

# 南充市高 2023 届高考适应性考试（三诊）

## 文科数学

### 第 I 卷（选择题）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 在复平面内，若复数  $z$  对应的点为  $(2, -1)$ ，则  $z \cdot (2+i) =$  ( )  
 A.  $-5$                       B.  $4i$   
 C.  $-4i$                       D.  $5$

2. “ $a < 2$ ”是“ $a^2 < 4$ ”的 ( ) 条件  
 A. 充分不必要                      B. 必要不充分  
 C. 充分必要                      D. 既不充分也不必要

3. 已知集合  $U = \{x | y = \sqrt{x+2}\}$ ,  $A = \{x | 2^x > \frac{1}{2}\}$ ，则  $C_U A =$  ( )  
 A.  $(-\infty, -1]$                       B.  $[-2, -1)$   
 C.  $[-2, -1]$                       D.  $[-2, +\infty)$

4. 已知倾斜角为  $\alpha$  的直线  $l$  与直线  $x+2y-\lambda=0$  垂直，则  $\tan(\pi+\alpha) =$  ( )  
 A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $2$   
 C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $-2$

5. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ ，若  $b^2 = a^2 + c^2 - ac$ ，则  $B =$  ( )  
 A.  $\frac{\pi}{3}$                       B.  $\frac{\pi}{6}$   
 C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{5\pi}{6}$

6. 若数列  $\{a_n\}$  对任意的  $n \in \mathbb{N}^*$  均有  $a_{n+2} + a_n > 2a_{n+1}$  恒成立，则称数列  $\{a_n\}$  为“W 数列”，下列数列是“W 数列”的是 ( )

A.  $a_n = n+1$                       B.  $a_n = -2^n$                       C.  $a_n = n \times 3^n$                       D.  $a_n = n^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$

7. 已知点  $(\phi, 0)$  是函数  $f(x) = 2\sin(3x + \phi)$  ( $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$ ) 的一个对称中心，则为了得到函数

$y = 2\sin 3x + 1$  的图象，可以将  $f(x)$  图象 ( )。

A. 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位，再向上移动 1 个单位

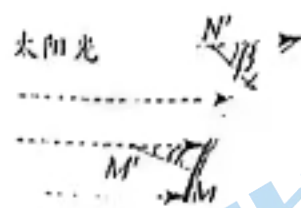
B. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位，再向上移动 1 个单位

C. 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位，再向下移动 1 个单位

D. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位，再向下移动 1 个单位

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)，获取更多试题资料及排名分析信息。

8. 早在两千年前，古人就通过观测发现地面是球面，并会运用巧妙的方法对地球半径进行估算。如图所示，把太阳光视为平行光线， $O$  为地球球心， $M, N$  为北半球上同一经度的两点，且  $M, N$  之间的经线长度为  $l$ ，于同一时刻在  $M, N$  两点分别竖立一根长杆  $MM'$  和  $NN'$ ，通过测量得到两根长杆与太阳光的夹角  $\alpha$  和  $\beta$  ( $\alpha$  和  $\beta$  的单位为弧度)，由此可计算地球的半径为 (

