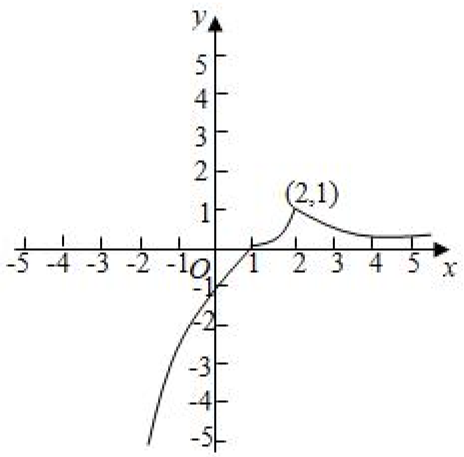
13. 【分析】要求程 $f(x)=k$ 有两个不同的实根是数 k 的取值范围，根据方程的根与对应函数零点的关系，我们可以转化为求函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=k$ 交点的个数，我们画出函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x}, & x\geqslant 2\\(x-1)^3, & x<2\end{cases}$ 的图象，数形结合即可求出答案.

【解答】解：函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x}, & x\geqslant 2\\(x-1)^3, & x<2\end{cases}$ 的图象如下图所示：

由函数图象可得当 $k\in(0,1)$ 时

方程 $f(x)=k$ 有两个不同的实根，

故答案为：$(0,1)$



【点评】本题考查的知识点是根的存在性及根的个数判断，其中根据方程的根与对应函数零点的关系，将方程问题转化为函数问题是解答的关键.

14. 【分析】作出平行四边形，结合图象得到平行四边形中的整数点的个数.

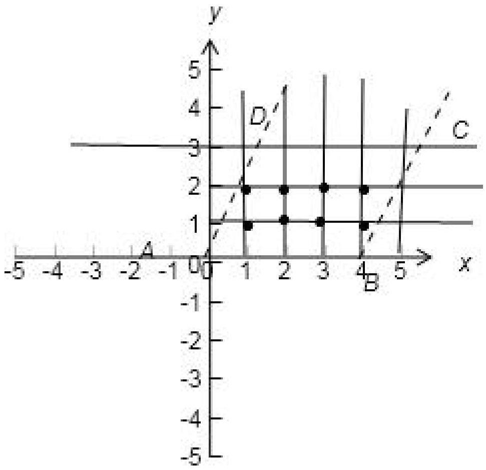
【解答】解：当 $t=0$ 时，平行四边形 $ABCD$ 内部的整点有（1，1）；（1，2）；（2，1）；（2，2）；（3，1）；（3，2）共 6 个点，

所以 $N(0)=6$

作出平行四边形 $ABCD$

将边 OD，BC 变动起来，结合图象得到 $N(t)$ 的所有可能取值为 6，7，8

故答案为：6；6，7，8



【点评】本题考查画可行域、考查数形结合的数学思想方法.

三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15. 【分析】（Ⅰ）利用两角和公式和二倍角公式对函数的解析式进行化简整理后，利用正弦函数的性质求得函数的最小正周期.

（Ⅱ）利用 x 的范围确定 $2x+\frac{\pi}{6}$的范围，进而利用正弦函数的单调性求得函数的最大和最小值.

【解答】解：（Ⅰ）∵ $f(x)=4\cos x\sin(x+\frac{\pi}{6})-1$，

$=4\cos x\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right)-1$

$=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x-1$

$=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

所以函数的最小正周期为 π；

（Ⅱ）∵ $-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}$,

∴ $-\frac{\pi}{6}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{2\pi}{3}$,

∴当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{6}$时，$f(x)$ 取最大值 2，

当 $2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}$时，即 $x=-\frac{\pi}{6}$时，$f(x)$ 取得最小值 -1.

【点评】本题主要考查了三角函数的周期性及其求法，三角函数的最值．解题的关键是对函数解析式的化简整理．

16．【分析】（1）根据所给的这组数据，利用求平均数的公式，把所有的数据都相加，再除以 4，得到平均数，代入求方差的公式，做出方差．

（2）本题是一个等可能事件的概率．分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，共有 16 种结果，满足条件的事件是这两名同学的植树总棵数为 19，可以列举出共有 4 种结果，根据等可能事件的概率公式得到结果．

【解答】解：（1）当 $X=8$ 时，由茎叶图可知乙组同学的植树棵树是 8，8，9，10，

∴平均数是 $\overline{x}=\frac{8+8+9+10}{4}=\frac{35}{4}$，

方差是 $\frac{1}{4}\times[(8-\frac{35}{4})^2+(8-\frac{35}{4})^2+(9-\frac{35}{4})^2+(10-\frac{35}{4})^2]=\frac{11}{16}$．

