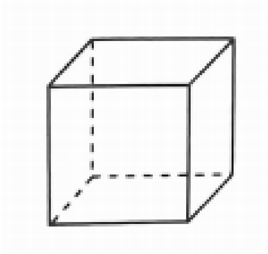
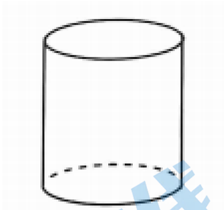
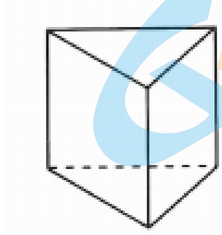
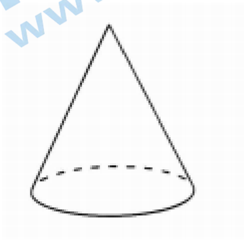
2023 北京门头沟初三一模

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

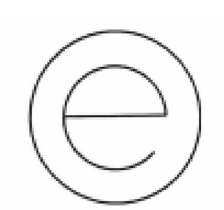
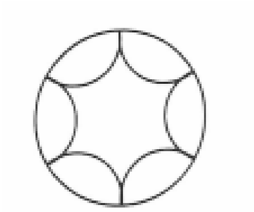
1．如图，下列水平放置的几何体中，其侧面展开图是扇形的是（　）

A.  B.  C.  D. 

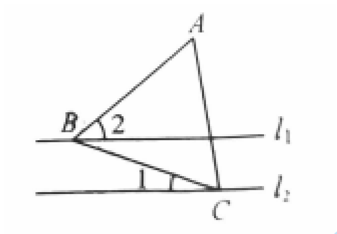
2．据初步统计，截至 2023 年 1 月 21 日，《2023 年春节联欢晚会》推出的竖屏看春晚累计观看规模约达 179000000 人，将数字 179000000 用科学记数法表示为（　）

A．179×10^6　　B．17.9×10^7　　C．1.79×10^8　　D．0.179×10^9

3．下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　）

A.  B.  C.  D. 

4．如图，$l_1 \parallel l_2$，等边$\triangle ABC$ 的顶点 B，C 分别在 l_1，l_2 上，当 $\angle1=20^\circ$时，$\angle2$ 的大小为（　）

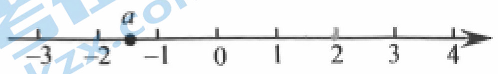


A．35°　　B．40°　　C．45°　　D．50°

5．方程 $\frac{2}{x+3}+\frac{1}{x}=0$ 的解为（　）

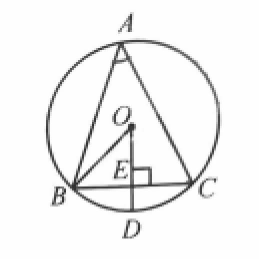
A．$x=-1$　　B．$x=1$　　C．$x=-3$　　D．$x=-\frac{1}{3}$

6．实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，实数 b 满足条件 $a+b>0$，下列结论中正确的是（　）



A．$b<1$　　B．$b>|a|$　　C．$ab>0$　　D．$a-b>0$

7．如图，$\odot O$ 的半径为 2，$\triangle ABC$ 是$\odot O$ 的内接三角形，半径 $OD\perp BC$ 于 E，当$\angle BAC=45^\circ$时，BE 的长是（　）



A．$\sqrt{2}$　　　　B．$2\sqrt{2}$　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．$2\sqrt{3}$

8．如图 1，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 E 是 AB 上一动点（点 E 与点 A，B 不重合），点 F 在 BC 延长线上，$AE=CF$，以 BE，BF 为边作矩形 $BEGF$．设 AE 的长为 x，矩形 $BEGF$ 的面积为 y，则 y 与 x 满足的函数关系的图象是（　）