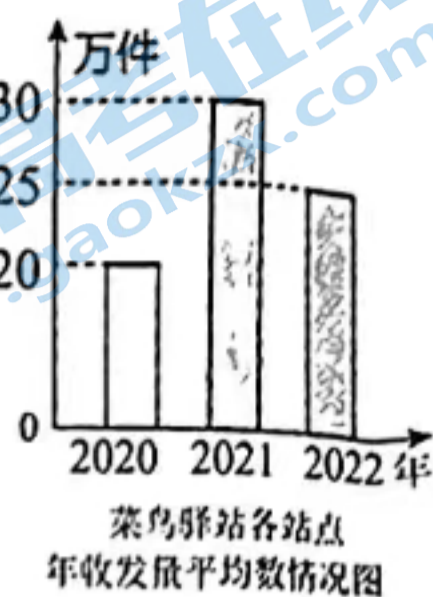
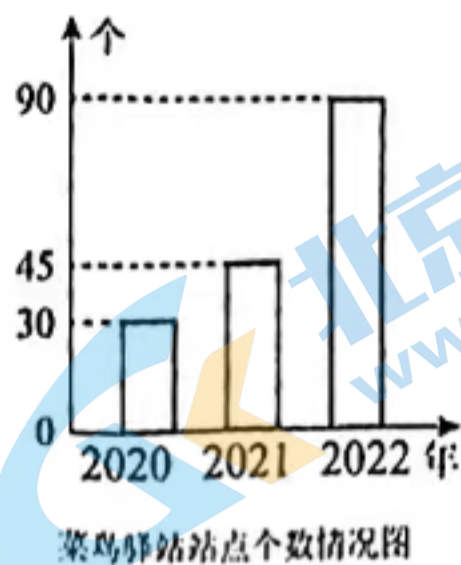


- A.  $\frac{l}{\beta - \alpha}$       B.  $\frac{l}{\sin(\beta - \alpha)}$       C.  $\frac{l}{\alpha + \beta}$       D.  $\frac{l}{\sin(\alpha + \beta)}$
9. 已知奇函数  $f(x)$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的增函数， $g(x) = xf(x)$ ，若  $a = g(\log_3 \frac{1}{27})$ ,  $b = g(e^2)$ ,  $c = g(-3^2)$ ，则  $a, b, c$  的大小关系为
- A.  $a > b > c$       B.  $b > a > c$       C.  $c > a > b$       D.  $a < c < b$
10. 我们知道：反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象是双曲线，它关于直线  $y = \pm x$  对称，以  $x$  轴， $y$  轴为渐近线。实际上，将  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象绕原点  $O$  顺时针或逆时针旋转一个适当的角  $\theta$ ，就可以得到双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  或  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ 。则关于曲线  $y = \frac{4}{x}$ ，下列说法不正确的是 ( )
- A. 该曲线的离心率为  $\sqrt{2}$
- B. 曲线的顶点为  $(-2, -2)$  和  $(2, 2)$
- C. 曲线上的任意点  $P$  到两点  $(-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ ,  $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$  的距离之差为  $4\sqrt{2}$
- D. 该曲线可由  $x^2 - y^2 = 8$  绕原点  $O$  逆时针旋转  $\frac{\pi}{4}$  后得到
11. 已知函数  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = e^x$ ,  $\exists x_1, x_2 \in [1, 2]$  使  $|g(x_1) - g(x_2)| > k|f(x_1) - f(x_2)|$  ( $k$  为常数) 成立，则常数  $k$  的取值范围为 ( )
- A.  $(-\infty, e)$       B.  $(-\infty, e^2)$       C.  $(-\infty, 2e^2)$       D.  $(-\infty, 2e^2]$
12. 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 3BC$ ,  $P$  为斜边  $AB$  上一动点，沿  $CP$  将三角形  $ACP$  折起形成三棱锥  $A'-CPB$  使平面  $A'CP \perp$  平面  $BCP$ ，记  $\angle ACP = \theta$ ，当  $A'B$  最短时， $\sin \theta =$  ( )

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若点  $(-2, t)$  在直线  $x - y + 4 = 0$  的左上方, 则  $t$  的取值范围是         .

14. 一个高中研究性学习小组对本地区 2020 年至 2022 年菜鸟驿站发展情况进行了调查, 制成了该地区菜鸟驿站站点个数情况的条形图和菜鸟驿站各站点年快递收发数量的平均数情况条形图 (如图), 根据图中提供的信息可以得出这三年中该地区菜鸟驿站每年平均收发快递          万件.



15. 设抛物线  $y^2 = 2x$  的焦点为  $F$ ; 若圆  $M: (x-3)^2 + y^2 = 8$  与抛物线有 4 个不同的交点, 记  $x$  轴上方的两个交点为  $A, B$ . 则  $|\overline{FA}| \cdot |\overline{FB}|$  的值是         .

