大兴区 2022~2023 学年度第一学期高二期中检测

数　　学

2022. 11

考生须知	
考生须知	1. 本试卷共 4 页，共两部分，21 道小题。满分 150 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分（选择题　共 40 分）

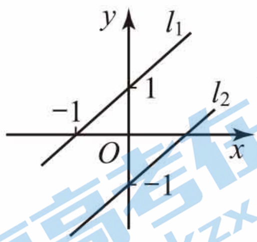
一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）直线 $x=1$ 的倾斜角为

（A）$45°$　　（B）$60°$

（C）$90°$　　（D）$135°$

（2）如图，已知直线 $l_1 /\!/ l_2$，则 l_1 与 l_2 间的距离为



（A）1　　（B）$\sqrt{2}$

（C）2　　（D）$\sqrt{3}$

（3）圆 $x^2+(y+2)^2=1$ 关于 x 轴对称的圆的方程是

（A）$x^2+y^2=1$　　（B）$(x-2)^2+y^2=1$

（C）$x^2+y^2=2$　　（D）$x^2+(y-2)^2=1$

（4）若点 $(a,0)$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 的内部，则实数 a 的取值范围是

（A）$(-1,1)$　　（B）$(-\infty,1)$

（C）$[0,1)$　　（D）$(1,+\infty)$

（5）已知 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个基底，在下列向量中，与向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 一定可以构成空间的另一个基底的是

（A）$\boldsymbol{a}$　　（B）$\boldsymbol{b}$

（C）$\boldsymbol{c}$　　（D）$2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$

（6）已知 $\boldsymbol{u}$ 是直线 l 的方向向量，$\boldsymbol{n}$ 是平面 α 的法向量，则“$l\subset\alpha$”是“$\boldsymbol{u}\perp\boldsymbol{n}$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

(7)已知点 $M_1(-3,0)$ 和点 $M_2(3,0)$，动点 $M(x,y)$ 满足 $|MM_1|=2|MM_2|$，则点 M 的轨迹方程为

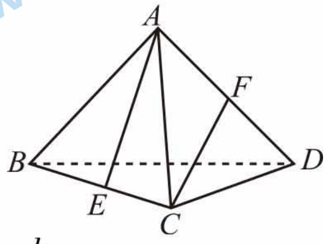
(A) $x^2+y^2+18x+9=0$　　　　(B) $x^2+y^2+6x+9=0$

(C) $x^2+y^2+6x-9=0$　　　　(D) $x^2+y^2-10x+9=0$

(8)如图，四面体 $ABCD$ 的所有棱长都相等，$AF=FD$，$BE=EC$，则 $\cos\langle\overrightarrow{AE},\ \overrightarrow{FC}\rangle=$

(A) $\dfrac{1}{3}$　　　　(B) $\dfrac{2}{3}$

(C) $\dfrac{3}{4}$　　　　(D) $\dfrac{7}{9}$



(9)已知圆 C 经过点 $(-2,0)$，半径为 $\sqrt{3}$，其圆心 C 的坐标为 (a,b)，则 $\dfrac{b}{a}$ 的取值范围是

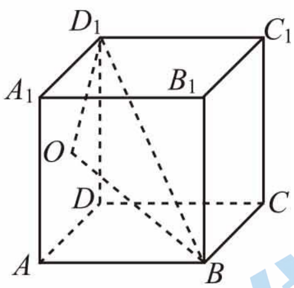
(A) $(-\infty,-\sqrt{3}]$　　　　(B) $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

(C) $[0,\sqrt{3}]$　　　　(D) $(-\infty,-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},+\infty)$

(10)如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，O 为正方形 ADD_1A_1 的中心，若 P 为平面 OD_1B 内的一个动点，则 P 到直线 A_1B_1 的距离的最小值为

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　(B) $\dfrac{1}{2}$

(C) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$　　　　(D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



第二部分(非选择题　共 110 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11)若 $\boldsymbol{a}=(x,\ \dfrac{1}{2},\ 0)$ 是单位向量，则 $x=$________.

(12)圆 $x^2+y^2-2y-3=0$ 的一条对称轴的方程可以是________.