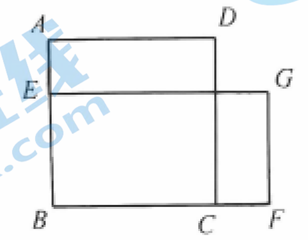
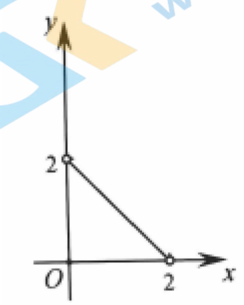
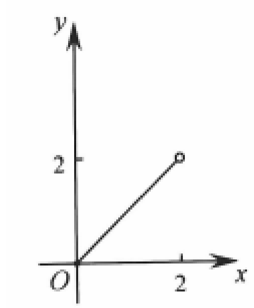
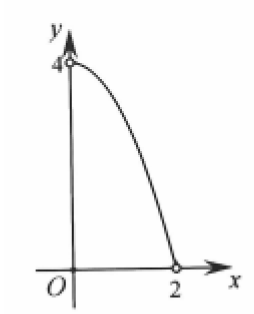
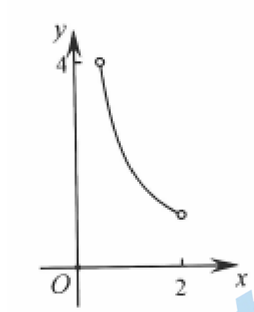


图 1

A．
B．
C．
D．

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．如果 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，那么实数 x 的取值范围是______．

10．分解因式：$3x^2-6xy+3y^2=$______．

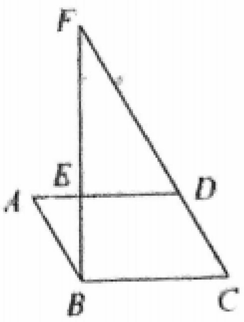
11．如果一个多边形的内角和等于外角和，那么这个多边形的边数是______．

12．在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 $P(3,n)$，且在各自象限内，y 的值随 x 值的增大而减小，写出一个符合题意的 n 的值______．

13．如果关于 x 的方程 x+4x+2m=0 有两个不相等的实数根，那么 m 的取值范围是______．

14．在一个不透明的盒子中装有四张形状、大小、质地均相同的卡片，上面分别标有数字 1，2，3，4．从中随机同时抽取两张卡片，那么抽取的两张卡片上的数字之和等于 5 的概率是______．

15．如图，在 ▱$ABCD$ 中，$BE\perp AD$ 于 E，且交 CD 的延长线于 F，当 $\angle A=60°$，$AB=2$，$\dfrac{BE}{EF}=\dfrac{1}{2}$ 时，ED 的长是______．



16．某校计划租用甲，乙，丙三种型号客车送师生去综合实践基地开展活动．每种型号客车的载客量及租金如下表所示：

客车型号	甲	乙	丙
每辆客车载客量/人	20	30	40
每辆客车的租金/元	500	600	900

其中租用甲型客车有优惠活动：租用三辆或三辆以上每辆客车的租金打 8 折．现有 280 名师生需要前往综合实践基地，要求每种型号的客车至少租 1 辆，且每辆车都坐满．

（1）如果甲，乙，丙三种型号客车的租用数量分别是 2，4，3，那么租车的总费用为______元；

（2）如果租车的总费用最低，那么甲，乙，丙三种型号客车的租用数量可以分别是______．

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

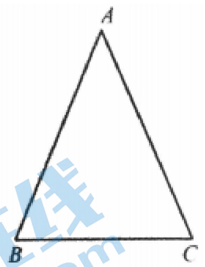
17．计算：$\sqrt{8}+|-2|-4\cos 45°+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$．

18．解不等式组：$\begin{cases}4x-2<2(x+1),\\ \dfrac{5x+2}{3}>x.\end{cases}$

19．已知 $m^2-m-1=0$，求代数式 $(2m+1)(2m-1)+(m-2)^2-m^2$ 的值．

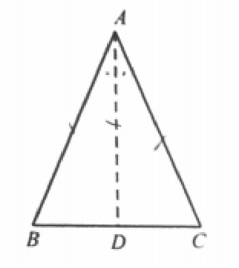
20．下面是证明等腰三角形性质定理的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明．

等腰三角形性质定理的文字表述：等腰三角形的两个底角相等．已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，求证：$\angle B=\angle C$．



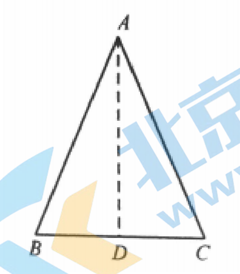
方法一

证明：如图，作 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D.