16. 已知函数  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ , 有以下说法:

①  $f(x)$  的值域为  $[-1, 1]$ ; ②  $f(x)$  是周期函数; ③  $f(x)$  在  $[\frac{2}{\pi}, +\infty)$  上单调递减;

④ 对任意的  $m \in [-1, 1]$ , 方程  $f(x) = m$  在区间  $(0, 1)$  上有无穷多个解.

其中所有正确的序号为         .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17—21 题必考题, 每个试题考生必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考试根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 3$ ,  $2S_n = 3a_n - 3$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设数列  $\{b_n\}$  满足:  $b_n = a_n + \log_3 a_n$ , 记  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求  $T_n$ .

18. 近年来, 国际环境和局势日趋严峻, 高精尖科技围堵和竞争更加激烈, 国家号召各类高科技企业汇聚科研力量, 加强科技创新, 大力增加研发资金, 以突破我国在各个领域的“卡脖子”关键技术. 某市为了解本市高科技企业的科研投入和产出方面的情况, 抽查了本市 8 家半导体企业 2018 年至 2022 年的研发投入和产出方面的情况, 抽查了本市 8 家半导体企业 2018 年至 2022 年的研发投入  $x$  (单位: 百亿元) 和因此投入而产生的收入附加额  $y$  (单位: 百亿元), 对研发投入  $x_i$  和收入附加额  $y_i$  进行整理, 得到相关数据, 并发现投资额  $x$  和收入附加额  $y$  成线性相关.

投资额 $x_i$ (百亿元)	2	3	4	5	6	8	9	11
收入附加额 $y_i$ (百亿元)	3.6	4.1	4.8	5.4	6.2	7.5	7.9	9.1

(1) 求收入的附加额  $y$  与研发投入  $x$  的线性回归方程 (保留三位小数);

(2) 现从这 8 家企业且投资额不少于 5 百亿元的企业中, 任意抽取 3 家企业, 求抽取的 3 家企业中恰有 1 家企业的收入附加额大于投资额的概率.

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (微信号: bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

参考数据:  $\sum_{i=1}^8 x_i y_i = 334.1$ ,  $\sum_{i=1}^8 y_i = 48.6$ ,  $\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 356$ .

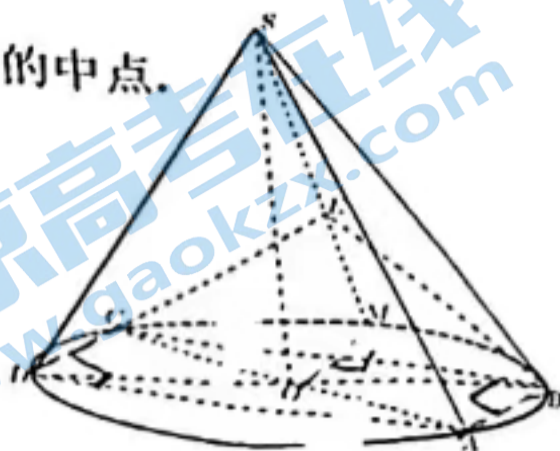
附：在线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中， $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ 。

19. 如图所示，已知  $AC, BD$  是圆锥  $SO$  底面的两条直径， $M$  为劣弧  $\widehat{BC}$  的中点。

(1) 证明： $SM \perp AD$ ；

(2) 若  $\angle BOC = \frac{2\pi}{3}$ ， $E$  为线段  $SM$  上的一点，且  $SE = 2EM$ ，

求证：平面  $BCE \parallel$  平面  $SAD$ 。



20. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，动点  $P$  到  $M(-\sqrt{3}, 0)$ ， $N(\sqrt{3}, 0)$  的距离之和为 4。

(1) 求动点  $P$  的轨迹  $C$  的方程；

(2) 已知点  $A(-2, 0)$ ， $B(0, -1)$ ，若点  $D(x_1, y_1)$ ， $E(x_2, y_2)$  是曲线  $C$  上异于顶点的两个不同的点，且  $AD \parallel BE$ ，记  $\triangle DOE$  的面积为  $S$ ，问  $S$  是否定值，若是，求出该定值；若不是，说明理由。

