

2019 届高三下学期练习 3 2019.3

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 集合 $P = \{x | y = \log_2(2x - x^2)\}$, $M = \{y | y = 2^x, x \in P\}$, 则 $P \cap M = (A)$

- A. (0,1) B. (0,2) C. (1,2) D. (0,4)

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_3 = -5$, $S_5 = 12$, 则公差 $d = (B)$

- A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

3. 若不等式组 $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ 2x+y \leq 2 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq a \end{cases}$ 表示的平面区域是一个三角形, 则实数 a 的取值范围是

- A. $a \geq \frac{4}{3}$ B. $0 < a \leq 1$ C. $1 \leq a \leq \frac{4}{3}$ D. $0 < a \leq 1$ 或 $a \geq \frac{4}{3}$

4. 如右图所示, 程序框图的输出值 $S = (B)$

- A. 21 B. -21 C. 15 D. 28

5. 函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6})\cos(x + \frac{\pi}{6})$, 则下面结论正确的是 (D)

A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$

B. $f(x)$ 图像的一条对称轴为直线 $\frac{\pi}{6}$

C. $f(x)$ 图像的一个对称中心为点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$

D. $f(x - \frac{\pi}{6})$ 是奇函数

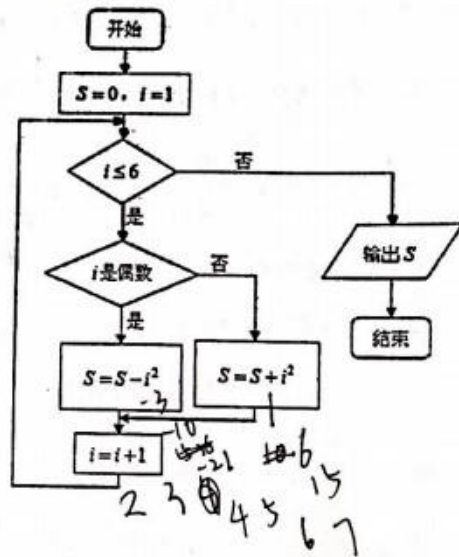
6. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则 " $a_1 < a_2 < a_3$ " 是 "数列 $\{a_n\}$ 是递增数列" 的 (C)

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件



若 $|PF_2| = 3$, 且椭圆的离心率为 $\frac{2}{3}$, 则双曲线的离心率为 (B)

- A. $\frac{7}{5}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

8. 设 S 是整数集 Z 的非空子集, 如果 $\forall a, b \in S$, 有 $ab \in S$, 则称 S 关于数的乘法是封闭的. 若 T, V 是 Z 的两个不相交的非空子集, $T \cup V = Z$ 且 $\forall a, b, c \in T$, 有 $abc \in T$; $\forall x, y, z \in V$, 有 $xyz \in V$, 则下列结论恒成立的是 (D)

- A. T, V 中至少有一个关于乘法是封闭的 B. T, V 中至多有一个关于乘法是封闭的
C. T, V 中有且只有一个关于乘法是封闭的 D. T, V 中每一个关于乘法都是封闭的

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 填空应写出最简结果.

9. 已知复数 $z = \frac{2}{1+\sqrt{3}i}$, 则 $|z| = 1$.

10. 若 $(x^6 + \frac{2}{x\sqrt{x}})^n, n \in Z^+$ 的展开式中含有常数项, 则 n 的最小值为 5.

11. (1) 定积分 $\int_0^1 (2x + e^x) dx$ 的值为 e . $x^2 + e^x \quad 1 + e^{-1}$

(2) 由曲线 $y = \sqrt{x}$, 直线 $y = x - 2$ 及 y 轴所围成的封闭图形的面积为 $\frac{16}{3}$.

12. 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}, t$ 为参数, 以坐标原点为

极点, ox 轴非负半轴为极轴, 选择相同的长度单位建立极坐标系, 曲线 c 的极坐标方程为 $\rho = 2 \cos(\theta - \frac{\pi}{4})$, 若 l 与 c 交于 AB , 则 $|AB| = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

13. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel CD, AB = 4, BC = 2, \angle ABC = 60^\circ$, 动点 E, F

分别在线段 BC 和 DC 上, 且 $\vec{BE} = \lambda \vec{BC}, \vec{DF} = \frac{1}{9\lambda} \vec{DC}$.

(1) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $\vec{BE} \cdot \vec{DF} = -\frac{2}{9}$; (2) 当 λ 变化时, $\vec{AE} \cdot \vec{AF}$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$.

