

## 高二年级数学

### 第 I 卷 (共 32 分)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题所列出的四个选项中, 只有一项是最符合题目要求的)

1. 复数  $z = -2 + i$  所对应的点在复平面的 ( )  
A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限
2. 设  $i$  为虚数单位, 则复数  $z = \frac{2i}{1-i}$  所对应的点位于 ( )  
A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限
3. 七人并排站成一行, 如果甲乙两个必须不相邻, 那么不同的排法种数是 ( )  
A. 3600种    B. 1440种    C. 4820种    D. 4800种
4. 已知  $a \in \mathbb{R}$ ,  $i$  为虚数单位, 若  $(1-i)(a+i)$  为纯虚数, 则  $a$  的值为 ( )  
A. 2    B. 1    C. -2    D. -1
5. 一名老师和四名学生站成一排照相, 学生请老师站在正中间, 则不同的站法为 ( )  
A. 4种    B. 12种    C. 24种    D. 120种
6. 若复数  $z = \frac{2}{1-i}$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $\bar{z} =$  ( )  
A.  $1+i$     B.  $1-i$     C.  $-1+i$     D.  $-1-i$
7. 在 100 件产品中, 有 3 件是次品, 现从中任意抽取 5 件, 其中至少有 2 件次品的取法种数为 ( )  
A.  $C_3^2 C_{97}^3$     B.  $C_3^2 C_{97}^3 + C_3^3 C_{97}^2$     C.  $C_{100}^5 - C_3^1 C_{97}^4$     D.  $C_{100}^5 - C_{97}^5$

8. 记者要为 5 名志愿者和他们帮助的 2 位老人拍照, 要求排成一排, 2 位老人相邻但不排在两端, 不同的排法共有 ( )

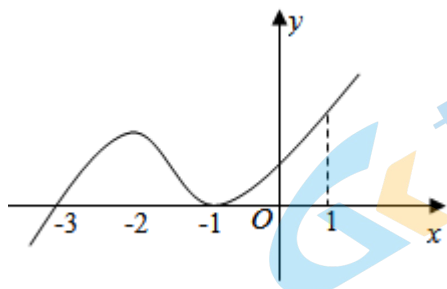
- A. 1440种      B. 960种      C. 720种      D. 480种

9. 某校有 6 名志愿者, 在放假的第一天去北京世园会的中国馆服务, 任务是组织游客参加“祝福祖国征集留言”、“欢乐世园共绘展板”、“传递祝福发放彩绳”三项活动, 其中 1 人负责“征集留言”, 2 人负责“共绘展板”, 3 人负责“发放彩绳”, 则不同的分配方案共有 ( )

- A. 30种      B. 60种      C. 120种      D. 180种

10. 如图是函数  $y=f(x)$  的导函数  $y=f'(x)$  的图象, 给出下列命题:

- ①  $-3$  是函数  $y=f(x)$  的极值点;  
②  $-1$  是函数  $y=f(x)$  的最小值点;  
③  $y=f(x)$  在  $x=0$  处切线的斜率小于零;  
④  $y=f(x)$  在区间  $(-3,1)$  上单调递增. 则正确命题的序号是 ( )



- A. ①②      B. ②③      C. ①④      D. ③④

## 二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 用 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的三位数, 其中奇数的个数为\_\_\_\_\_.

12. 复数  $z = \frac{1}{1+i}$  对应的点在第\_\_\_\_\_象限, 复数  $z$  的实部是\_\_\_\_\_.

