2022 北京海淀初三（上）期末

数　　学

2022.1

学校____________姓名____________准考证号____________

注	1．本调研卷共 8 页，满分 100 分，时间 120 分钟。
意	2．在调研卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3．调研卷答案一律填涂或书写在答题纸上，在调研卷上作答无效。
项	4．在答题纸上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分　选择题

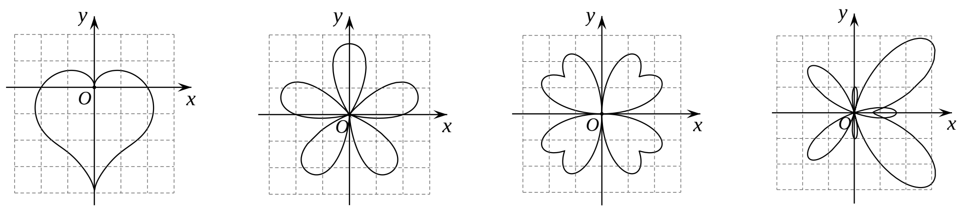
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．在平面直角坐标系 xOy 中，下列函数的图象经过点 $(0,0)$ 的是

(A) $y=x+1$　　(B) $y=x^2$　　(C) $y=(x-4)^2$　　(D) $y=\dfrac{1}{x}$

2．下列各曲线是在平面直角坐标系 xOy 中根据不同的方程绘制而成的，其中是中心对称图形的是

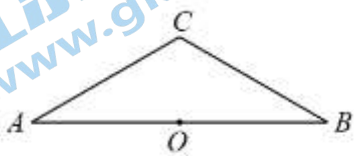


(A)　　(B)　　(C)　　(D)

3．抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是

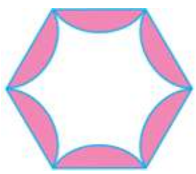
(A) $(2,1)$　　(B) $(1,2)$　　(C) $(-2,1)$　　(D) $(1,-2)$

4．在△ABC 中，$CA=CB$，点 O 为 AB 中点．以点 C 为圆心，CO 长为半径作⊙C，则⊙C 与 AB 的位置关系是



(A) 相交　　(B) 相切　　(C) 相离　　(D) 不确定

5．小明将图案  绕某点连续旋转若干次，每次旋转相同角度 α，设计出一个外轮廓为正六边形的图案（如图），则 α 可以为

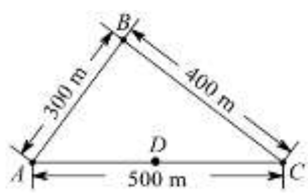


(A) $30°$　　(B) $60°$　　(C) $90°$　　(D) $120°$

6．把长为 2 m 的绳子分成两段，使较长一段的长的平方等于较短一段的长与原绳长的积．设较长一段的长为 x m，依题意，可列方程为

(A) $x^2=2(2-x)$　　(B) $x^2=2(2+x)$　　(C) $(2-x)^2=2x$　　(D) $x^2=2-x$

7．如图，A，B，C 是某社区的三栋楼，若在 AC 中点 D 处建一个 5G 基站，其覆盖半径为 300 m，则这三栋楼中在该 5G 基站覆盖范围内的是



(A) A，B，C 都不在　　(B) 只有 B　　(C) 只有 A，C　　(D) A，B，C

8．做随机抛掷一枚纪念币的试验，得到的结果如下表所示：

抛掷次数 m	500	1000	1500	2000	2500	3000	4000	5000
“正面向上”的次数 n	265	512	793	1034	1306	1558	2083	2598
“正面向上”的频率 $\frac{n}{m}$	0.530	0.512	0.529	0.517	0.522	0.519	0.521	0.520

下面有 3 个推断：

①当抛掷次数是 1000 时，“正面向上”的频率是 0.512，所以“正面向上”的概率是 0.512；

②随着试验次数的增加，“正面向上”的频率总在 0.520 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计“正面向上”的概率是 0.520；