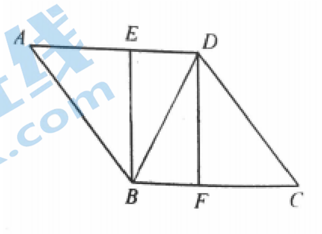


方法二

证明：如图，取 BC 中点 D，连接 AD.



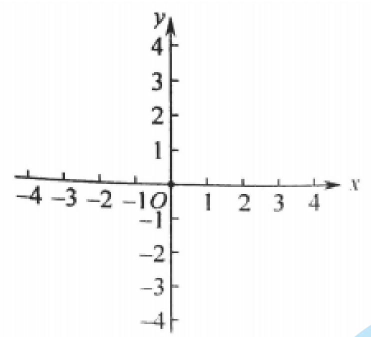
21．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$BE \perp AD$ 于 E，$DF \perp BC$ 于 F.



（1）求证：四边形 $BEDF$ 是矩形；

（2）连接 BD，如果 $\tan\angle BDE = 2$，$BF = 1$，求 AB 的长.

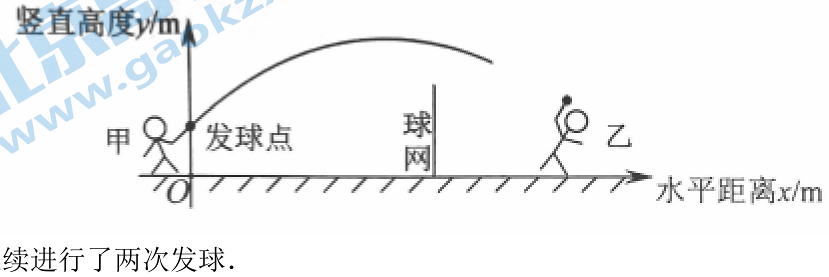
22．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b\left(k \neq 0\right)$ 的图象经过点 $A\left(-1,0\right)$，且与函数 $y = 2x$ 的图象交于点 $B\left(1,m\right)$.



（1）求 m 的值及一次函数 $y = kx + b\left(k \neq 0\right)$ 的表达式；

（2）当 $x > 1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = -x + n$ 的值小于一次函数 $y = kx + b\left(k \neq 0\right)$ 的值，直接写出 n 的取值范围.

23．甲，乙两名同学进行羽毛球比赛，羽毛球发出后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分．如图建立平面直角坐标系，羽毛球从 O 点的正上方发出，飞行过程中羽毛球的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）之间近似满足函数关系 $y = a\left(x-h\right)^2 + k\left(a < 0\right)$.



比赛中，甲同学连续进行了两次发球.

（1）甲同学第一次发球时，羽毛球的水平距离 x 与竖直高度 y 的七组对应数据如下：

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	5	6
竖直高度 y/m	1	2.4	3.4	4	4.2	4	3.4

