

满分: 150 分 时间: 120 分钟

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题的四个选项中, 选出符合题目要求的一项)

1. 设集合 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{x \in Z \mid x^2 - 5x + 4 < 0\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) = ($)

- A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{5\}$ C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{0, 4, 5\}$

2. 命题 “ $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2}), \tan x > 0$ ” 的否定是 ()

- A. $\exists x_0 \in (0, \frac{\pi}{2}), \tan x_0 \leq 0$ B. $\exists x_0 \in (0, \frac{\pi}{2}), \tan x_0 \leq 0$
 C. $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2}), \tan x \leq 0$ D. $\exists x_0 \in (0, \frac{\pi}{2}), \tan x_0 > 0$

3. 已知 α 为第二象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\tan(\pi + \alpha)$ 的值是 ()

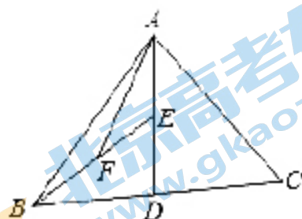
- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$

4. 最小正周期为 π , 且图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称的一个函数是 ()

- A. $y = \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6})$ B. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ C. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ D. $y = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别为线段 BC, AD, BE 的中点, 则 $AF = ($)

- A. $\frac{1}{8}\vec{AB} + \frac{5}{8}\vec{AC}$ B. $\frac{5}{8}\vec{AB} - \frac{1}{8}\vec{AC}$
 C. $\frac{1}{8}\vec{AB} - \frac{5}{8}\vec{AC}$ D. $\frac{5}{8}\vec{AB} + \frac{1}{8}\vec{AC}$

6. 已知向量 a, b 不共线, 且 $c = \lambda a - b$, $d = a + (2\lambda - 1)b$,若 c 与 d 反向共线, 则实数 λ 值为 ()

- A. 1 B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 或 $-\frac{1}{2}$ D. -1 或 $-\frac{1}{2}$

7. 若 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” 是 “ $\frac{ab}{a^2 - b^2} > 0$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x < 0 \\ f(x-1), & x > 0 \end{cases}$, 若方程 $f(x) = x - a$ 有且只有两个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(0, 1)$ D. $[0, -\infty)$

9. 所谓声强, 是指声音在传播途径上每 1 平方米面积上的声能流密度, 用 I 表示人类能听到的声强范

围,其中能听见的 1000Hz 声音的声强(约 $10^{-12}\text{W}/\text{m}^2$)为标准声强,记作 I_0 ,声强 I 与标准声强 I_0 之比的常用对数称作声强的声强级,记作 L ,即 $L=10\lg\frac{I}{I_0}$,声强级 L 的单位名称为贝(尔),符号为 B ,取贝(尔)的十分之一作为响度的常用单位,称为分贝(尔),简称分贝(dB).《三国演义》中有张飞喝断当阳桥的故事,设张飞大喝一声的响度为 140dB ,一个士兵大喝一声的响度为 90dB ,如果一群士兵同时大喝一声相当一张飞大喝一声的响度,那么这群士兵的人数为()

- A. 1万 B. 2万 C. 5万 D. 10万

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R ,若存在常数 $m>0$,对任意 $x\in R$,有 $|f(x)|\leq m|x|$,则称 $f(x)$ 为 F 函数.给出下列函数:① $f(x)=x^2$;② $f(x)=\sin x+\cos x$;③ $f(x)=\frac{x}{x^2+x+1}$;

④ $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数,且满足对一切实数 x_1, x_2 均有 $|f(x_1)-f(x_2)|\leq 2|x_1-x_2|$.

其中是 F 函数的序号为()

- A. ②④ B. ①③ C. ③④ D. ①②

二. 填空题(共7个小题,每小题5分,共35分;15-16-17题前一空3分,后一空2分)

11. 已知 $a+bi(a, b\in R)$ 是 $\frac{1-i}{1+i}$ 的共轭复数,则 $a+b=$ _____.

12. 已知幂函数 $y=f(x)$ 的图象经过点 $(4,2)$,则 $f(2)=$ _____.

13. 若扇形的周长是 8cm ,面积 4cm^2 ,则扇形的圆心角为_____ rad .