③若再次做随机抛掷该纪念币的实验，则当抛掷次数为 3000 时，出现“正面向上”的次数不一定是 1558 次．

其中所有合理推断的序号是

(A) ②　　　　(B) ①③　　　　(C) ②③　　　　(D) ①②③

第二部分　非选择题

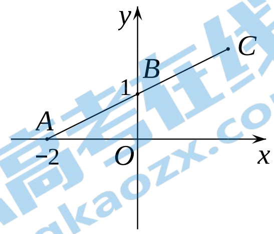
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．已知某函数当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，则这个函数解析式可以为________．

10．在一个不透明袋子中有 3 个红球和 2 个黑球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机取出 1 个球，则取出红球的概率是________．

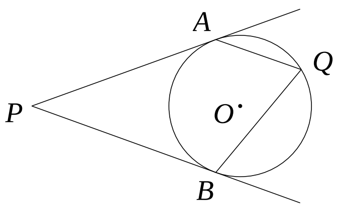
11．若点 $A(-1, y_1)$，$B(2, y_2)$ 在抛物线 $y=2x^2$ 上，则 y_1，y_2 的大小关系为：y_1________y_2（填“>”，“=”或“<”）．

12．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2, 0)$，点 $B(0, 1)$．将线段 BA 绕点 B 旋转 180°得到线段 BC，则点 C 的坐标为__________．

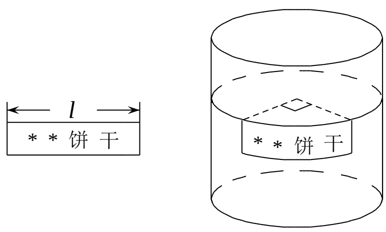


13．若关于 x 的方程 $x^2-2x+k=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是________．

14．如图，PA，PB 分别切⊙O 于点 A，B，Q 是优弧 AB 上一点，若∠P=40°，则∠Q 的度数是________．



15．小明烘焙了几款不同口味的饼干，分别装在同款的圆柱形盒子中．为区别口味，他打算制作“** 饼干”字样的矩形标签粘贴在盒子侧面．为了获得较好的视觉效果，粘贴后标签上边缘所在弧所对的圆心角为 90°（如图）．已知该款圆柱形盒子底面半径为 6 cm，则标签长度 l 应为_______ cm．（π 取 3.1）



16．给定二元数对（p，q），其中 $p=0$ 或 1，$q=0$ 或 1．三种转换器 A，B，C 对（p，q）的转换规则如下：

规则

a．转换器 A 当输入 $(1,1)$ 时，输出结果为 1；其余输出结果均为 0．

转换器 B 当输入 $(0,0)$ 时，输出结果为 0；其余输出结果均为 1．

转换器 C 当输入 $(1,1)$ 时，输出结果为 0；其余输出结果均为 1．

b．在组合使用转换器时，A，B，C 可以重复使用．

（1）在图 1 所示的“A—B—C”组合转换器中，若输入 $(1,0)$，则输出结果为________；

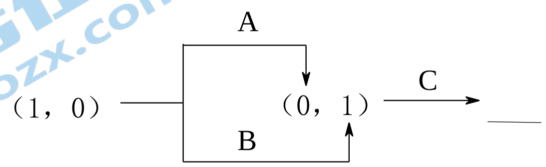


图 1

（2）在图 2 所示的“①—C—②”组合转换器中，若当输入 $(1,1)$ 和 $(0,0)$ 时，输出结果均为 0，则该组合转换器为“____—C—____”（写出一种组合即可）．

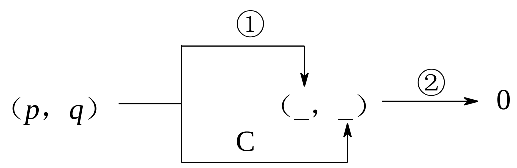


图 2

三、解答题（共 68 分，第 17-21 题，每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．解方程：$x^2-6x+8=0$．

18．已知 a 是方程 $2x^2-7x-1=0$ 的一个根，求代数式 $a(2a-7)+5$ 的值．

19．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=a(x-3)^2-1$ 经过点 $(2,1)$．