（2）由题意知本题是一个等可能事件的概率．

若 $X=9$，分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，共有 16 种结果，

满足条件的事件是这两名同学的植树总棵数为 19，

包括：（9，10），（11，8），（11，8），（9，10）共有 4 种结果，

∴根据等可能事件的概率公式得到 $P=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$．

【点评】本题考查一组数据的平均数和方差，考查等可能事件的概率，考查利用列举法来列举出符合条件的事件数和满足条件的事件数，本题是一个文科的考试题目．

17．【分析】（Ⅰ）根据两个点是两条边的中点，得到这条线是两条边的中位线，得到这条线平行于 PC，根据线面平行的判定定理，得到线面平行．

（Ⅱ）根据四个点是四条边的中点，得到中位线，根据中位线定理得到四边形是一个平行四边形，根据两条对角线垂直，得到平行四边形是一个矩形．

（Ⅲ）做出辅助线，证明存在点 Q 到四面体 $PABC$ 六条棱的中点的距离相等，根据第二问证出的四边形是矩形，根据矩形的两条对角线互相平分，又可以证出另一个矩形，得到结论．

【解答】证明：（Ⅰ）∵D，E 分别为 AP，AC 的中点，

∴$DE // PC$，

∵$DE \not\subset$ 平面 BCP，

∴$DE //$ 平面 BCP．

（Ⅱ）∵D，E，F，G分别为AP，AC，BC，PB的中点，

∴$DE// PC// FG$，$DG// AB// EF$

∴四边形$DEFG$为平行四边形，

∵$PC\perp AB$，

∴$DE\perp DG$，

∴四边形$DEFG$为矩形．

（Ⅲ）存在点Q满足条件，理由如下：

连接DF，EG，设Q为EG的中点，

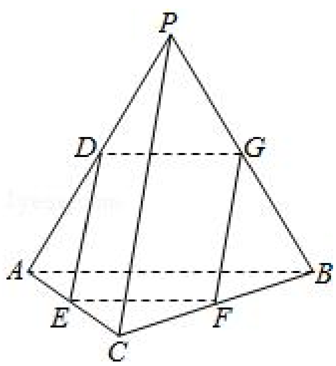
由（Ⅱ）知$DF\cap EG=Q$，且$QD=QE=QF=QG=\dfrac{1}{2}EG$，

分别取PC，AB的中点M，N，连接ME，EN，NG，MG，MN，

与（Ⅱ）同理，可证四边形$MENG$为矩形，其对角线交点为EG的中点Q，

且$QM=QN=\dfrac{1}{2}EG$，

∴Q为满足条件的点．



【点评】本题考查直线与平面平行的判定，考查三角形中位线定理，考查平行四边形和矩形的判定及性质，本题是一个基础题．

18．【分析】（I）求导，令导数等于零，解方程，跟据$f'(x)$ $f(x)$随x的变化情况即可求出函数的单调区间；

（Ⅱ）根据（I），对$k-1$是否在区间$[0,1]$内进行讨论，从而求得$f(x)$在区间$[0,1]$上的最小值．

【解答】解：（Ⅰ）$f'(x)=(x-k+1)e^x$，

令$f'(x)=0$，得$x=k-1$，

$f'(x)$ $f(x)$ 随 x 的变化情况如下：

x	$(-\infty, k-1)$	$k-1$	$(k-1, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↓	$-e^{k-1}$	↑

∴$f(x)$ 的单调递减区间是 $(-\infty, k-1)$，$f(x)$ 的单调递增区间 $(k-1, +\infty)$；

（Ⅱ）当 $k-1\leqslant 0$，即 $k\leqslant 1$ 时，函数 $f(x)$ 在区间$[0, 1]$上单调递增，

∴$f(x)$ 在区间$[0, 1]$上的最小值为 $f(0)=-k$；

当 $0<k-1<1$，即 $1<k<2$ 时，由（Ⅰ）知，$f(x)$ 在区间$[0, k-1]$上单调递减，$f(x)$ 在区间 $(k-1, 1]$上单调递增，

∴$f(x)$ 在区间$[0, 1]$上的最小值为 $f(k-1)=-e^{k-1}$；

当 $k-1\geqslant 1$，即 $k\geqslant 2$ 时，函数 $f(x)$ 在区间$[0, 1]$上单调递减，

∴$f(x)$ 在区间$[0, 1]$上的最小值为 $f(1)=(1-k)e$；

综上所述 $f(x)_{min}=\begin{cases}-k & k\leqslant 1\\ -e^{k-1} & 1<k<2\\ (1-k)e & k\geqslant 2\end{cases}$.