根据以上数据，回答下列问题：

①当羽毛球飞行到最高点时，水平距离是______m；

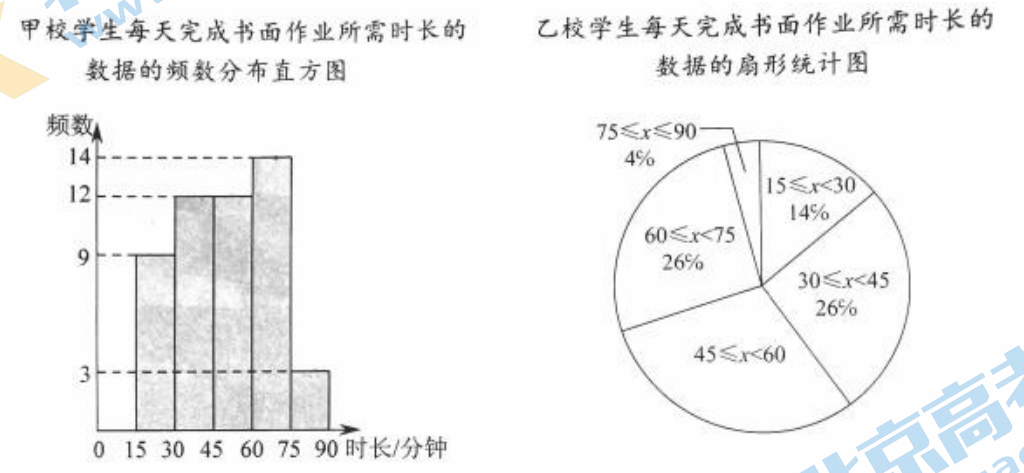
②在水平距离 5m 处，放置一个高 1.55m 的球网，羽毛球______（填“是”或“否”）可以过网；

③求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k\ (a<0)$；

（2）甲同学第二次发球时，羽毛球的竖直高度 y 与水平距离 x 之间近似满足函数关系 $y=-0.1(x-5)^2+3.3$．乙同学在两次接球中，都是原地起跳后使得球拍达到最大高度 2.4m 时刚好接到球，记乙同学第一次接球的起跳点的水平距离为 d_1，第二次接球的起跳点的水平距离为 d_2，则 d_1-d_2______0（填“>”“<”或“=”）

24．“双减”政策颁布后，某区为了解学生每天完成书面作业所需时长的情况，从甲，乙两所学校各随机抽取 50 名学生进行调查，获取他们每天完成书面作业所需时长（单位：分钟）的数据，并对数据进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息．

a．甲，乙两所学校学生每天完成书面作业所需时长的数据的精数分布直方图及扇形统计图如下（数据分成 5 组：$15\le x<30$，$30\le x<45$，$45\le x<60$，$60\le x<75$，$75\le x\le 90$）：



b．甲校学生每天完成书面作业所需时长的数据在 $45\le x<60$ 这一组的是：

45　46　50　51　51　52　52　53　55　56　59　59

c．甲，乙两所学校学生每天完成书面作业所需时长的数据的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
甲校	49	m
乙校	50	54

根据以上信息，回答下列问题：

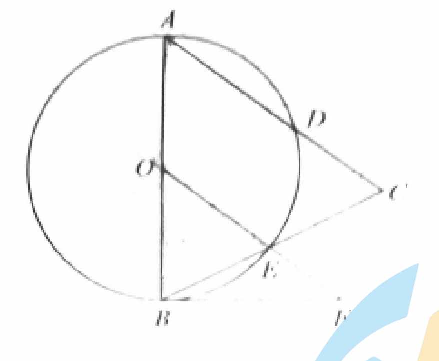
（1）$m=$______；

（2）乙校学生每天完成书面作业所需时长的数据的扇形统计图中表示 $45\le x<60$ 这组数据的扇形圆心角的度数是______°；

（3）小明每天完成书面作业所需时长为 53 分钟，在与他同校被调查的学生中，有一半以上的学生每天完成书面作业所需时长都超过了小明，那么小明是______校学生（填“甲”或“乙”），理由是______．

（4）如果甲，乙两所学校各有 200 人，估计这两所学校每天完成书面作业所需时长低于 60 分钟的学生共有______人．

25．如图，AB 是⊙O 的直径，点 D 在⊙O 上，连接 AD 并延长到 C，使 $AC=AB$，连接 BC 交⊙O 于 E、过点 B 作⊙O 的切线交 OE 的延长线于点 F．