(13)法向量分别是 $\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$，$\boldsymbol{m}=(-2,0,3)$ 的两个平面的位置关系是________.

(14)已知点 $P(a,\ a+2)$ 为动点，O 为原点，以 OP 为直径的圆与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 A,B 两点. ①当 $a=0$ 时，$|AB|=$________；②四边形 $OAPB$ 的面积的最小值是________.

(15)已知直线 l_1: $x-y+1=0$ 和直线 l_2: $kx+(k+1)y+k=0(k\in\mathbf{R})$，给出下列四个结论：

①存在 k，使得 l_2 的倾斜角为 30°；　　②不存在 k，使得 l_1 与 l_2 重合；

③对任意的 k，l_1 与 l_2 都有公共点；　　④对任意的 k，l_1 与 l_2 都不垂直.

其中，所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16)(本小题 14 分)

已知点 $A(-1,1)$ 和点 $B(1,3)$.

(Ⅰ)求线段 AB 的垂直平分线的方程；

(Ⅱ)若圆 C 经过 A,B 两点，且圆心在 x 轴上，求圆 C 的方程.

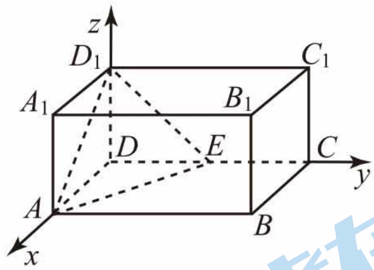
(17)(本小题 14 分)

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$BC=CC_1=1$，E 是 DC 的中点，以 D 为原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.

(Ⅰ)求平面 $A_1B_1C_1D_1$ 与平面 AED_1 夹角的余弦值；

(Ⅱ)求点 B_1 到平面 AED_1 的距离；

(Ⅲ)向量 $\boldsymbol{m}=(-2,1,1)$ 是否与向量 $\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AD_1}$ 共面？

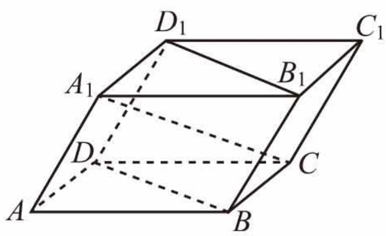


(18)(本小题 14 分)

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=AA_1=1$，$\angle A_1AB=\angle A_1AD=\angle BAD=60°$，设向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(Ⅰ)用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{A_1C}$，并求 $|\overrightarrow{A_1C}|$；

(Ⅱ)证明：直线 $A_1C\perp$ 平面 BDD_1B_1.



(19)(本小题 14 分)

已知圆 C 的方程为 $x^2+y^2-4x-2y+m=0$.

(Ⅰ)求 m 的取值范围;

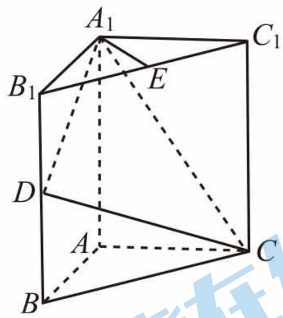
(Ⅱ)若直线 $x-y+1=0$ 与圆 C 交于 A,B 两点,且 $|AB|=2\sqrt{2}$,求 m 的值;

(Ⅲ)在(Ⅱ)的条件下,过点 $P(4,4)$ 作圆 C 的切线 l,求切线 l 的方程.

(20)(本小题 14 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AA_1\perp$ 平面 ABC,$AB=AC=1$,$BC=\sqrt{2}$,$CC_1=2$.

D,E 分别是 B_1B, B_1C_1 的中点.



(Ⅰ)求直线 A_1E 与平面 A_1DC 所成角的大小;

(Ⅱ)设 P 为 B_1C 与 C_1B 的交点,在线段 A_1E 上是否存在点 Q,使得 $PQ//$平面 A_1DC? 若存在,求 $\dfrac{A_1Q}{A_1E}$ 的值;若不存在,说明理由.

(21)(本小题 15 分)

已知 M,N 是圆 O: $x^2+y^2=16$ 上两个不同的动点,Q 是线段 MN 的中点,点 $P(2,0)$满足 $\angle MPN=90°$.

