

数 学（文科）

2019.1

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡收回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)

(1) 若集合  $A = \{x | x^2 + 2x \leq 0\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{-1\}$       B.  $\{1\}$       C.  $\{0, 1, 2\}$       D.  $\{-2, -1, 0\}$

(2) 已知数列  $\{a_n\}$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_n + a_{n+1} = 2n, n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $a_1 + a_3$  的值为

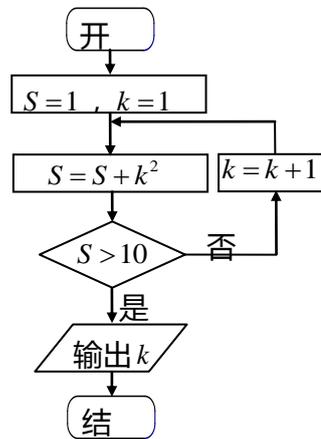
- A. 4      B. 5      C. 6      D. 8

(3) 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x + y \geq 2, \\ x - y \leq 1, \\ y \leq 2, \end{cases}$  则  $2x + y$  的最小值为

- A. 8      B.  $\frac{7}{2}$       C. 2      D. -1

(4) 右图是一个算法流程图，则输出的  $k$  的值为

- A. 2  
B. 3  
C. 4  
D. 5



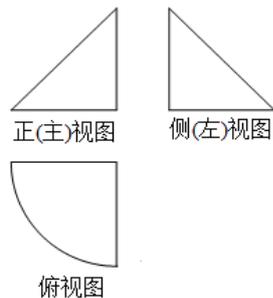
(5) 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则 “ $a < b$ ” 是 “ $\log_2 a < \log_2 b$ ” 的

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

(6) 已知向量  $a, b$  满足  $|a|=1, |b|=2, |a+b|=\sqrt{3}$ , 那么  $a$  与  $b$  的夹角为

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$

(7) 《九章算术》是我国古代数学著作，书中有如下问题：“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺，问：积及米几何？”其意思为：在屋内墙角处堆放米（米堆所形成的几何体的三视图如图所示），米堆底部的弧长为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积及堆放的米各为多少？



已知一斛米的体积约为1.62立方尺，由此估算出堆放的米约有

- A. 21斛      B. 34斛      C. 55斛      D. 63斛

(8) 现有  $A_1, A_2, \dots, A_5$  这5个球队进行单循环比赛（全部比赛过程中任何一队都要分别与其他各队比赛一场且只比赛一场）。当比赛进行到一定阶段时，统计  $A_1, A_2, A_3, A_4$  这4个球队已经赛过的场数分别为： $A_1$ 队4场， $A_2$ 队3场， $A_3$ 队2场， $A_4$ 队1场，则  $A_5$ 队比赛过的场数为

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

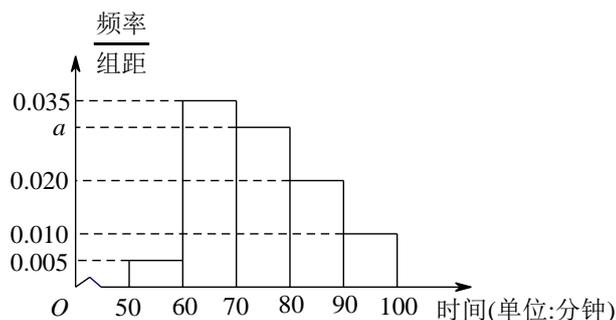
第二部分（非选择题 共110分）

二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分）

(9) 已知复数  $z$  满足  $z = \frac{2i}{1-i}$ （ $i$  是虚数单位），则复数  $z$  的共轭复数  $\bar{z} =$  \_\_\_\_\_.

(10) 已知抛物线  $y^2 = 4x$  上一点  $M$  到其焦点的距离为5，则点  $M$  到  $y$  轴的距离为\_\_\_\_\_.

(11) 为调查某校学生每天用于课外阅读的时间，现从该校3000名学生中随机抽取100名学生进行问卷调查，所得数据均在区间  $[50,100]$  上，其频率分布直方图如图所示，则估计该校学生中每天用于阅读的时间在  $[70,80]$ （单位：分钟）内的学生人数为\_\_\_\_\_.