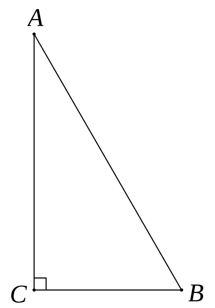
（1）求该抛物线的表达式；

（2）将该抛物线向上平移________个单位后，所得抛物线与 x 轴只有一个公共点．

20．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转 60°，得到线段 CD，连接 AD，BD．

（1）依题意补全图形；

（2）若 $BC=1$，求线段 BD 的长．



21．“化圆为方”是古希腊尺规作图难题之一，即：求作一个正方形，使其面积等于给定圆的面积．这个问题困扰了人类上千年，直到 19 世纪，该问题被证明仅用直尺和圆规是无法完成的．如果借用一个圆形纸片，我们就可以化圆为方，方法如下：

已知：⊙O（纸片），其半径为 r．

求作：一个正方形，使其面积等于⊙O 的面积．

作法：①如图 1，取⊙O 的直径 AB，作射线 BA，过点 A 作 AB 的垂线 l；

②如图 2，以点 A 为圆心，OA 为半径画弧交直线 l 于点 C；

③将纸片⊙O 沿着直线 l 向右无滑动地滚动半周，使点 A，B 分别落在对应的 A'，B' 处；

④取 CB' 的中点 M，以点 M 为圆心，MC 为半径画半圆，交射线 BA 于点 E；

⑤以 AE 为边作正方形 $AEFG$．

正方形 $AEFG$ 即为所求．

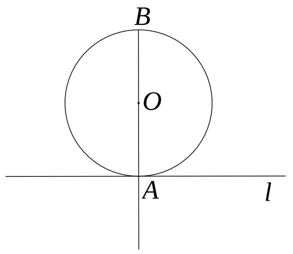


图 1

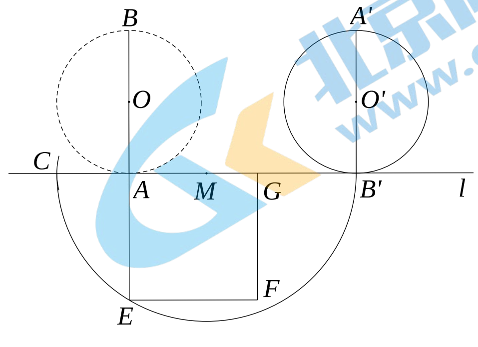


图 2

根据上述作图步骤，完成下列填空：

（1）由①可知，直线 l 为⊙O 的切线，其依据是______________________________．

（2）由②③可知，$AC=r$，$AB'=\pi r$，则 $MC=$____________，$MA=$____________（用含 r 的代数式表示）．

（3）连接 ME，在 Rt△AME 中，根据 $AM^2+AE^2=EM^2$，可计算得 $AE^2=$________（用含 r 的代数式表示）．

由此可得 $S_{正方形AEFG}=S_{⊙O}$．

22．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2-m)x+1-m=0$．

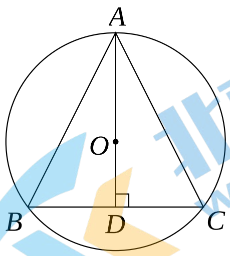
（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若 $m<0$，且此方程的两个实数根的差为 3，求 m 的值．

23．如图，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，高 AD 经过圆心 O．

（1）求证：$AB=AC$；

（2）若 $BC=8$，$\odot O$ 的半径为 5，求 $\triangle ABC$ 的面积．



24．邮票素有“国家名片”之称，方寸之间，包罗万象．为宣传 2022 年北京冬奥会，中国邮政发行了一套冬奥会邮票，其中有一组展现雪上运动的邮票，如图所示：

越野滑雪（4-1）J　高山滑雪（4-2）J　冬季两项（4-3）J　自由式滑雪（4-4）J

①　②　③　④

某班级举行冬奥会有奖问答活动，答对的同学可以随机抽取邮票作为奖品．

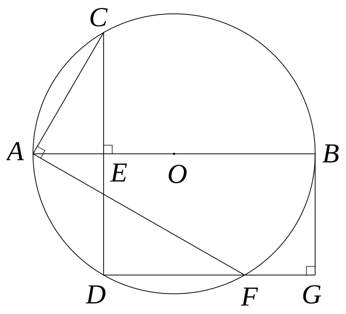
（1）在抢答环节中，若答对一题，可从 4 枚邮票中任意抽取 1 枚作为奖品，则恰好抽到“冬季两项”的概率是__________；