13. 已知函数  $y = \frac{1}{3}x^3 + a^2x^2 + ax + 3$  在  $x = -1$  处取得极值, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知  $f(x) = e^x \cos x$ , 则  $f'(0)$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ . 若  $f(x)$  为奇函数, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 85 分)

16. 计算下列各式: (14 分)

(1) 计算  $(C_{10}^2 + C_7^3) \div A_5^2$ ; (7 分)

(2) 已知函数  $y = e^x \sin x$ , 计算:  $y'$ . (7 分)

17. 把 6 本不同的书, 全部分给甲, 乙, 丙三人, 在下列不同情形下, 各有多少种分法? (用数字作答). (14 分)

(I) 每人 2 本; (4 分)

(II) 有 1 人 4 本, 其余两人各 1 本; (5 分)

(III) 每人至少 1 本. (5 分)

18. 已知函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ . (14分)

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程; (6分)

(3) 求  $f(x)$  的单调区间. (8分)

19. 设函数  $f(x) = be^x + ax$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y = (e-a)x$ , (14分)

(1) 求  $b$  的值; (6分)

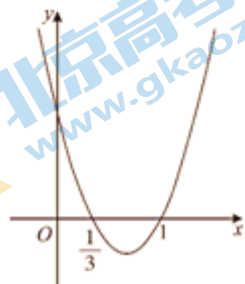
(2) 求  $f(x)$  的单调区间. (8分)

20. 已知函数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + x + c$ , 其导函数  $y = f'(x)$  的图象如图所示, 过点

$(\frac{1}{3}, 0)$  和  $(1, 0)$ , (14分)

(I) 由图写出函数  $f(x)$  的单调递减区间和极大值点, 并求实数  $a, b$  的值; (6分)

(II) 若  $f(x)$  恰有两个零点, 求  $c$  的值. (8分)



21. 已知函数  $f(x) = e^x - ax^2 (a \in \mathbb{R})$ . (14分)

(1) 若曲线  $y = f(x)$  在  $(1, f(1))$  处的切线与  $x$  轴平行, 求  $a$ ; (6分)

(2) 已知存在  $x \in (0, 1]$  使得  $f(x) \geq 2$  有解, 求  $a$  的取值范围. (8分)

## 期中考试答案

### 一、单选题

1. (2017 北京高二期中(理)) 复数  $z = -2 + i$  所对应的点在复平面的 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

【答案】B, 【解析】复数  $z = -2 + i$  所对应的点  $(-2, 1)$  在复平面的第二象限.

2. (2020 北京 101 中学高三月考(理)) 设  $i$  为虚数单位, 则复数  $z = \frac{2i}{1-i}$  所对应的点

位于 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

【答案】B, 解: 复数  $z = \frac{2i}{1-i} = \frac{(2i)(1+i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2+2i}{2} = -1+i$ , 在复平面内的对应

点为  $(-1, 1)$ , 故选 B.

3. (2019 北京临川学校高三月考(理)) 七人并排站成一行, 如果甲乙两个必须不相邻, 那么不同的排法种数是 ( )

- A. 3600 种      B. 1440 种      C. 4820 种      D. 4800 种

【答案】A, 【解析】第一步, 先将除甲乙外的其他 5 人全排列,  $A_5^5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

种; 第二步, 将甲乙 2 人插入 6 个空中,  $A_6^2 = 6 \times 5 = 30$  种, 则不同的排法种数是

$A_5^5 \cdot A_6^2 = 120 \times 30 = 3600$  种, 故选: A,

4. (2019 北京师大附中高二期末) 已知  $a \in R$ ,  $i$  为虚数单位, 若  $(1-i)(a+i)$  为纯虚数, 则  $a$  的值为 ( )

- A. 2      B. 1      C. -2      D. -1

【答案】D, 【解析】由题知  $(1-i)(a+i) = (a+1) + (1-a)i$  为纯虚数, 实部为 0. 故

$a+1=0, \therefore a=-1$ . 故本题选 D.

5. (2017 北京高二期末(理)) 一名老师和四名学生站成一排照相, 学生请老师站在正中间, 则不同的站法为

- A. 4 种      B. 12 种      C. 24 种      D. 120 种

【答案】C, 【解析】一名老师和四名学生站成一排照相, 老师站在正中间, 则不同的

站法为  $A_4^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  种, 选 C.

6. (2018 北京高三期中(理)) 若复数  $z = \frac{2}{1-i}$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $\bar{z} =$

- A.  $1+i$                       B.  $1-i$                       C.  $-1+i$                       D.  $-1-i$

【答案】B, 【解析】试题分析:  $z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+i, \therefore \bar{z} = 1-i$ , 选 B.