(12) 在锐角  $\triangle ABC$  中， $AB = 2$ ， $AC = 3$ 。若  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，则  $\angle A =$  \_\_\_\_\_； $BC =$  \_\_\_\_\_.

(13) 能说明“若点  $M(a,b)$  与点  $N(5,5)$  在直线  $x+y-2=0$  的同侧，则  $a+b > 4$ ”是假命题的一个点  $M$  的坐标为\_\_\_\_\_.

(14) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} a^x, & x > 1, \\ x + \frac{a}{2}, & x \leq 1, \end{cases}$  其中  $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ .

(i) 当  $a=2$  时, 若  $f(x) < 4$ , 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_;

(ii) 若存在实数  $m$  使得方程  $f(x) - m = 0$  有两个实根, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

(15) (本小题满分 13 分)

设  $\{a_n\}$  是各项均为正数的等比数列, 且  $a_1 = 1, a_2 + a_3 = 6$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 求  $\ln a_1 + \ln a_2 + \dots + \ln a_n$ .

(16) (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = 2\cos x(\sin x + \sqrt{3}\cos x) - \sqrt{3}$ .

(I) 求  $f(x)$  的单调递增区间;

(II) 若  $f(x)$  在区间  $[m, \frac{\pi}{6}]$  上的最小值为  $-2$ , 求  $m$  的最大值.

(17) (本小题满分 13 分)

某汽车品牌为了了解客户对于其旗下的五种型号汽车的满意情况, 随机抽取了一些客户进行回访, 调查结果如下表:

| 汽车型号     | I   | II  | III | IV  | V   |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 回访客户(人数) | 250 | 100 | 200 | 700 | 350 |
| 满意率      | 0.5 | 0.3 | 0.6 | 0.3 | 0.2 |

满意率是指: 某种型号汽车的回访客户中, 满意人数与总人数的比值.

(I) 从 III 型号汽车的回访客户中随机选取 1 人, 则这个客户不满意的概率为\_\_\_\_\_;

(将结果直接填写在答题卡的相应位置上)

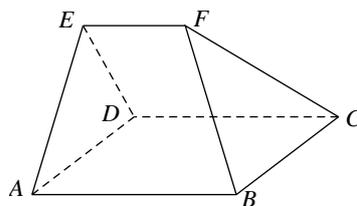
(II) 从所有的客户中随机选取 1 个人, 估计这个客户满意的概率;

(III) 汽车公司拟改变投资策略, 这将导致不同型号汽车的满意率发生变化. 假设表格中只有两种型号汽车的满意率数据发生变化, 那么哪种型号汽车的满意率增加 0.1, 哪种型号汽车的满意率减少 0.1, 使得获得满意的客户人数与样本中的客户总人数的比值达到最大? (只需写出结论)

(18) (本小题满分 14 分)

如图，在五面体  $ABCDEF$  中，四边形  $ABCD$  是边长为 2 的正方形，平面  $ADE \perp$  平面  $ABCD$ ，

$EF = 1, AE = DE = \sqrt{2}$ .



(I) 求证:  $CD \parallel$  平面  $ABFE$ ;

(II) 求证: 平面  $ABFE \perp$  平面  $CDEF$ ;

(III) 在线段  $CD$  上是否存在点  $N$ , 使得  $FN \perp$  平面  $ABFE$ ? 说明理由.

(19) (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x^2}{a} - 2a \ln x$ .

(I) 若  $a = \frac{1}{2}$ , 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(II) 若  $0 < a < e$ , 判断函数  $f(x)$  的零点个数, 并说明理由.

(20) (本小题满分 14 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $(0, \sqrt{3})$ , 且离心率为  $\frac{1}{2}$ . 设  $A, B$  为椭圆  $C$  的左、右顶点,  $P$  为椭圆上异于  $A, B$  的一点, 直线  $AP, BP$  分别与直线  $l: x = 4$  相交于  $M, N$  两点, 且直线  $MB$  与椭圆  $C$  交于另一点  $H$ .

(I) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(II) 求证: 直线  $AP$  与  $BP$  的斜率之积为定值;

(III) 判断三点  $A, H, N$  是否共线, 并证明你的结论.



长按识别关注