（2）在抢答环节中，若答对两题，可从 4 枚邮票中任意抽取 2 枚作为奖品，请用列表或画树状图的方法，求恰好抽到“高山滑雪”和“自由式滑雪”的概率．

25．如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于 E，连接 AC，过 A 作 $AF\perp AC$，交⊙O 于点 F，连接 DF，过 B 作 $BG\perp DF$，交 DF 的延长线于点 G．

（1）求证：BG 是⊙O 的切线；

（2）若 $\angle DFA=30°$，$DF=4$，求 FG 的长.



26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(4,3)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+3(a>0)$ 上．

（1）求该抛物线的对称轴；

（2）已知 $m>0$，当 $2-m\le x\le 2+2m$ 时，y 的取值范围是 $-1\le y\le 3$，求 a，m 的值；

（3）在（2）的条件下，是否存在实数 n，当 $n-2<x<n$ 时，y 的取值范围是 $3n-3<y<3n+5$，若存在，直接写出 n 的值；若不存在，请说明理由.

27．如图，在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=1$，延长 CB，并将射线 CB 绕点 C 逆时针旋转 90°得到射线 l，D 为射线 l 上一动点，点 E 在线段 CB 的延长线上，且 $BE=CD$，连接 DE，过点 A 作 $AM\perp DE$ 于 M.

（1）依题意补全图 1，并用等式表示线段 DM 与 ME 之间的数量关系，并证明；

（2）取 BE 的中点 N，连接 AN，添加一个条件：CD 的长为_______，使得 $AN=\frac{1}{2}DE$ 成立，并证明.

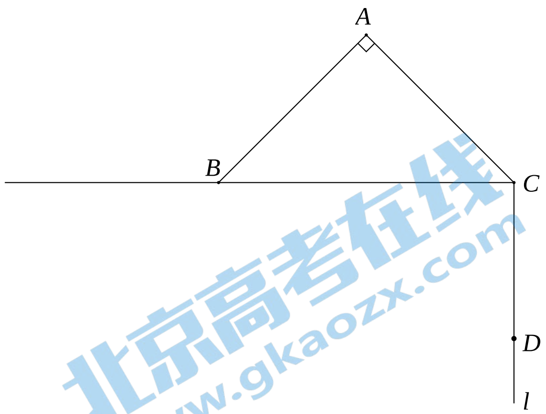
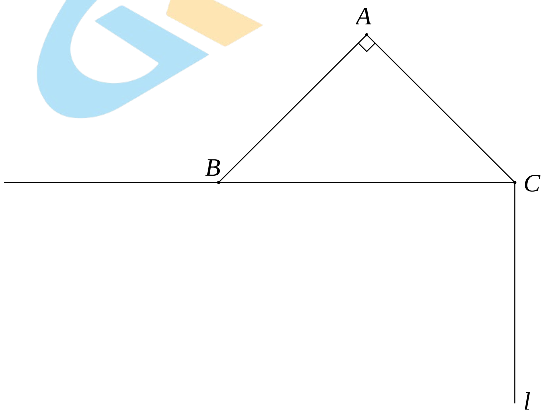


图 1



备用图

28．在平面直角坐标系 xOy 中，图形 W 上任意两点间的距离有最大值，将这个最大值记为 d．对点 P 及图形 W 给出如下定义：点 Q 为图形 W 上任意一点，若 P，Q 两点间的距离有最大值，且最大值恰好为 $2d$，则称点 P 为图形 W 的“倍点”．

（1）如图 1，图形 W 是半径为 1 的⊙O．

①图形 W 上任意两点间的距离的最大值 d 为_________；

②在点 $P_1(0，2)$，$P_2(3，3)$，$P_3(-3，0)$中，⊙O 的“倍点”是________；

（2）如图 2，图形 W 是中心在原点的正方形 $ABCD$，已知点 $A(-1，1)$，若点 $E(t，3)$ 是正方形 $ABCD$ 的“倍点”，求 t 的值；