14. 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$,且 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{a}$,则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为_____.

15. 已知 a, b 为正实数,直线 $y=2x-a$ 与曲线 $y=\ln(2x+b)$ 相切,则 a 与 b 满足的关系式为_____.

$\frac{2}{a}+\frac{3}{b}$ 的最小值为_____.

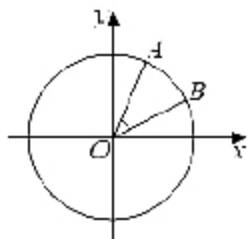
16. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,以 Ox 轴为始边做两个锐角 α, β ,它们的终边分别与单位圆相交于 A, B 两点,已知 A, B 的横坐标分别为 $\frac{\sqrt{2}}{10}, \frac{2\sqrt{5}}{5}$.则 $\tan\alpha$ 的值为_____; $\alpha+2\beta$ 的值为_____.

17. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x^2+ax, & x<1 \\ \frac{\sin x}{2x}, & x=1 \end{cases}$

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 有且只有一个极值点,

则实数 a 的取值范围_____;

(2) 若函数的最大值为1,则 $a=$ _____.

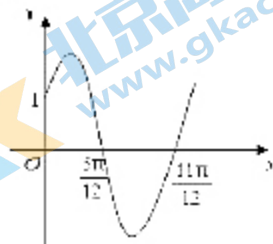


三. 解答题 (共 5 小题, 75 分)

18. (14 分). 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}$, $\omega > 0$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(1) (6 分) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) (8 分) 求函数 $g(x) = f(x - \frac{\pi}{12}) - f(x + \frac{\pi}{12})$ 的单调递增区间.



19. (16 分). 设向量 $\vec{a} = (\sqrt{3}\sin x, \cos x)$, $\vec{b} = (\cos x, \cos x)$, 记 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

(1) (4 分) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) (4 分) 五点法画出函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}]$ 的简图(需要列表);

(3) (4 分) 该函数的图象可由 $y = \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象经过怎样的平移和伸缩变换得到? (从以下①、②中选一种作答)

①将函数 $y = \sin x$ 的图象向___平移___个单位得到函数_____的图象, 再保持纵坐标不变, 横坐标___为原来的___, 得到函数_____的图象, 再向___平移___个单位就可得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{2}$ 的图象.

②将函数 $y = \sin x$ 的图象上的点纵坐标不变, 横坐标___为原来的___, 得到函数_____的图象, 再向___平移___个单位得到函数_____的图象, 再向___平移___个单位得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{2}$ 的图象.

(4) (4 分) 若 $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 时, 函数 $g(x) = f(x) + m$ 的最小值为 2, 试求出函数 $g(x)$ 的最大值并指出 x 取何值时, 函数 $g(x)$ 取得最大值.

20. (15 分). 已知: 函数 $f(x) = \frac{e^x}{x-a}$ ($a \neq 0$).

(1) (4 分) 若 $a=1$, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) (5 分) 求函数 $y=f(x)$ 的单调区间;

(3) (6 分) 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上满足 $f(x) \geq 1$, 求 a 的取值范围.

21.(15分). 已知函数 $f(x) = ax^2 - x - \ln x$, ($a \in R$).

(1) (5分) 若 $a = \frac{3}{8}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) (5分) 若 $-1 \leq a \leq 0$, 证明: 函数 $f(x)$ 有且只有一个零点;

(3) (5分) 若函数 $f(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

22.(15分) 已知集合 $S_n = \{x | x = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n\}$ ($n \geq 2$), 对于 $A = (a_1,$

$a_2, \dots, a_n) \in S_n, B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in S_n$, 定义 A 与 B 的差为 $A - B = (|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots,$

$|a_n - b_n|)$; A 与 B 之间的距离为 $d(A, B) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|$.

(1) (4分) 若 $A - B = (0, 1)$, 试写出所有可能的 A, B ;

(2) (4分) $\forall A, B, C \in S_n$, 证明: $d(A - C, B - C) = d(A, B)$;

(3) (7分) $\forall A, B, C \in S_n, d(A, B), d(A, C), d(B, C)$ 三个数中是否一:

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