【考点】复数的运算, 复数的概念

7. (2019 北京高二期末) 在 100 件产品中, 有 3 件是次品, 现从中任意抽取 5 件, 其中至少有 2 件次品的取法种数为 ( )

- A.  $C_3^2 C_{97}^3$                       B.  $C_3^2 C_{97}^3 + C_3^3 C_{97}^2$                       C.  $C_{100}^5 - C_3^1 C_{97}^4$                       D.  $C_{100}^5 - C_{97}^5$

【答案】B, 【解析】试题分析: 恰好有 2 件次品时, 取法为  $C_3^2 \cdot C_{97}^3$ , 恰好有 3 件次品时, 取法为  $C_3^3 \cdot C_{97}^2$ , 所以总数为  $C_3^2 \cdot C_{97}^3 + C_3^3 \cdot C_{97}^2$ . 考点: 排列组合.

8. (2007 北京高考真题(理)) 记者要为 5 名志愿者和他们帮助的 2 位老人拍照, 要求排成一排, 2 位老人相邻但不排在两端, 不同的排法共有 ( )

- A. 1440 种                      B. 960 种                      C. 720 种                      D. 480 种

【答案】B, 【解析】5 名志愿者先排成一排, 有  $A_5^5$  种方法, 2 位老人作一组插入其中, 且两位老人有左右顺序, 共有  $2 \cdot 4 \cdot A_5^5 = 960$  种不同的排法, 选 B.

9. (2019 北京高二期末) 某校有 6 名志愿者, 在放假的第一天去北京世园会的中国馆服务, 任务是组织游客参加“祝福祖国征集留言”、“欢乐世园共绘展板”、“传递祝福发放彩绳”三项活动, 其中 1 人负责“征集留言”, 2 人负责“共绘展板”, 3 人负责“发放彩绳”, 则不同的分配方案共有 ( )

- A. 30 种                      B. 60 种                      C. 120 种                      D. 180 种

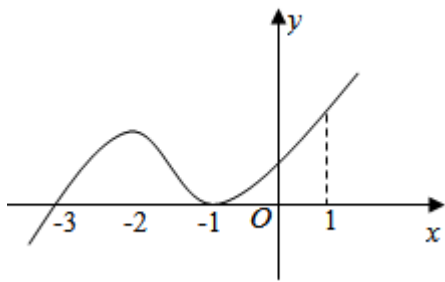
【答案】B, 【解析】从 6 人中选 1 人负责“征集留言”, 从剩下的人中选 2 人负责“共绘展板”, 再从剩下的人中选 3 人负责“发放彩绳”, 则不同的分配方案共有  $C_6^1 C_5^2 C_3^3 = 60$  种  
故选: B;

10. (2017 北京高二期中(理)) 如图是函数  $y = f(x)$  的导函数  $y = f'(x)$  的图象, 给出下列命题:

- ①  $-3$  是函数  $y = f(x)$  的极值点;
- ②  $-1$  是函数  $y = f(x)$  的最小值点;
- ③  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处切线的斜率小于零;



④  $y = f(x)$  在区间  $(-3, 1)$  上单调递增. 则正确命题的序号是 ( )



A. ①②

B. ②③

C. ①④

D. ③④

**【答案】**C. **【解析】**分析: 根据导数的几何意义, 与函数的单调性, 极值点的关系, 结合图象即可作出判断. 详解: 根据  $f'(x) > 0, f'(x) < 0$ , 可以确定函数的增区间、减区间, 切线的斜率的正负, 由导函数  $y = f'(x)$  的图象, 可得函数  $f(x)$  在  $(-\infty, -3)$  单调递减, 在  $(-3, +\infty)$  单调递增, 其中  $x = -3$  的左边负右边正, 所以  $x = -3$  为函数的一个极小值点, 且  $(-3, 1)$  上函数单调递增, 所以①④是正确的; 其中  $x = 1$  的左右两侧都是正数, 所以  $x = 1$  不是函数的极值点, 所以②是错误的; 由  $f(1) > 0$  可得函数在  $x = 0$  处的切线的斜率大于零, 所以③错误的, 故选 C.