（1）求证：$OE\parallel AC$；

（2）如果 $AB=10$，$AD=6$，求 EF 的长．

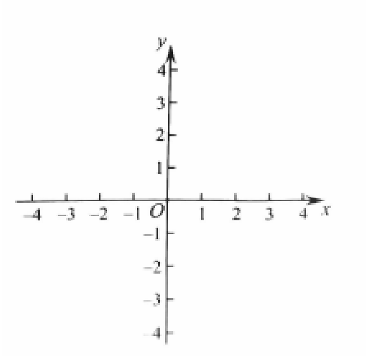
26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-2ax+a-4(a\neq 0)$．

（1）求该抛物线的顶点坐标；

（2）当抛物线 $y=ax^2-2ax+a-4(a\neq 0)$ 经过点 $(3,0)$ 时，

①求此时抛物线的表达式；

②点 $M(n-2,y_1)$，$N(2n+3,y_2)$ 在抛物线上，且位于对称轴的两侧，当 $y_1>y_2$ 时，求 n 的取值范围．



27．已知正方形 $ABCD$ 和一动点 E，连接 CE，将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到线段 CF，连接 BE，DF．

（1）如图 1，当点 E 在正方形 $ABCD$ 内部时，

①依题意补全图 1；

②求证：$BE=DF$；

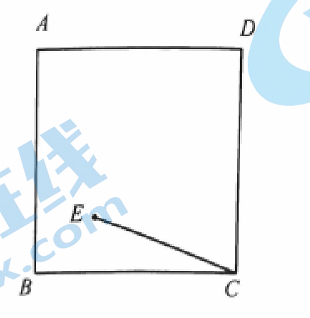


图 1

（2）如图 2，当点 E 在正方形 $ABCD$ 外部时，连接 AF，取 AF 中点 M，连接 AE，DM，用等式表示线段 AE 与 DM 的数量关系，并证明．

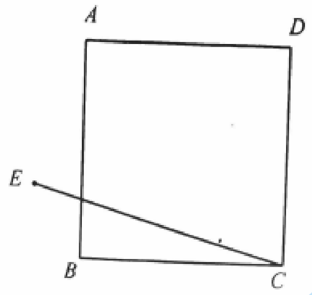


图 2

28．在平面直角坐标系 xOy 中，已知图形 G 上的两点 M，N（点 M，N 不重合）和另一点 P，给出如下定义：连接 PM，PN，如果 $PM\perp PN$，则称点 P 为点 M，N 的“条件拐点”.

（1）如图 1，已知线段 MN 上的两点 $M\left(0,2\right)$，$N\left(4,0\right)$；

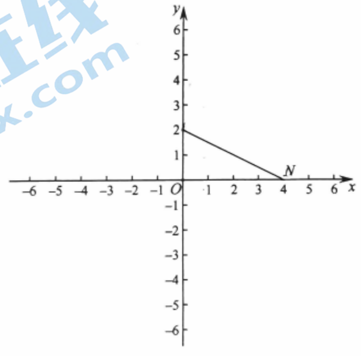


图 1

①点 $P_1\left(1,3\right)$，$P_2\left(2,-1\right)$，$P_3\left(4,2\right)$中，点 M，N 的“条件拐点”是______；

②如果过点 $A\left(0,a\right)$且平行于 x 轴的直线上存在点 M，N 的“条件拐点”，求 a 的取值范围；

（2）如图 2，已知点 $F\left(0,1\right)$，$T\left(0,t\right)$，过点 F 作直线 $l\perp y$ 轴，点 M，N 在直线 l 上，且 $FM=FN=FT$．如果直线 $y=x-t$ 上存在点 M，N 的“条件拐点”，直接写出 t 的取值范围.