21. 已知函数  $f(x) = \frac{ax}{e^x} + \frac{x^2}{2} - x$ ， $g(x) = \ln x$ ，其中  $e$  为自然对数的底数。

(1) 当  $a = 1$  时，求函数  $f(x)$  的极值；

(2) 用  $\max\{m, n\}$  表示  $m, n$  中的最大值，记函数  $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$  ( $x > 0$ )，当  $a \geq 0$  时，讨论函数  $h(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的零点个数。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。

22. 在极坐标系  $Ox$  中，曲线  $C_1$  的极坐标方程为  $\rho = \frac{2\sqrt{2}}{\sin(\theta + \frac{\pi}{4})}$ ，以极点  $O$  为原点，极轴  $Ox$

所在直线为  $x$  轴，取同样的单位长度建立平面直角坐标系  $xOy$ ，已知曲线  $C_2$  的普通方程为  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$ 。

(1) 写出曲线  $C_1$  的直角坐标方程和曲线  $C_2$  的极坐标方程；

(2) 设点  $M(2, 2)$ ，且曲线  $C_1$  与曲线  $C_2$  交于点  $A, B$  两点，求  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$  的值。

23. 设函数  $f(x) = |x-1| + |x-3|$ ，若关于  $x$  的方程  $f(x) = m$  仅有两个不同的正实数根  $a, b$ 。

(1) 求  $m$  的取值范围；

(2) 求  $\sqrt{a} + \sqrt{5b}$  的最大值。

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)，获取更多试题资料及排名分析信息。

# 南充市高 2023 届“三诊”文科数学参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	D	B	C	B	A	C	A	A	D	C	C	B

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡上。

13.  $(2, +\infty)$       14.  $1400$       15.  $\frac{13}{4}$       16.  $\textcircled{1}\textcircled{3}\textcircled{4}$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17—21 题必考题，每个试题考生必须作答。

第 22、23 题为选考题，考试根据要求作答

(一)必考题

17. 解：(1)  $2S_n = 3a_n - 3 \dots \dots \dots \textcircled{1}$   
 $\therefore$  当  $n \geq 2$  时， $2S_{n-1} = 3a_{n-1} - 3 \dots \dots \dots \textcircled{2}$  ..... (2 分)

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$  得： $2a_n = 3a_n - 3a_{n-1}$ ，即  $a_n = 3a_{n-1} (n \geq 2)$   
 $\therefore a_1 = 3$   
 $\therefore$  数列  $\{a_n\}$  以 3 为首项，3 为公比的等比数列。  
 $\therefore a_n = 3^n (n \in N^*)$  ..... (6 分)

(2)  $\therefore b_n = a_n + \log_3 a_n = 3^n + n$  ..... (7 分)  
 $\therefore T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1} + b_n = (3^1 + 1) + (3^2 + 2) + \dots + (3^{n-1} + n - 1) + (3^n + n)$   
 $= (3^1 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} + 3^n) + (1 + 2 + \dots + n - 1 + n)$   
 $= \frac{3(1-3^n)}{1-3} + \frac{(1+n)n}{2} = \frac{3^{n+1} + n^2 + n - 3}{2}$   
 所以  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n = \frac{3^{n+1} + n^2 + n - 3}{2}$  ..... (12 分)

18. 解：(1) 由  $\bar{x} = \frac{2+3+4+5+6+8+9+11}{8} = 6$ ， $\bar{y} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 y_i = \frac{48.6}{8} = 6.075$  得： ..... (2 分)

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{334.1 - 8 \times 6 \times 6.075}{356 - 8 \times 36} = 0.625 \dots \dots \dots (4 \text{ 分})$$

由  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$  得  $\hat{a} = 6.075 - 0.625 \times 6 = 2.325$

所以年收入的附加额  $y$  与投资额  $x$  的线性回归方程为  $\hat{y} = 0.625x + 2.325$ . ..... (6 分)