## 二、填空题

11. (2019 北京高二期末) 用 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的三位数, 其中奇数的个数为\_\_\_\_\_.

**【答案】** 48, **【解析】** 由题, 百位不能为 0, 且个位为奇数. 当百位为 1, 3, 5 其中一个时, 奇数的个数为  $3 \times 2 \times 4 = 24$  个., 当百位为 2, 4 其中一个时, 奇数的个数为  $2 \times 3 \times 4 = 24$ . 故共有  $24 + 24 = 48$  个奇数., 故答案为: 48.

12. (2020 北京高三期末) 复数  $z = \frac{1}{1+i}$  对应的点在第\_\_\_\_\_象限, 复数  $z$  的实部是\_\_\_\_\_.

**【答案】** 四  $\frac{1}{2}$

**【解析】** 因为  $z = \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ , 故其对应的点为  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$  位于第四象

限, 其实部为  $\frac{1}{2}$ . 故答案为: 四;  $\frac{1}{2}$ .

13. (2019 北京市八一中学高二月考) 已知函数  $y = \frac{1}{3}x^3 + a^2x^2 + ax + 3$  在  $x = -1$  处取

得极值, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $-\frac{1}{2}$

【解析】解: 根据题意求导, 得  $y' = x^2 + 2a^2x + a$ , 因为在  $x = -1$  处取得极值, 所以

$y' = 0$ , 即  $1 - 2a^2 + a = 0$ , 所以  $a = 1$  或  $a = -\frac{1}{2}$ . 经检验,  $a = -\frac{1}{2}$  符合题意.; 故答案

为:  $-\frac{1}{2}$ .

14. (2019 北京市八一中学高二月考) 已知  $f(x) = e^x \cos x$ , 则  $f'(0)$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】 1; 【解析】因为  $f'(x) = e^x(\cos x - \sin x)$ , 所以  $f'(0) = 1$ .

15. (2019 北京四中高三期中(文)) 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ . 若  $f(x)$  为

奇函数, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

【答案】  $y = x$ , 因为函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$  是奇函数, 所以  $f(-x) = -f(x)$ ,

从而得到  $a-1=0$ , 即, 所以  $f(x) = x^3 + x$ , 所以  $f(0) = 0$ , 所以切点坐标是  $(0, 0)$ ,

因为  $f'(x) = 3x^2 + 1$ , 所以  $f'(0) = 1$ , 所以曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为

$y = x$ , 故答案是  $y = x$ .

### 三、解答题(本大题共 6 小题, 共 15+14+14+14+14+14=85 分)

16. 计算下列各式:

(1) 计算  $(C_{10}^2 + C_7^3) \div A_5^2$ ;

(2) 已知函数  $y = e^x \sin x$ , 计算:  $y'$ ;

解: (1)  $(A_{10}^2 + C_7^3) \div A_5^2 = [(\frac{10 \times 9}{2 \times 1} + \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}) \div (5 \times 4)] = (45 + 35) \div 20 = 80 \div 20 = 4$ ;

(2)  $f(x) = (e^x)' \cdot \sin x + e^x \cdot (\sin x)' = e^x \cdot \sin x + e^x \cdot \cos x$ ;



17. 把 6 本不同的书, 全部分给甲, 乙, 丙三人, 在下列不同情形下, 各有多少种分法? (用数字作答).

(I) 每人 2 本; (5 分)

(II) 有 1 人分 4 本, 其余两人各 1 本; (5 分)

(III) 每人至少 1 本. (5 分)

解: (1)  $\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{A_3^3} \cdot A_3^3 = C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$

(2)  $\frac{C_6^4 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1}{A_2^2} \cdot A_3^3 = C_6^4 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 \times 3 = 90;$

(3)  $C_6^4 \cdot A_3^1 \cdot \frac{C_2^1 \cdot C_1^1}{A_2^2} \cdot A_2^2 + C_6^1 \cdot C_5^2 \cdot C_4^3 \cdot A_3^3 + \frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{A_3^3} \cdot A_3^3 = 540$

或  $\frac{C_6^4 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1}{A_2^2} \cdot A_3^3 + C_6^1 \cdot C_5^2 \cdot C_4^3 \cdot A_3^3 + \frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{A_3^3} \cdot A_3^3 = 540$

18. 已知函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ .

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(3) 求  $f(x)$  的单调区间.

【来源】北京市北京交通大学附属中学 2019—2020 学年度高二第二学期 4 月月考

【答案】(1)  $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ ; (2)  $y = -12x + 3$ ; (3) 单调递增区间是  $(-\infty, -1)$ ,

$(3, +\infty)$ , 单调递减区间是  $(-1, 3)$ .

【详解】

(1)  $\because f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2, \therefore f'(x) = 3x^2 - 6x - 9;$

(2) 由 (1) 可得  $f(1) = -9, f'(1) = -12$ , 切点坐标为  $(1, -9)$ ,

因此, 曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y + 9 = -12(x - 1)$ , 即

$y = -12x + 3;$

(3) 解不等式  $f'(x) > 0$ , 即  $3x^2 - 6x - 9 > 0$ , 即  $x^2 - 2x - 3 > 0$ , 解得  $x < -1$  或  $x > 3$ ;

解不等式  $f'(x) < 0$ , 得  $3x^2 - 6x - 9 < 0$ , 即  $x^2 - 2x - 3 < 0$ , 解得  $-1 < x < 3$ .

因此, 函数  $y = f(x)$  的单调递增区间为  $(-\infty, -1)$  和  $(3, +\infty)$ , 单调递减区间为  $(-1, 3)$ .

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](#), 获取更多试题资料及排名分析信息。

19. 设函数  $f(x) = be^x - ax$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为

$$y = (e - a)x, \quad (14 \text{ 分})$$

(1) 求  $b$  的值; (6 分)

(2) 求  $f(x)$  的单调区间. (8 分)

【来源】《2018 届优生百日闯关系列》【江苏版】专题二 第四关 以极值为背景的解答题

【答案】(1)  $b = 1$ ; (2)  $f(x)$  的单调递增区间为  $(-\infty, +\infty)$ .

【解析】(1) 因为  $f(x) = be^x - ax$ , 所以  $f'(x) = be^x - a$ .


依题设,  $\begin{cases} f(1) = be - a, \\ f'(1) = be - a, \end{cases}$  即,  $l_{\text{切}}: y - (be - a) = (be - a)(x - 1)$ , 即  $l_{\text{切}}: y = (be - a)x$ ,

解得  $b = 1$ .

(II) 由 (I) 知  $f(x) = e^x - ax$ , 定义域为  $x \in \mathbb{R}$ ;  $\therefore f'(x) = e^x - a$ , 又  $\because e^x > 0$ ,

$\therefore$  当  $a \leq 0$  时,  $\therefore f'(x) = e^x + a > 0$  在  $(-\infty, +\infty)$  上恒成立;

$\therefore f(x)$  的单调递增区间为  $(-\infty, +\infty)$ ;

$\therefore$  当  $a > 0$  时, 令  $f'(x) = e^x - a = 0$  得  $x = \ln a$ , 

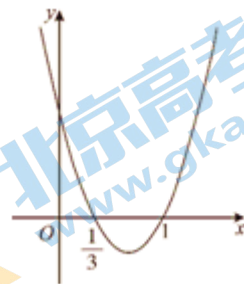
当  $x$  变化时,  $f'(x)$ 、 $f(x)$  变化情况为:

$x$	$(-\infty, \ln a)$	$\ln a$	$(\ln a, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	减	极小值	增

$\therefore f(x)$  的单调递减区间为  $(-\infty, \ln a)$ ; 单调递增区间为  $(\ln a, +\infty)$ .