【点评】此题是个中档题．考查利用导数研究函数的单调性和在闭区间上的最值问题，对方程 $f'(x)=0$ 根是否在区间$[0, 1]$内进行讨论，体现了分类讨论的思想方法，增加了题目的难度．

19. 【分析】（Ⅰ）根据椭圆离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，右焦点为（$2\sqrt{2}$，0），可知 $c=2\sqrt{2}$，可求出 a 的值，再根据 $b^2=a^2-c^2$ 求出 b 的值，即可求出椭圆 G 的方程；

（Ⅱ）设出直线 l 的方程和点 A，B 的坐标，联立方程，消去 y，根据等腰△PAB，求出直线 l 方程和点 A，B 的坐标，从而求出$|AB|$和点到直线的距离，求出三角形的高，进一步可求出△PAB 的面积．

【解答】解：（Ⅰ）由已知得，$c=2\sqrt{2}$，$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

解得 $a=2\sqrt{3}$，又 $b^2=a^2-c^2=4$，

所以椭圆 G 的方程为$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$．

（Ⅱ）设直线 l 的方程为 $y=x+m$，

由 $\begin{cases} y=x+m \\ \dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1 \end{cases}$ 得 $4x^2+6mx+3m^2-12=0$．①

设 A，B 的坐标分别为（x_1，y_1），（x_2，y_2）（$x_1<x_2$），AB 的中点为 E（x_0，y_0），

则 $x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{3m}{4}$，

$y_0=x_0+m=\dfrac{m}{4}$，

因为 AB 是等腰△PAB 的底边，

所以 $PE\perp AB$，

所以 PE 的斜率 $k=\dfrac{2-\frac{m}{4}}{-3+\frac{3m}{4}}=-1$，

解得 $m=2$．

此时方程①为 $4x^2+12x=0$．

解得 $x_1=-3$，$x_2=0$，

所以 $y_1=-1$，$y_2=2$，

所以 $|AB|=3\sqrt{2}$，此时，点 P（-3，2）．

到直线 AB：$y=x+2$ 距离 $d=\dfrac{|-3-2+2|}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

所以△PAB 的面积 $s=\dfrac{1}{2}|AB|d=\dfrac{9}{2}$．

【点评】此题是个中档题．考查待定系数法求椭圆的方程和椭圆简单的几何性质，以及直线与椭圆的位置关系，同时也考查了学生观察、推理以及创造性地分析问题、解决问题的能力．

20．【分析】（Ⅰ）根据题意，$a_2=\pm1$，$a_4=\pm1$，再根据 $|a_{k+1}-a_k|=1$ 给出 a_5 的值，可以得出符合题的 E 数列 A_5；

（Ⅱ）从必要性入手，由单调性可以去掉绝对值符号，可得是 A_n 公差为 1 的等差数列，再证充分性，由递增数列的性质得出不等式，再利用同向不等式的累加，可得 $a_{k+1}-a_k=1>0$，A_n 是递增数列；

（Ⅲ）由 $|a_{k+1}-a_k|=1$，可得 $a_{k+1}\geq a_k-1$，再结合已知条件 $a_1=4$，可得 n 的最小值．

【解答】解：（Ⅰ）0，1，0，1，0 是一个满足条件的 E 数列 A_5

（答案不唯一，0，－1，0，－1，0 或 0，±1，0，1，2 或 0，±1，0，－1，－2

或 0，±1，0，－1，0 都满足条件的 E 数列 A_5）

（Ⅱ）必要性：因为 E 数列 A_n 是递增数列

所以 $a_{k+1}-a_k=1$（$k=1$，2，…，1999）

所以 A_n 是首项为 12，公差为 1 的等差数列.

所以 $a_{2000}=12+（2000-1）\times1=2011$

充分性：由于 $a_{2000}-a_{1999}\leqslant1$

$a_{1999}-a_{1998}\leqslant1$

…

$a_2-a_1\leqslant1$，

所以 $a_{2000}-a_1\leqslant1999$，即 $a_{2000}\leqslant a_1+1999$

又因为 $a_1=12$，$a_{2000}=2011$

所以 $a_{2000}\leqslant a_1+1999$

故 $a_{k+1}-a_k=1>0$（$k=1$，2，…，1999），即 A_n 是递增数列.

综上所述，结论成立.

（Ⅲ）对首项为 4 的 E 数列 A_n，由于

$a_2\geqslant a_1-1=3$

$a_3\geqslant a_2-1\geqslant2$

…

$a_8\geqslant a_7-1\geqslant-3$

…

所以 $a_1+a_2+\cdots+a_k>0$（$k=2$，3，…，8），

所以对任意的首项为 4 的 E 数列 A_n，若 S（A_n）$=0$，则必有 $n\geqslant 9$，

又 $a_1=4$ 的 E 数列 A_9：4，3，2，1，0，﹣1，﹣2，﹣3，﹣4 满足 S（A_9）$=0$，

所以 n 的最小值是 9．

【点评】本题以数列为载体，考查了不等式的运用技巧，属于难题，将题中含有绝对值的等式转化为不等式是解决此题的关键．