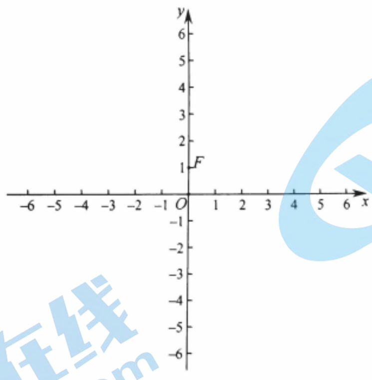


图 2

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	D	B	A	B	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geqslant 1$	$3(x-y)^2$	4	不唯一	$m<2$	$\frac{1}{3}$	2	6100， 不唯一，如：6，4，1

三、解答题（本题共 68 分，第 17～22 题每小题 5 分，第 23～26 题每小题 6 分，第 27～28 题每小题 7 分）

17.（本小题满分 5 分）

解： $\sqrt{8}+|-2|-4\cos 45^\circ+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$=2\sqrt{2}+2-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2$ ，…………………………………………………4 分

$=4$.………………………………………………………………………5 分

18.（本小题满分 5 分）

解：解①得 $x<2$.………………………………………………………………2 分

解②得 $x>-1$.………………………………………………………………4 分

∴ 不等式组的解集为 $-1<x<2$.…………………………………………5 分

19.（本小题满分 5 分）

解：原式 $=4m^2-1+m^2-4m+4-m^2$ ，…………………………………2 分

$=4m^2-4m+3$.……………………………………………………3 分

∵ $m^2-m-1=0$，

∴ $m^2-m=1$.……………………………………………………4 分

∴ 原式 $=4m^2-4m+3=4\left(m^2-m\right)+3=4\times1+3=7$.………………5 分

20.（本小题满分 5 分）

解：方法一：

证明：∵AD 平分∠BAC,

∴∠BAD=∠CAD. ………………………………………………2 分

又∵AB=AC，AD=AD,

∴△ABD≌△ACD. ………………………………………………4 分

∴∠B=∠C. ………………………………………………5 分

方法二：

证明：∵D 为 BC 的中点，

∴$BD=CD$．……………………………………………………………………2 分

又∵$AB=AC$，$AD=AD$，

∴$\triangle ABD\cong\triangle ACD$.…………………………………………………4 分

∴$\angle B=\angle C$．……………………………………………………………5 分

21．（本小题满分 5 分）

解：（1）∵$BE\perp AD$ 于 E，$DF\perp BC$ 于 F，

∴$\angle DEB=\angle DFB=90^\circ$．………………………………………………1 分

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

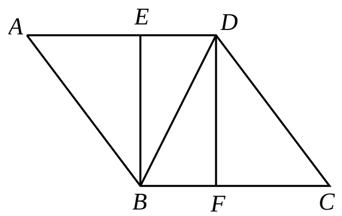
∴ $AD\,/\!/\,BC$.

∴$\angle EDF+\angle DFB=180^\circ$．

∴$\angle EDF=90^\circ$．…………………………………………………………2 分

∴四边形 $BEDF$ 是矩形.…………………………………………………3 分

（2）∵四边形 $BEDF$ 是矩形，



∴$DE=BF=1$.

∵$\angle DEB=90^\circ$，$\tan\angle BDE=2$，

∴ $\tan\angle BDE=\dfrac{BE}{DE}=\dfrac{BE}{1}=2$.

∴$BE=2$.……………………………………………………………………4 分

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AD=AB$.

在 Rt$\triangle AEB$ 中，$\angle AEB=90^\circ$，$AE^2+BE^2=AB^2$，

∴ $(AB-1)^2+2^2=AB^2$.

∴ $AB=\dfrac{5}{2}$.………………………………………………………………5 分

22．（本小题满分 5 分）

解：（1）∵函数 $y=2x$ 的图象经过点 B（1，m），

∴ $m=2$．……………………………………………………………………1 分

又∵一次函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）的图象经过点 A（-1，0），B（1，2），

∴ $\begin{cases}-k+b=0,\\k+b=2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1,\\b=1.\end{cases}$