20. 已知函数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + x + c$ ，其导函数  $y = f'(x)$  的图象如图所示，过点

$(\frac{1}{3}, 0)$  和  $(1, 0)$



(I) 由图写出函数  $f(x)$  的单调递减区间和极大值点，并求实数  $a, b$  的值；

(II) 若  $f(x)$  恰有两个零点，求  $c$  的值。

**【来源】**【区级联考】北京市海淀区 2018-2019 学年高二年级第二学期期中考试数学试题

**【答案】**(I) 函数  $f(x)$  的单调递减区间为  $(\frac{1}{3}, 1)$ ，极大值点为  $x = \frac{1}{3}$ ；  $a = 1, b = -2$ ；

(II)  $c = -\frac{4}{27}$  或  $0$

**【解析】**(I) 由导函数  $y = f'(x)$  的图象可得： $x < \frac{1}{3}$  时， $f'(x) > 0$ ，此时函数  $f(x)$  单调递增； $\frac{1}{3} < x < 1$  时， $f'(x) < 0$ ，此时函数  $f(x)$  单调递减； $x > 1$  时， $f'(x) > 0$ ，

此时函数  $f(x)$  单调递增， $\therefore$  函数  $f(x)$  的单调递减区间为  $(\frac{1}{3}, 1)$ ，极大值点为  $x = \frac{1}{3}$

本题正确结果： $(\frac{1}{3}, 1)$ ， $x = \frac{1}{3}$ ； $\because f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 1$

由题意知： $\begin{cases} f'(\frac{1}{3}) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases}$ ，即  $\begin{cases} 3a \cdot (\frac{1}{3})^2 + 2b \cdot \frac{1}{3} + 1 = 0 \\ 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + 1 = 0 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$

(II) 由 (I) 可得： $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + c$ ，由 (I) 可得： $x = \frac{1}{3}$  为极大值点，

$x = 1$  为极小值点， $\because f(x)$  恰有两个零点， $\therefore f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{27} - 2 \times \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + c = 0$  或

$f(1) = 1 - 2 + 1 + c = 0$ ， $\therefore c = -\frac{4}{27}$  或  $0$

21. 已知函数  $f(x) = e^x - ax^2 (a \in R)$ .

(1) 若曲线  $y = f(x)$  在  $(1, f(1))$  处的切线与  $x$  轴平行, 求  $a$ ;

(2) 已知存在  $x \in [0, 1]$  使得  $f(x) \geq 2$  有解, 求  $a$  的取值范围.

【来源】2020 届北京市朝阳区六校高三四月联考数学 (B 卷) 试题

【答案】(1)  $a = \frac{e}{2}$ ; (2)  $(-\infty, e-2]$ ; 【解析】

【详解】

(1) 因为  $f(x) = e^x - ax^2 (a \in R)$ , 故  $f'(x) = e^x - 2ax$ . 依题意  $f'(1) = e - 2a = 0$ , 即  $a = \frac{e}{2}$ . 当  $a = \frac{e}{2}$  时,  $f(1) = \frac{e}{2} \neq 0$ , 此时切线不与  $x$  轴重合, 符合题意, 因此  $a = \frac{e}{2}$ .

(2) 当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x)$  最大值不小于 2  $\Leftrightarrow f(x) = e^x - ax^2 \geq 2$  在  $x \in [0, 1]$  上有解,

显然  $x=0$  不是解, 即  $a \leq \frac{e^x - 2}{x^2}$  在  $x \in (0, 1]$  上有解, 设  $g(x) = \frac{e^x - 2}{x^2}, x \in (0, 1]$ ,

则  $g'(x) = \frac{xe^x - 2e^x + 4}{x^3}$ . 设  $h(x) = xe^x - 2e^x + 4, x \in (0, 1]$ ,

则  $h'(x) = e^x(x-1) \leq 0$ . 所以  $h(x)$  在  $(0, 1]$  单调递减,  $h(x) \geq h(1) = 4 - e > 0$ ,

所以  $g'(x) > 0$ , 所以  $g(x)$  在  $(0, 1]$  单调递增, 所以  $g(x)_{\max} = g(1) = e - 2$ .

依题意需  $a \leq e - 2$ , 所以  $a$  的取值范围为  $(-\infty, e - 2]$ .

# 关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。  
北京高考在线官方网站：[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)  
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。