(Ⅰ)当 M 的坐标为$(4,0)$时,求 N 的坐标;

(Ⅱ)求点 Q 的轨迹方程;

(Ⅲ)求 $|MN|$ 的最小值与最大值.

大兴区 2022~2023 学年度第一学期期中检测

高二数学评分标准

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	D	A	C	A	D	B	B	A

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 30 分）

（11）$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$　　（12）$x-y+1=0$　（答案不唯一）

（13）相交　　（14）$\sqrt{3}$ ；1　　（15）①③④

注：第（14）题第一个空 3 分，第二空 2 分；

第（12）题答案不唯一，若结果没有写成一般式且正确不扣分；

第（15）题只写 1 个且正确给 3 分，只写 2 个且正确给 4 分。

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（共 14 分）

解：（Ⅰ）由点 $A(-1,1)$，$B(1,3)$ 知，

线段 AB 的中点的坐标为 $(0,2)$，……2 分

直线 AB 的斜率为

$k=\frac{3-1}{1-(-1)}$　……1 分（注：此公式不写不扣分）

$=1$．……1 分

设线段 AB 的垂直平分线的斜率为 k'，

因为 $k\cdot k'=-1$，……1 分（注：此公式不写不扣分）

所以 $k'=-1$．……1 分

故线段 AB 垂直平分线的方程为 $x+y-2=0$．…1 分

（注：写成其他形式且正确不扣分）

（Ⅱ）由圆 C 经过 A，B 两点，且圆心在 x 轴上知，

线段 AB 的垂直平分线与 x 轴的交点为圆 C 的圆心．……1 分

由（Ⅰ）知线段 AB 的垂直平分线的方程为 $x+y-2=0$，

所以圆心的坐标为 $(2,0)$．……2 分

由题意知半径 $r=\sqrt{(2-1)^2+(0-3)^2}$ ……1 分

$r=\sqrt{10}$．……1 分

所以圆 C 的方程为 $(x-2)^2+y^2=10$．……2 分

（注：圆的方程写成其它形式且正确不扣分）

(17)（共 14 分）

解：（Ⅰ） 由题意知，$D(0,0,0)$，$D_1(0,0,1)$，$A(1,0,0)$，$E(0,1,0)$，$B_1(1,2,1)$

所以 $\overrightarrow{DD_1}=(0,0,1)$，$\overrightarrow{AE}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{AD_1}=(-1,0,1)$.

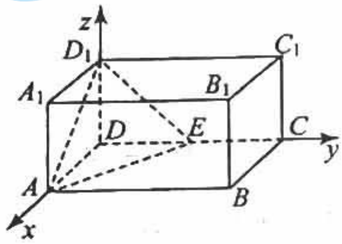
因为在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

$DD_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，……1 分

所以平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的一个法向量为 $\overrightarrow{DD_1}=(0,0,1)$. ……1 分

设平面 AED_1 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AD_1}=0,\end{cases}$$ ……1 分



所以 $\begin{cases}-x+y=0,\\ -x+z=0,\end{cases}$

所以 $\begin{cases}y=x,\\ z=x.\end{cases}$

令 $x=1$，则 $y=1,z=1$.

所以 $\boldsymbol{n}=(1,1,1)$ 是平面 AED_1 的一个法向量. ……1 分

设平面 $A_1B_1C_1D_1$ 与平面 AED_1 的夹角为 θ，则

$\cos\theta=|\cos<\overrightarrow{DD_1},\boldsymbol{n}>|$

$=\left|\dfrac{\overrightarrow{DD_1}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{DD_1}|\cdot|\boldsymbol{n}|}\right|$ ……1 分

$=\left|\dfrac{0\times1+0\times1+1\times1}{1\times\sqrt{1+1+1}}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

即平面 $A_1B_1C_1D_1$ 与平面 AED_1 夹角余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. …1 分

（注：结论有所体现即可）

（Ⅱ）因为 $\overrightarrow{AB_1}=(0,2,1)$，……2 分

所以 B_1 到平面 AED_1 的距离为 $\dfrac{|\overrightarrow{AB_1}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}$ ……1 分

$=\dfrac{|0\times1+2\times1+1\times1|}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{3}$. ……1 分