∴一次函数的表达式为 $y=x+1$．………………………………………3 分

（2）$n\leqslant3$．…………………………………………………………………5 分

23．（本小题满分 6 分）

解：（1）①4. ……………………………………………………………………1 分

② 是．……………………………………………………………………………………2 分

③设该抛物线的表达式为 $y=a(x-4)^2+4.2$（$a<0$）．…………………………3 分

∵ 该抛物线经过点（0，1），

∴ $1=a(0-4)^2+4.2$．

解得 $a=-0.2$．………………………………………………………………4 分

∴ $y=-0.2(x-4)^2+4.2$ ．……………………………………………………5 分

（2）<．………………………………………………………………………6 分

24.（本小题满分 6 分）

解：（1）51. ……………………………………………………………………1 分

（2）108. ……………………………………………………………………2 分

（3） 乙， 略．…………………………………………………………………4 分

（4）272．…………………………………………………………………6 分

25.（本小题满分 6 分）

解：（1）证明：

∵ $AC=AB$，

∴ $\angle ABC=\angle ACB$．…………………………………………………1 分

∵ $OB=OE$，

∴ $\angle ABC=\angle OEB$．…………………………………………………2 分

∴ $\angle ACB=\angle OEB$．

∴ $OE \parallel AC$．……………………………………………………………3 分

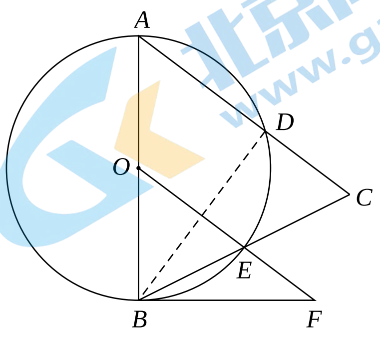
（2）连接 BD．

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ADB=90°$ ．

∵ BF 是⊙O 的切线，

∴ $\angle OBF=90°$ ．…………………………4 分



∵ $AB=10$，

∴ $OB=OE=5$．

∵ $OE \parallel AC$，

∴ $\angle A=\angle BOF$．

∵ $\angle ADB=\angle OBF=90°$ ，$\angle A=\angle BOF$，

∴ $\triangle ABD \backsim \triangle OFB$．

∴ $\dfrac{AD}{OB}=\dfrac{AB}{OF}$， 即：$\dfrac{6}{5}=\dfrac{10}{OF}$，

∴ $OF=\dfrac{25}{3}$．……………………………………………………………5 分

$\therefore EF=\dfrac{25}{3}-5=\dfrac{10}{3}$． ……………………………………………………………6 分

26．（本小题满分 6 分）

解：（1）$x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$，$y=a-2a+a-4=-4$，顶点为（1，－4）．……………………2 分

