

数 学

一、选择题。（每小题 5 分，共 8 道题，总分 40 分）

1. 不等式 $x^2 > 2x$ 的解集为 ()

- A. $\{x|x > 2\}$ B. $\{x|x < 0\}$ C. $\{x|0 < x < 2\}$ D. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 8$ ， $a_5 = 0$ 那么 s_4 等于 ()

- A. 44 B. 40 C. 20 D. -12

3. 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ ，则下列结论不正确的是 ()

- A. $a^2 < b^2$ B. $ab < b^2$ C. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ D. $|a| + |b| > |a + b|$.

4. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_4 = 8$ ， $q = -2$ ，则 a_7 的值为 ()

- A. -64 B. 64 C. -48 D. 48

5. 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上的一点， F_1, F_2 是椭圆的两个焦点，则 $|PF_1| + |PF_2|$ 等于 ()

- A. 10 B. 8 C. 5 D. 4

6. 若椭圆 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦距是 2，则 m 的值是 ()

- A. 5 B. 5 或 8 C. 3 或 5 D. 20

7. 若实数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \sqrt{ab}$ ，则 ab 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4

8. 已知数列： $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ ，依它的前 10 项的规律，这个数列的 2010 项 a_{2010} 满足

- A. $0 < a_{2010} < \frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{10} \leq a_{2010} < 1$ C. $1 \leq a_{2010} \leq 10$ D. $a_{2010} > 10$

二、填空题：（每小题 5 分，共 6 题，总分 30 分）

9. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 + a_6 = 2$ 则 $a_4 =$ _____

10. 如果 $x > 0$ ，那么 $4x + \frac{1}{x}$ 的最小值为 _____

11. 已知两个焦点的坐标分别是 $(-4, 0)$ 、 $(4, 0)$ ，椭圆上一点 P 到两焦点距离的和是 10，则该椭圆的标准方程为 _____

12. 设 a, b, c 是任意实数, 能够说明“若 $c < b < a$, 且 $ac < 0$, 则 $ab < ac$ ”, 是假命题的一组整数 a, b, c 的值依次为_____

13. 如果方程 $x^2 + ky^2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 则 k 的取值范围是_____

14. 若存在 $x \in [0, 1]$, 是不等式 $a \leq x^2 - x$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____

三, 解答题: (共6道题, 总分80分)

15. (本小题满分13分)

记 s_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = 2, s_5 = 40$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_3 = a_3, b_4 = a_1 + a_5$, 问: b_7 与数列 $\{a_n\}$ 的第几项相等?

16. (本小题满分13分)

解关于 x 的不等式 $(x - a)(x + 1) < 0$

(1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式的解集;

(2) 当 $a \in R$ 时, 求不等式的解集.

17. (本小题满分13分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n , 若 $a_1 = 2$, 且 $s_n = s_{n-1} + 2n$ ($n \geq 2, n \in N^*$)

(I) 求 s_n ;

(II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 13 分)

已知 $f(x) = 2x^2 + bx + c$, 不等式 $f(x) < 0$ 的解集是 $(0, 3)$

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若对于任意 $x \in [-1, 2]$, 不等式 $f(x) + t \leq 2$ 恒成立, 求 t 的取值范围.

19. (本小题满分 14 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_4 = 81$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

(I) 若 $\{b_n\}$ 为等差数列, 且满足: $b_2 = a_1$, $b_5 = a_2$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_3 a_n$, 求数列 $\left\{ \frac{1}{b_n b_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (本小题满分 14 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0$, $a_n = \begin{cases} 2a_{\frac{n}{2}} + 1, & n \text{ 为偶数} \\ \frac{n+1}{2} + 2a_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$, $n=2, 3, 4$

(I) 求 a_5 , a_6 , a_7 的值;

(II) 设 $b_n = \frac{a_n - 1}{2^n}$, 试求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(III) 对于任意的正整数 n , 是讨论 a_n 与 a_{n+1} 的大小关系