2017 北京师大附中高二（下）期中

数　　学（理）

一、选择题：本大题共 8 道小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将答案填写在答题纸上．

1．复数 $z=-2+i$ 所对应的点在复平面的（　　）．

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．在极坐标系中，圆 $\rho=2\sin\theta$ 的圆心的极坐标是（　　）．

A．$\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$　　B．$\left(1,-\dfrac{\pi}{2}\right)$　　C．$(0,1)$　　D．$(1,0)$

3．定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x+\cos x)dx$ 的值为（　　）．

A．0　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　C．2　　D．4

4．设曲线 $y=ax-\ln(x+1)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为 $y=2x$，则 $a=$（　　）．

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

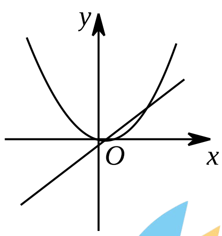
5．若函数 $f(x)$ 在 R 上可导，$f(x)=2xf'(e)+\ln x$，则 $f'(e)=$（　　）．

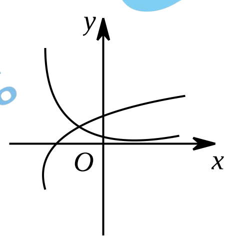
A．1　　B．-1　　C．$-\dfrac{1}{e}$　　D．$-e$

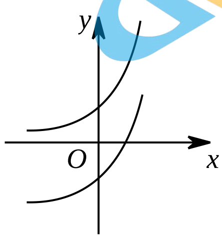
6．若函数 $y=f(x)$ 的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称 $y=f(x)$ 具有 T 性质．下列函数中具有 T 性质的是（　　）．

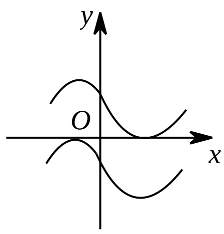
A．$y=\sin x$　　B．$y=\ln x$　　C．$y=e^x$　　D．$y=x^3$

7．设 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，将 $y=f(x)$ 和 $y=f'(x)$ 的图象画在同一个直角坐标系中，不可能正确的是（　　）．

A．


B．


C．


D．


北京高考在线 微信号：bj-gaokao

8．设函数 $f(x)$ 在 R 上的导函数为 $f'(x)$，且 $2f(x)+xf'(x)>x^2$．下面的不等式在 R 上恒成立的是（　　）．

A．$f(x)>0$　　B．$f(x)<0$　　C．$f(x)>x$　　D．$f(x)<x$

二、填空题：本大题共 6 道小题，每小题 5 分，共 30 分，请将答案填写在答题纸上．

9．若 $z=4+3i$，则 $\frac{\bar{z}}{|z|}=$__________．

10．参数方程 $\begin{cases}x=3+4\cos\theta\\ y=-2+4\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），化为普通方程为__________．

11．直线 $y=4x$ 与曲线 $y=x^3$ 在第一象限内围成的封闭图形的面积为__________．

12．函数 $f(x)=\ln x+ax\ (a<0)$ 的单调增区间为__________．

13．已知函数 $f(x)=ax+\frac{b}{x}(b>0)$ 的图象在点 $P(1,f(1))$ 处的切线与直线 $x+2y-1=0$ 垂直，且函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上是单调递增，则 b 的最大值等于__________．

14．对于函数 $f(x)$，若存在区间 $M=[a,b]$，使得 $\{y|y=f(x),x\in M\}=M$，则称函数 $f(x)$ 具有性质 P，给出下列3个函数：

① $f(x)=\sin x$；② $f(x)=x^3-3x$；③ $f(x)=\lg x+3$；

其中具有性质 P 的函数是__________（填入所有满足条件函数的序号）．

三、解答题：本大题共 6 道题，共 80 分．写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．计算题

（1）$\frac{1-2i}{3+4i}$　　（2）设复数 z 满足 $i(z-4)=3+2i$（i 是虚数单位），求 z．

16．在直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立直角坐标系，圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\\ y=-1+2\sqrt{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l 和圆 C 交于 A，B 两点，P 是圆 C 上不同于 A，B 的任意一点．

（1）求圆心的极坐标；

（2）求 $\triangle PAB$ 面积的最大值．

17．已知函数 $f(x)=\left(m+\frac{1}{m}\right)\ln x+\frac{1}{x}-x$，（其中常数 $m>0$）

（1）当 $m=2$ 时，求 $f(x)$ 的极大值；

（2）试讨论 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上的单调性.

18．若函数 $f(x)=ax^3-x^2+bx(a,b\in R)$．当 $x=3$时， $f(x)$ 有极小值 -9．

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）若函数 $g(x)=f'(x)+(6m-8)x+4$， $h(x)=mx$，当 $m>0$ 时，对于任意 x， $g(x)$ 和 $h(x)$ 的值至少有一个是正数，求实数 m 的取值范围.

19．已知函数 $f(x)=e^x-ex-1$，其中 e 为自然对数的底数．函数 $g(x)=(2-e)x$．

（1）求函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 的单调区间；

（2）若函数 $F(x)=\begin{cases} f(x),x\leqslant m, \\ g(x),x>m \end{cases}$ 的值域为 $\mathbf{R}$，求实数 m 的取值范围.

20．已知函数 $f(x)=e^x+ax$，$(a\in R)$，其图象与 x 轴交于 $A(x_1,0)$， $B(x_2,0)$ 两点，且 $x_1<x_2$．

（1）证明： $a<-e$；

（2）证明： $f'\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)<0$；（其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数）.

（3）设点 C 在函数 $f(x)$ 的图象上，且△ABC 为等边三角形，记 $\sqrt{\dfrac{x_2}{x_1}}=t$，求 $(t-1)(a+\sqrt{3})$ 的值.

北京高考在线
微信号：bj-gaokao