（3）图形 W 是长为 2 的线段 MN，T 为 MN 的中点，若在半径为 6 的⊙O 上存在 MN 的“倍点”，直接写出满足条件的点 T 所构成的图形的面积．

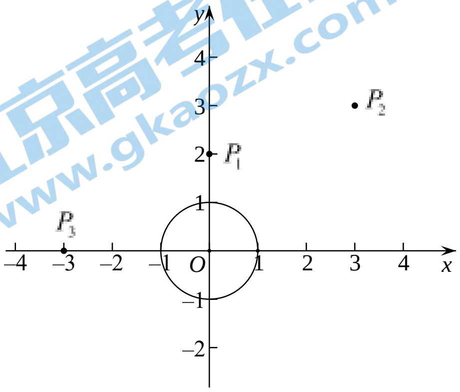


图 1

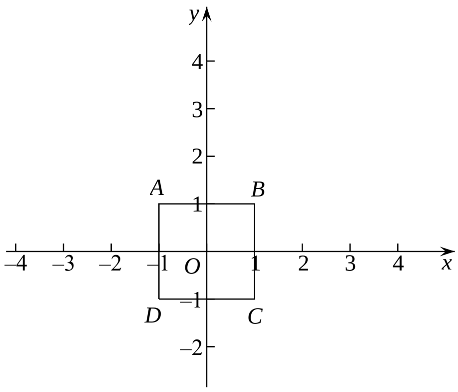


图 2

2022 北京海淀初三（上）期末数学

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	B	B	A	D	C

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．不唯一，例如 $y=-x$， $y=1-x^2$ 等

10． $\frac{3}{5}$

11． $<$

12． （2，2）

13． $k<1$

14． 70°

15．9.3

16． （1）1， （2）不唯一，A/A 或 B/A 均可

三、解答题（共 68 分，第 17-21 题，每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17． （本题满分 5 分）

解： $x^2-6x+9=1$

$(x-3)^2=1$

$x-3=\pm1$

$x_1=4$， $x_2=2$.

18． （本题满分 5 分）

解： $a(2a-7)+5 = 2a^2-7a+5$.

∵ a 是方程 $2x^2-7x-1=0$ 的根，

∴ $2a^2-7a-1=0$.

∴ $2a^2-7a=1$.

∴ 原式 = 6.

19． （本题满分 5 分）

（1）解：∵ 抛物线 $y=a(x-3)^2-1$ 经过点（2，1），

∴ $a-1=1$.

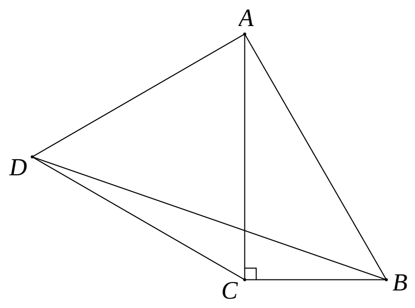
解得： $a=2$.

∴ 该抛物线的表达式为 $y=2(x-3)^2-1$.

（2）1.

20． （本题满分 5 分）

（1）如图所示:



（2）解：∵ $\angle ACB$=90°，$\angle BAC$=30°，BC=1，

∴ AB=2BC=2.

∴ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{3}$.

∵ 线段 CA 绕点 C 逆时针旋转 60°得到线段 CD，

∴ CA=CD 且$\angle ACD$=60°.

∴ △ACD 是等边三角形.

∴ AD=AC=$\sqrt{3}$，$\angle DAC$=60°.

∴ $\angle DAB$=$\angle DAC$+$\angle CAB$=90°.

∴ 在 Rt△ABD 中，$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{7}$.

21. （本题满分 5 分）

（1）经过半径外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线；

（2）$\dfrac{(\pi+1)r}{2}$，$\dfrac{(\pi-1)r}{2}$；

（3）πr^2 .

22. （本题满分 6 分）

（1）证明：依题意，得

$\Delta=(2-m)^2-4(1-m)=m^2-4m+4-4+4m=m^2$.

∵ $m^2\geq 0$，

∴ $\Delta\geq 0$.

∴ 该方程总有两个实数根.