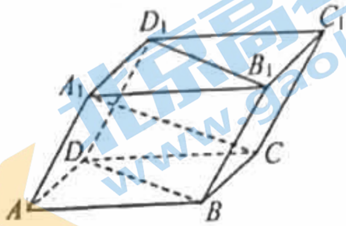
（Ⅲ）由（Ⅰ）已知 $\overrightarrow{AE}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{AD_1}=(-1,0,1)$，

因为 $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD_1}=(-1,1,0)+(-1,0,1)=(-2,1,1)=\boldsymbol{m}$，……2 分

所以 $\boldsymbol{m}=(-2,1,1)$ 与向量 $\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AD_1}$ 共面. ……2 分

（18）（共 14 分）

解：（Ⅰ） 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，



$\overrightarrow{A_1C}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$． ……3 分

$|\overrightarrow{A_1C}|^2=(\overrightarrow{A_1C})^2$ ……1 分

$=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})^2$

$=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{c}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$ ……1 分

$=1+1+1-2\times1\times1\times\dfrac{1}{2}$ ……1 分

$=2$． ……1 分

所以 $|\overrightarrow{A_1C}|=\sqrt{2}$． ……1 分

（Ⅱ）在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

$\overrightarrow{DB}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$． ……1 分

因为 $\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{DB}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

$=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

$=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b}$

$=1^2-1^2-1\times1\times\dfrac{1}{2}+1\times1\times\dfrac{1}{2}$

$=0$． ……1 分

所以 $\overrightarrow{A_1C}\perp\overrightarrow{DB}$．

即 $A_1C\perp DB$． ……1 分

在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{BB_1}=\boldsymbol{c}$

因为 $\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{BB_1}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}-\boldsymbol{c}^2$

$=1\times1\times\dfrac{1}{2}+1\times1\times\dfrac{1}{2}-1^2$

$=1-1=0$． ……1 分

所以 $\overrightarrow{A_1C}\perp\overrightarrow{BB_1}$．

即 $A_1C\perp BB_1$． ……1 分

因为在平面 BDD_1B_1 中，$DB\cap BB_1=B$，

所以 $A_1C\perp$ 平面 BDD_1B_1． ……1 分

(19)（共 14 分）

解：（Ⅰ）由题意知，圆 C 的标准方程为

$(x-2)^2+(y-1)^2=5-m$．

所以圆心 $C(2,1)$，半径 $\sqrt{5-m}$．

所以需满足 $5-m>0$，……2 分

即 $m<5$．　……1 分

（Ⅱ）因为圆心 $C(2,1)$，……1 分

所以圆心到直线 $x-y+1=0$ 的距离 $d=\dfrac{|2-1+1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$．……2 分

由题意知，$\dfrac{1}{2}|AB|=\sqrt{r^2-d^2}$，……1 分

所以 $\sqrt{2}=\sqrt{5-m-2}$．

解得 $m=1$．……1 分

（Ⅲ）当 $m=1$ 时，圆 C 半径为 2．

当切线 l 的斜率不存在时，切线 l 的方程为 $x=4$．……2 分

当切线 l 的斜率存在时，设切线 l 的方程为 $y-4=k(x-4)$，……1 分

即 $kx-y+4-4k=0$．

由题意知，$2=\dfrac{|2k-1+4-4k|}{\sqrt{1+k^2}}$．……1 分

解得 $k=\dfrac{5}{12}$．……1 分

此时切线 l 的方程为 $5x-12y+28=0$．……1 分

综上，切线 l 的方程为 $x=4$ 或 $5x-12y+28=0$．

(20)（共 14 分）

解：（Ⅰ）在 ΔABC 中，因为 $AB^2+AC^2=1+1=2=(\sqrt{2})^2=BC^2$

所以 $AB\perp AC$．……1 分

因为在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 ABC，

所以 $AA_1\perp AB$，$AA_1\perp AC$．

故 AB，AC，AA_1 两两垂直．

以 A 为原点，AB，AC，AA_1 所在直线为 x 轴、y 轴、z 轴，

建立如图所示的空间直角坐标系，……1 分

则 $A_1(0,0,2)$，$E(\frac{1}{2},\frac{1}{2},2)$，$D(1,0,1)$，$C(0,1,0)$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。