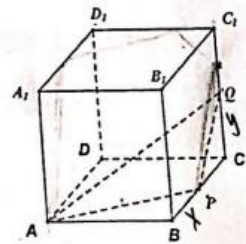
14. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 为棱长为 1, 动点 P, Q 分别在棱 BC, CC_1 上, 过点 A, P, Q 的平面截该正方体所得的截面记为 S , 设 $BP = x, CQ = y$, 其中 $x, y \in [0, 1]$, 下列命题:

① 当 $x = 0$ 时, S 为矩形, 其面积最大为 1;

② 当 $x = y = \frac{1}{2}$ 时, S 为等腰梯形;

③ 当 $x = \frac{1}{2}, y \in (\frac{1}{2}, 1)$ 时, 设 S 与棱 C_1D_1 的交点为 R , 则 $RD_1 = 2 - \frac{1}{y}$;

④ 当 $y = 1$ 时, 以 B_1 为顶点, S 为底面的棱锥的体积为定值 $\frac{1}{3}$. 正确的命题是: ② ④



三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (本题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = 4 \cos x \sin(x + \frac{\pi}{3}) - 4\sqrt{3} \cos^2 x + \sqrt{3}$

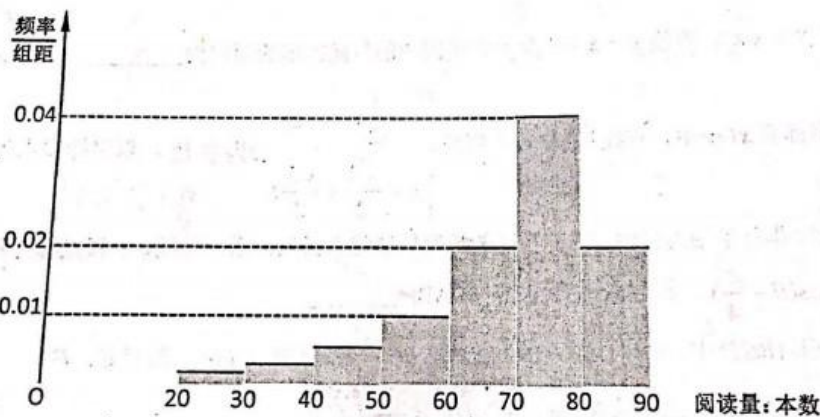
(1) 求函数 $f(x)$ 的增区间;

(2) 若函数定义域为 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$, 求其值域.

2cos x - sqrt(3)sin x

16. (本小题 13 分)

1995 年联合国教科文组织宣布每年的 4 月 23 日为世界读书日，主旨宣言为“希望散居在全球各地的人们，都能享受阅读带来的乐趣，都能尊重和感谢为人类文明作出巨大贡献的文学、文化、科学思想的大师们，都能保护知识产权。”为了了解大学生课外阅读情况，现从某高校随机抽取 100 名学生，将他们一年课外阅读量(单位:本)的数据，分成 7 组 $[20,30)$, $[30,40)$, \dots , $[80,90)$ ，并整理得到如下频率分布直方图:



(I) 估计其阅读量小于 60 本的人数;

(II) 已知阅读量在 $[20,30)$, $[30,40)$, $[40,50)$ 内的学生人数比为 2:3:5. 为了解学生阅读课外书的情况，现从阅读量在 $[20,40)$ 内的学生中随机选取 3 人进行调查座谈，用 X 表示所选学生阅读量在 $[20,30)$ 内的人数，求 X 的分布列和数学期望;

(III) 假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替，试估计 100 名学生该年课外阅读量的平均数在第几组 (只需写出结论) .

17. (本题 14) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB = AD = AC = 3$, $PA = BC = 4$, M 为线段 AD 上一点, $AM = 2MD$, N 为 PC 的中点.
- (1) 证明 $MN \perp$ 平面 PAB ;
 (2) 求直线 AN 与平面 PMN 所成角的正弦值;
 (3) 求三棱锥 $B-PMN$ 的体积.



18. (本题满分 13 分)

已知抛物线 $c: y = 2x^2$, 直线 $l: y = kx + 2$ 交 c 于 A, B 两点, M 是线段的 AB 的中点, 过 M 作 x 轴的垂线交 c 于 N .

- (1) 证明: 抛物线 c 在点 N 处的切线与 AB 平行;
 (2) 是否存在实数 k , 使以 AB 为直径的圆 M 经过点 N ? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - (2a+2)x + (2a+1)\ln x$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线的斜率小于 0, 求 $f(x)$ 的单调区间;

- (2) 对任意的 $a \in [\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$, $x_1, x_2 \in [1, 2]$, $(x_1 \neq x_2)$, 恒有 $|f(x_1) - f(x_2)| < \lambda |\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}|$,

求正数 λ 的取值范围.

20. (本小题满分 13 分)

已知任意的正整数 n 都可唯一表示为 $n = a_0 \cdot 2^k + a_1 \cdot 2^{k-1} + \dots + a_{k-1} \cdot 2^1 + a_k \cdot 2^0$, 其中

$a_0 = 1, a_1, a_2, \dots, a_k \in \{0, 1\}, k \in \mathbb{N}$.

对于 $n \in \mathbb{N}^*$, 数列 $\{b_n\}$ 满足: 当 a_0, a_1, \dots, a_k 中有偶数个 1 时, $b_n = 0$; 否则 $b_n = 1$. 如数

5 可以唯一表示为 $5 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, 则 $b_5 = 0$.

- (I) 写出数列 $\{b_n\}$ 的前 8 项;

- (II) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 中连续为 1 的项不超过 2 项;

- (III) 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求满足 $S_n = 1026$ 的所有 n 的值. (结论不要求证明)

Handwritten mathematical work for question 20. It shows the derivation of the inequality $\frac{|f(x_1) - f(x_2)|}{\lambda_2 - \lambda_1} < \lambda$ and the expansion of the function difference. Calculations include $\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}$ and $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$. There are also some scribbles and numbers like 4.6, 25, 21, 4, 2, 7.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980