（2）解：解方程，得 $x_1=-1$，$x_2=m-1$.

∵ $m<0$，

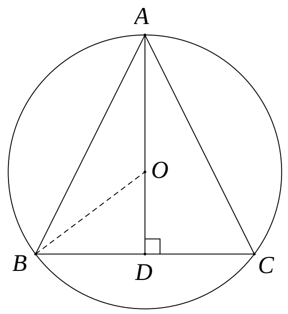
∴ $-1>m-1$.

∵该方程的两个实数根的差为 3，

∴ $-1-(m-1)=3$.

∴ $m=-3$.

23. （本题满分 5 分）



（1）证明：在⊙O 中，

∵ $OD\perp BC$ 于 D，

∴ $BD=CD$.

∴ AD 垂直平分 BC.

∴ $AB=AC$.

（2）解：连接 OB，

∵ $BC=8$，又由（1）得 $BD=CD$，

∴ $BD=\frac{1}{2}BC=4$.

∵ $OA=OB=5$，

∴ $OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=3$.

∴ $AD=AO+OD=8$.

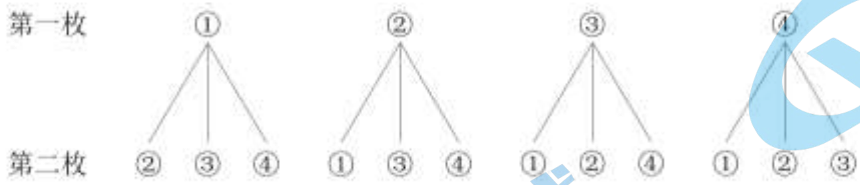
∴ $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=32$.

24. （本题满分 6 分）

（1）$\frac{1}{4}$；

（2）解：直接使用图中的序号代表四枚邮票.

方法一：由题意画出树状图



由树状图可知，所有可能出现的结果共有 12 种，即①②，①③，①④，②①，②③，②④，③①，③②，③④，④①，④②，④③，并且它们出现的可能性相等. 其中，恰好抽到“高山滑雪”和“自由式滑雪”（记为事件 A）的结果有 2 种，即②④或④②.

∴ $P(A)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

方法二：由题意列表

第二枚 第一枚	①	②	③	④
①		①②	①③	①④
②	②①		②③	②④
③	③①	③②		③④
④	④①	④②	④③	

由表可知，所有可能出现的结果共有 12 种，即①②，①③，①④，②①，②③，②④，③①，③②，③④，④①，④②，④③，并且它们出现的可能性相等. 其中，恰好抽到"高山滑雪"和"自由式滑雪"（记为事件 A）的结果有 2 种，即②④或④②.

∴ $P(A)=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$.

25. （本题满分 6 分）

（1）证明：

∵ C，A，D，F 在⊙O 上，$\angle CAF$=90°，

∴ $\angle D=\angle CAF$=90°.

∵ $AB\perp CE$，$BG\perp DF$，

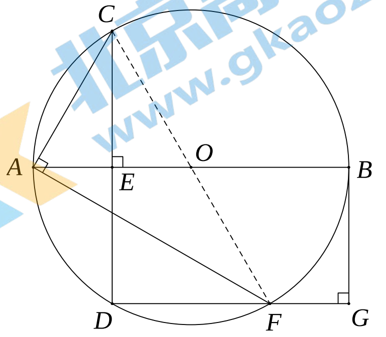
∴ $\angle BED=\angle G$=90°.

∴ 四边形 $BEDG$ 中，$\angle ABG$=90°.

∴ 半径 $OB\perp BG$.

∴ BG 是⊙O 的切线.

（2）解：连接 CF，



∵ $\angle CAF$=90°，

∴ CF 是⊙O 的直径.

∴ $OC=OF$.

∵ 直径 $AB\perp CD$ 于 E，

∴ $CE=DE$.

∴ OE 是△CDF 的中位线.

∴ $OE=\dfrac{1}{2}DF=2$.

∵ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，$\angle AFD$=30°，

∴ $\angle ACD=\angle AFD$=30°.

∴ $\angle CAE=90^\circ-\angle ACE=60^\circ$.

∵ $OA=OC$，

∴ △AOC 是等边三角形.