(2) 已知这 8 象企业中投资额不少于 5 百亿元的企业有 5 家，

其中收入附加额大于投资额的企业有 2 家，编号为  $A_1, A_2$ ；余下 3 家编号为  $B_1, B_2, B_3$

现从中 5 家中任选 3 家，基本事件总数为 10，情况如下：

$(A_1, A_2, B_1), (A_1, A_2, B_2), (A_1, A_2, B_3), (A_1, B_1, B_2), (A_1, B_1, B_3), (A_1, B_2, B_3), (A_2, B_1, B_2),$

$(A_2, B_1, B_3), (A_2, B_2, B_3), (B_1, B_2, B_3)$

其中抽取的 3 家企业中恰有 1 家企业的收入附加额大于投资额的情况共有 6 种, 情况如下:

$(A_1, B_1, B_2), (A_1, B_1, B_3), (A_1, B_2, B_3), (A_2, B_1, B_2), (A_2, B_1, B_3), (A_2, B_2, B_3)$  ..... (10 分)

故抽取的 3 家企业中恰有 1 家企业的收入附加额大于投资额的概率  $P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  ..... (12 分)

19. 证明: (1) 连接  $MO$  并延长交  $AD$  于  $N$

$\because M$  为劣弧  $\widehat{BC}$  的中点

$\therefore MO$  是  $\angle BOC$  的角平分线,

$\therefore MN$  平分  $\angle AOD$

$\because OA = OD$

$\therefore MN \perp AD$  ..... (4 分)

又  $\because$  在圆锥  $SO$  中,  $SO \perp$  平面  $ABCD$

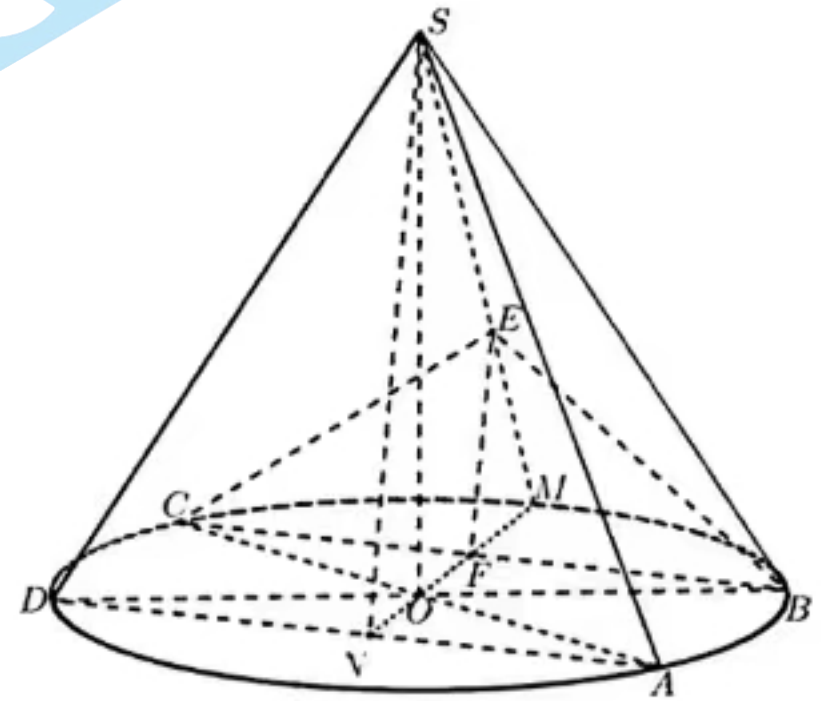
$\therefore SO \perp AD$

$\because MN, SO \subset$  平面  $SMN$ , 且  $MN \cap SO = O$

$\therefore AD \perp$  平面  $SMN$

又  $\because SM \subset$  平面  $SMN$

故  $AD \perp SM$  ..... (6 分)



