2022 北京广渠门中学高三 10 月月考

数　学

2022. 10

本试卷共 2 页，150 分。考试时长 120 分钟。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知全集 $U=\{x|x>0\}$，集合 $A=\{x|x^2-x<0\}$，则 $C_U A=$

（A）$\{x|x>1或x<0\}$　　（B）$\{x|x\geq 1或x\leq 0\}$

（C）$\{x|x>1\}$　　（D）$\{x|x\geq 1\}$

（2）已知 i 为虚数单位，若复数 $z=\dfrac{4-3\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，则复数 z 在复平面内对应的点位于

（A）第一象限　　（B）第二象限　　（C）第三象限　　（D）第四象限

（3）下列函数中，既是奇函数，又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

（A）$y=x-\dfrac{1}{x}+1$　　（B）$y=x+\dfrac{1}{x}$

（C）$y=x|x|$　　（D）$y=|\ln x|$

（4）已知点 D 是 $\triangle ABC$ 所在平面上一点，且满足 $\overrightarrow{BD}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$，则 $\overrightarrow{AD}=$

（A）$\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　（B）$-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

（C）$\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　（D）$\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

（5）等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_6<a_8$，$a_6+a_8=0$，则当数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n 最小时，$n=$

（A）7　　（B）8　　（C）6 或 7　　（D）7 或 8

（6）已知函数 $f(x)=\cos^2 x$，则

（A）$f(x)$ 在 $(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6})$ 上单调递增　　（B）$f(x)$ 在 $(-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{12})$ 上单调递减

（C）$f(x)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{4})$ 上单调递增　　（D）$f(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$ 上单调递减

（7）若 $(x-\dfrac{2}{x})^n$ 的展开式中的第 4 项和第 5 项的二项式系数相等，则展开式中 x 的系数为

（A）280　　（B）-280

（C）560　　　　（D）-560

（8）“角α,β的终边关于直线$y=x$轴对称”是“$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$”的

（A）充分不必要条件　　　　（B）必要不充分条件

（C）充分必要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

（9）在等比数列$\{a_n\}$中,$a_1=-9$,$a_5=-1$,记$T_n=a_1a_3a_5\cdots a_{2n-1}(n=1,2,3,\cdots)$,则数列$\{T_n\}$

（A）无最大项,无最小项　　　　（B）无最大项,有最小项

（C）有最大项,无最小项　　　　（D）有最大项,有最小项

（10）已知的三个顶点A,B,C的坐标分别为$(0,1),(\sqrt{2},0),(0,-2)$，$O$为坐标原点,动点$P$满足$|\overrightarrow{CP}|=1$，

则$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}|$的最小值为

（A）$\sqrt{3}+1$　　　　（B）$\sqrt{11}+1$

（C）$\sqrt{3}-1$　　　　（D）$\sqrt{11}-1$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分。

（11）在等比数列$\{a_n\}$中,$a_3=4$,$a_7=16$,则$a_5=$_________.

（12）已知向量$\boldsymbol{a}=(2,-1)$，$\boldsymbol{b}=(-1,m)$，$\boldsymbol{c}=(-1,2)$，若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$，则$m=$________；若$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为钝角，则$m$的取值范围为_________.

（13）函数$y=\tan x+\dfrac{1}{\tan x}$的定义域为_________,值域为_________.

（14）已知函数$f(x)=\sin x$,若对任意$x\in\mathbf{R}$都有$f(x)+f(x+m)=c$（c为常数）,则常数m的一个取值为_________.

（15）十三世纪意大利数学家列昂纳多·斐波那契从兔子繁殖问题中发现了这样的一列数：1,1,2,3,5,8,13,……,即从第三项开始,每一项都等于它前两项的和.后人为了纪念他,就把这列数成为斐波那契数列.因以兔子繁殖为例子而引入,故又称该数列为“兔子数列”.关于斐波那契数列$\{a_n\}$给出以下四个结论：

①a_{2021}是奇数；

②$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2020}=a_{2021}$

③$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2021}=a_{2022}$

④$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{2021}^2=a_{2021}a_{2022}$

其中所有正确结论的序号为_________.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 14 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d，数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_2=10, S_5=20$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式;

（Ⅱ）求数列$\{a_n+2^{\frac{a_n}{2}}\}$的前$n$项和$T_n$；

（Ⅲ）请直接写出$A_n=|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_n|$的结果.