（2）①∵抛物线 $y=ax^2-2ax+a-4$（$a\neq 0$）经过点（3，0），

∴ $0=9a-6a+a-4$． 解得：$a=1$．

∴此时抛物线的表达式为：$y=x^2-2x-3$． ……………………………………4 分

②∵点 M（$n-2$，y_1），N（$2n+3$，y_2）在抛物线上，且位于对称轴的两侧，

∴当点 M 位于对称轴的左侧，点 N 位于对称轴的右侧时，$\begin{cases} n-2<1, \\ 2n+3>1. \end{cases}$，

解得：$-1<n<3$．

当点 M 位于对称轴的右侧，点 N 位于对称轴的左侧时，$\begin{cases} n-2>1, \\ 2n+3<1. \end{cases}$，

此不等式组无解，舍去．

∴点 M 位于对称轴的左侧，点 N 位于对称轴的右侧．

∵当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，在对称轴右侧，y 的值随 x 值的增大而增大，

又∵点 M 关于对称轴 $x=1$ 的对称点为 M'（$4-n$，y_1），

∴当 $y_1>y_2$ 时，$4-n>2n+3$． 解得：$n<\dfrac{1}{3}$．

∴综上所述：$-1<n<\dfrac{1}{3}$． ……………………………………………………6 分

27．（本小题满分 7 分）

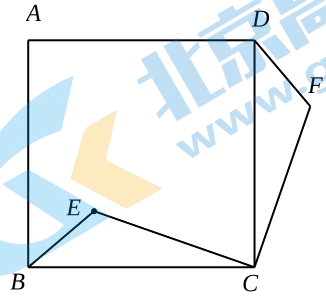


图 1

解：（1）① 图 1；…………………………………………1 分

②∵正方形 $ABCD$，

∴$BC=DC$，$\angle BCD=90°$．……………………2 分

∵线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到线段 CF，

∴$CE=CF$，$\angle ECF=90°$．

∴$\angle BCE+\angle ECD=\angle DCF+\angle ECD=90°$．

∴$\angle BCE=\angle DCF$. ……………………………3 分

∴$\triangle BCE\cong\triangle DCF$.

∴$BE=DF$. ……………………………………………………………………4 分

（2）猜想：$AE=2DM$.

证明：如图 2，延长 AD 到 N，使得 $DN=AD$.

∵M 是 AF 中点，

∴$NF=2DM$.……………………………5 分

∵由（1）得$\triangle BCE \cong \triangle DCF$，

∴$\angle EBC = \angle FDC$，$EB = FD$.

又∵正方形 $ABCD$，

∴$AB=AD$，$\angle ABC=\angle ADC = 90^\circ$．

∵$DN=AD$，$\angle ADC+\angle CDN=180^\circ$，

∴$AB=DN$，$\angle CDN= 90^\circ$．

∴$\angle EBC - \angle ABC = \angle FDC - \angle CDN$，

即：$\angle ABE = \angle NDF$.

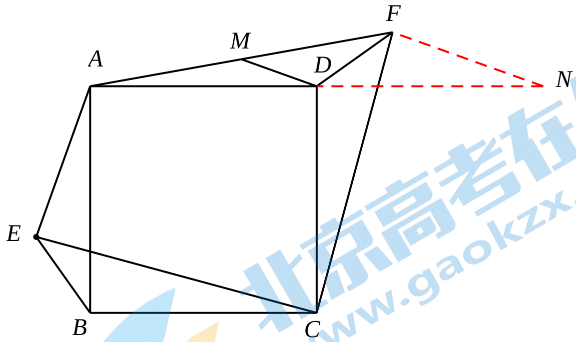


图 2

∴$\triangle ABE \cong \triangle NDF$. ……………………………………………………6 分

∴$AE=NF$.

∴$AE=2DM$.…………………………………………………………………7 分

28．（本小题满分 7 分）

解：（1）① P_1，P_3. ……………………………………………………………2 分

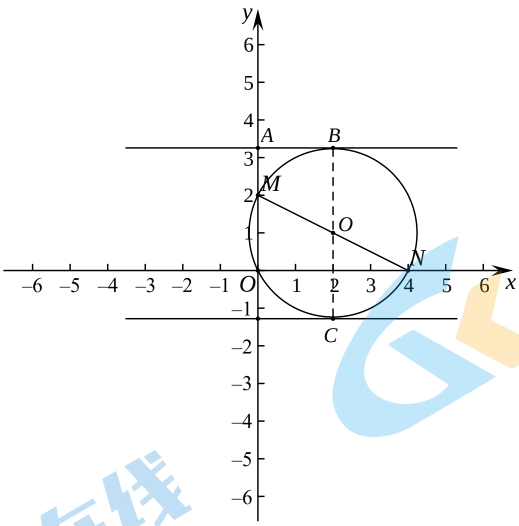
② ∵M（0，2），N（4，0），

∴ $MN = 2\sqrt{5}$.…………………………………………………………3 分

取 MN 的中点 O，以 O 为圆心，OM 长为半径作圆，

当过点 A 且平行于 x 轴的直线与⊙O 相切或相交时，直线上存在点 M，N 的“条件拐点”，

∴$1-\sqrt{5} \leqslant a \leqslant 1+\sqrt{5}$. ……………………………………………………5 分



（2）$t \geqslant 3+2\sqrt{2}$ 或 $t \leqslant 3-2\sqrt{2}$.…………………………………………7 分

说明：

若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。