(2) 设  $MO$  交  $BC$  于  $F$ , 显然  $OF$  平分  $\angle BOC$ , 且  $OF \perp BC$

$$\text{又 } \angle BOC = \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore \angle COF = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{在 } \triangle COF \text{ 中, } OF = \frac{1}{2}CO,$$

$\therefore F$  为  $OM$  的中点.

$$\text{同理 } ON = \frac{1}{2}OD$$

$$\therefore NF = 2FM$$
 ..... (1 分)

又  $\because SE \neq 2EM$

$$\therefore \frac{ME}{SE} = \frac{MF}{NF} = \frac{1}{2}$$

$\therefore EF \parallel SN$

$\because SN \subset$  平面  $SAD$

$\therefore EF \parallel$  平面  $SAD$  ..... (9分)

又  $\because AC, BD$  是底面的两条直径

$\therefore BC \parallel AD$

$\therefore BC \parallel$  平面  $SAD$

又  $\because EF, BC \subset$  平面  $BCE$ , 且  $EF \cap BC = F$

$\therefore$  平面  $BCE \parallel$  平面  $SAD$  ..... (12分)

20. 解析: (1) 由题意易知, 动点  $P$  的轨迹是以  $M(-\sqrt{3}, 0), N(\sqrt{3}, 0)$  为焦点的椭圆, 且  $2a=4$

$\therefore$  动点  $P$  的轨迹  $C$  的方程为:  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  4分

(2) 显然直线  $AD$  的斜率存在, 设  $AD$  的方程为:  $y = k(x+2)$

联立  $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ y = k(x+2) \end{cases}$  得:  $(4k^2 + 1)x^2 + 16kx + 4(4k^2 - 1) = 0$

由  $-2x_1 = \frac{4(4k^2 - 1)}{4k^2 + 1}$  得:  $x_1 = \frac{2(1 - 4k^2)}{4k^2 + 1} \therefore y_1 = k(x_1 + 2) = \frac{4k}{4k^2 + 1}$

$\therefore D\left(\frac{2(1 - 4k^2)}{4k^2 + 1}, \frac{4k}{4k^2 + 1}\right)$  ..... (6分)

由  $AD \parallel BE$  可设  $BE$  的方程为  $y = kx - 1$

联立  $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ y = kx - 1 \end{cases}$  得:  $(4k^2 + 1)x^2 - 8kx = 0$

$\therefore x_2 = \frac{8k}{4k^2 + 1}$

$\therefore y_2 = k \frac{8k}{4k^2 + 1} - 1 = \frac{4k^2 - 1}{4k^2 + 1}$

$\therefore E\left(\frac{8k}{4k^2 + 1}, \frac{4k^2 - 1}{4k^2 + 1}\right)$  ..... (8分)

法 1:

$$S = \frac{1}{2} |OD| \cdot |OE| \cdot \sin \angle DOE = \frac{1}{2} |OD| \cdot |OE| \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\overline{OD} \cdot \overline{OE}}{|OD| \cdot |OE|} \right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{|OD|^2 \cdot |OE|^2 - (\overline{OD} \cdot \overline{OE})^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2) - (x_1x_2 + y_1y_2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2y_2^2 + x_2^2y_1^2 - 2x_1x_2y_1y_2} = \frac{1}{2} |x_1y_2 - x_2y_1|$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{2(1-4k^2)}{4k^2+1} \cdot \frac{4k^2-1}{4k^2+1} - \frac{8k}{4k^2+1} \cdot \frac{4k}{4k^2+1} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{2(4k^2-1)^2 + 32k^2}{(4k^2+1)^2} \right| = \frac{(4k^2-1)^2 + 16k^2}{(4k^2+1)^2}$$

$$= \frac{(4k^2+1)^2}{(4k^2+1)^2}$$

$$= 1$$

∴ S 为定值 ..... 12 分

法2: DE 的方程为:  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ , 即  $(y_1 - y_2)x - (x_1 - x_2)y + x_1y_2 - x_2y_1 = 0$