（17）（本小题 13 分）

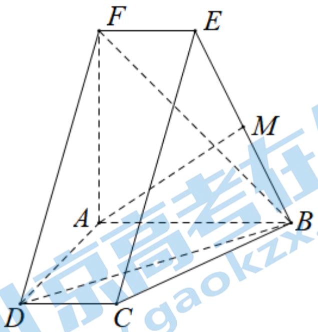
已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别是a,b,c,且$\dfrac{b}{a}=\dfrac{\cos B+1}{\sqrt{3}\sin A}$.

（Ⅰ）求角B;

（Ⅱ）若$a+c=4$,求$\triangle ABC$周长的最小值,并求出此时$\triangle ABC$的面积.

（18）（本小题 15 分）

如图，梯形$ABCD$，梯形$ABEF$所在的平面互相垂直，$AB\,/\!/\,CD$，$AB\,/\!/\,EF$，$CD=EF=1$，$AB=AD=AF=2$，$\angle BAD=\angle BAF=\dfrac{\pi}{2}$，点$M$为棱$BE$的中点.



（Ⅰ）求证：$AF\perp$平面$ABCD$；

（Ⅱ）求平面CDF与平面DFB夹角的余弦值;

（Ⅲ）判断直线AM与平面$DCEF$是否相交, 并说明理由. 如果直线AM与平面$DCEF$相交, 求点A到交点H的距离；如果直线AM与平面$DCEF$不相交, 求直线AM到平面$DCEF$的距离.

（19）（本小题 14 分）

某校为缓解高三学生压力,举办了一场趣味运动会,其中有一个项目为篮球定点投篮,比赛分为初赛和复赛．初赛规则为：每人最多投 3 次,每次投篮的结果相互独立．在A处每投进一球得 3 分,在B处每投进一球得 2 分,否则得 0 分．将学生得分逐次累加并用X表示,如果X的值不低于 3 分就判定为通过初赛,立即停止投篮,否则应继续投篮,直到投完三次为止．现有两种投篮方案：

方案 1：先在A处投一球,以后都在B处投;

方案 2：都在B处投篮;

已知甲同学在A处投篮的命中率为$\dfrac{1}{4}$,在B处投篮的命中率为$\dfrac{4}{5}$.

（Ⅰ）若甲同学选择方案 1,求他初赛结束后所得总分X的分布列和数学期望$E(X)$；

（Ⅱ）你认为甲同学选择哪种方案通过初赛的可能性更大？说明理由.

（20）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{a}-2\ln x(a\in\mathbf{R},a\neq 0)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的极值；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 有两个零点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，且 $a=4$，证明：$x_1+x_2>4$.

（21）（本小题 15 分）

给定整数 $n(n\geq 2)$，数列 A_{2n+1}：$x_1,x_2,\cdots,x_{2n+1}$ 每项均为整数，在 A_{2n+1} 中去掉一项 x_k，并将剩下的数分成个数相同的两组，其中一组数的和与另外一组数的和之差的最大值记为 m_k $(k=1,2,\cdots,2n+1)$. 将 $m_1,m_2,\cdots,m_{2n+1}$ 中的最小值称为数列 A_{2n+1} 的特征值.

（Ⅰ）已知数列 $A_5:1,2,3,3,3$，写出 m_1,m_2,m_3 的值及 A_5 的特征值；

（Ⅱ）若 $x_1\leq x_2\leq\cdots\leq x_{2n+1}$，当 $[i-(n+1)][j-(n+1)]\geq 0$，其中 $i,j\in\{1,2,\cdots,2n+1\}$ 且 $i\neq j$ 时，判断 $|m_i-m_j|$ 与 $|x_i-x_j|$ 的大小关系，并说明理由；

（Ⅲ）已知数列 A_{2n+1} 的特征值为 $n-1$，求 $\sum\limits_{1\leq i<j\leq 2n+1}|x_i-x_j|$ 的最小值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。