∴ O 到 DE 的距离为

$$d = \frac{|x_1y_2 - x_2y_1|}{\sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2}} = \frac{|x_1y_2 - x_2y_1|}{|DE|}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot d \cdot |DE| = \frac{1}{2} |x_1y_2 - x_2y_1|$$

后同

21. 解: (1) 当  $a=1$  时,  $f(x) = \frac{x}{e^x} + \frac{1}{2}x^2 - x$ ,  $f'(x) = \frac{1-x}{e^x} + x - 1 = \frac{(x-1)(e^x - 1)}{e^x}$

由  $f'(x) > 0$  得:  $x < 0$  或  $x > 1$ ; 由  $f'(x) < 0$  得:  $0 < x < 1$  ..... (2 分)

列表:

$x$	$(-\infty, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	极大	$\searrow$	极小	$\nearrow$

∴  $f(x)_{\text{极大}} = f(0) = 0$ ;  $f(x)_{\text{极小}} = f(1) = \frac{1}{e} - \frac{1}{2}$  ..... (5 分)

(2) 由  $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$  知:  $h(x) \geq g(x)$

(i) 当  $x \in (1, +\infty)$  时,  $g(x) > 0$

∴  $h(x) > 0$ , 故  $h(x)$  在  $(1, +\infty)$  上无零点 ..... (6 分)

(ii) 当  $x=1$  时,  $g(1) = 0$ ,  $f(1) = \frac{a}{e} - \frac{1}{2}$  知:  $f(1) \leq 0$  时,  $0 \leq a \leq \frac{e}{2}$ ,  $h(1) = 0$ ,  $x=1$  是  $h(x)$  的零点;

$f(1) > 0$  时,  $a > \frac{e}{2}$ ,  $h(1) > 0$ ,  $x=1$  不是  $h(x)$  的零点;

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。 (8 分)



(iii) 当  $x \in (0,1)$  时,  $g(x) < 0$ . 故  $h(x)$  在  $(0,1)$  的零点就是  $f(x)$  在  $(0,1)$  的零点.

由  $f(x) = 0$  得:  $a = \left(1 - \frac{1}{2}x\right)e^x$ .

设  $\varphi(x) = \left(1 - \frac{1}{2}x\right)e^x$ , 则  $\varphi'(x) = \frac{1}{2}(1-x)e^x$ .

$\therefore \varphi(x)$  在  $(0,1)$  上单调递增.

又  $\varphi(0) = 1, \varphi(1) = \frac{e}{2}$ ,

$\therefore$  当  $a \geq \frac{e}{2}$  时,  $f(x)$  即  $h(x)$  在  $(0,1)$  上无零点;

... (10 分)

当  $1 < a < \frac{e}{2}$  时,  $f(x)$  即  $h(x)$  在  $(0,1)$  上有 1 个零点;

当  $0 \leq a \leq 1$  时,  $f(x)$  即  $h(x)$  在  $(0,1)$  上无零点;

综上所述:  $1 < a < \frac{e}{2}$  时,  $h(x)$  有 2 个零点;

$0 \leq a \leq 1$  或  $a = \frac{e}{2}$  时,  $h(x)$  有 1 个零点; ..... (12 分)

$a > \frac{e}{2}$  时,  $h(x)$  无零点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分

22. 解: (1)  $C_1$  的直角坐标方程为  $x + y - 4 = 0$  ..... (2 分)

$C_2$  的极坐标方程  $\rho^2 - 4\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta - 4 = 0$  ..... (5 分)

(2) 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数)

将  $\begin{cases} x = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 代入  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$  得:  $t^2 + \sqrt{2}t - 8 = 0$  ..... (7 分)

显然  $\Delta > 0$ ; 设点  $A, B$  在直线  $l$  上对应的参数分别为  $t_1, t_2$ , 则

$t_1 + t_2 = -\sqrt{2}, t_1 \cdot t_2 = -8 < 0$

$\therefore \overrightarrow{MA}$  与  $\overrightarrow{MB}$  的夹角为  $\pi$

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