∵ $CE\perp AB$，

∴ E 为 AO 中点，

∴ $OA=2OE=4$，$OB=4$．

∴ $BE=BO+OE=6$．

∵ $\angle BED=\angle D=\angle G=90°$，

∴ 四边形 $BEDG$ 是矩形．

∴ $DG=BE=6$．

∴ $FG=DG-DF=2$．

26．（本题满分 6 分）

（1）解：依题意，

∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 过点（0，3），（4，3），

∴ 该抛物线的对称轴为直线 $x=2$．

（2）解：∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 对称轴为直线 $x=2$，

∴ $-\dfrac{b}{2a}=2$，即 $b=-4a$ ①．

∵ $m>0$，

∴ $2-m<2<2+2m$．

∵ $a>0$，抛物线开口向上，

∴ 当 $x=2$ 时，函数值在 $2-m\le x\le 2+2m$ 上取得最小值 -1．

即 $4a+2b+3=-1$ ②．

联立①②，解得 $a=1$，$b=-4$．

∴ 抛物线的表达式为 $y=x^2-4x+3$，即 $y=(x-2)^2-1$．

∵ $m>0$，

∴ 当 $2-m\le x\le 2$ 时，y 随 x 的增大而减小，当 $x=2-m$ 时取得最大值，

当 $2\le x\le 2+2m$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x=2+2m$ 时取得最大值，

∵对称轴为 $x=2$，

∴ $x=2-m$ 与 $x=2+m$ 时的函数值相等．

∵ $2<2+m<2+2m$，

∴ 当 $x=2+2m$ 时的函数值大于当 $x=2+m$ 时的函数值，即 $x=2-m$ 时的函数值．

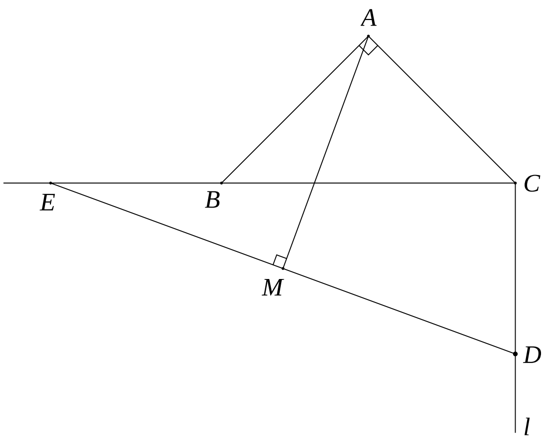
∴ 当 $x=2+2m$ 时，函数值在 $2-m\le x\le 2+2m$ 上取得最大值 3．

代入有 $4m^2-1=3$，舍去负解，得 $m=1$．

（3）存在，$n=1$．

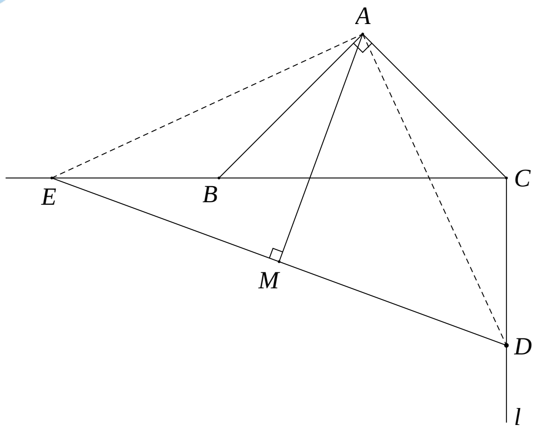
27．（本题满分 7 分）

（1）补全图形如下图，



DM 与 ME 之间的数量关系为 $DM=ME$.

证明：连接 AE，AD，



∵ $\angle BAC=90°$，$AB=AC$，

∴ $\angle ABC=\angle ACB=45°$.

∴ $\angle ABE=180°-\angle ABC=135°$.

∵ 由旋转，$\angle BCD=90°$，

∴ $\angle ACD=\angle ACB+\angle BCD=135°$.

∴ $\angle ABE=\angle ACD$.

∵ $AB=AC$，$BE=CD$，

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACD$.

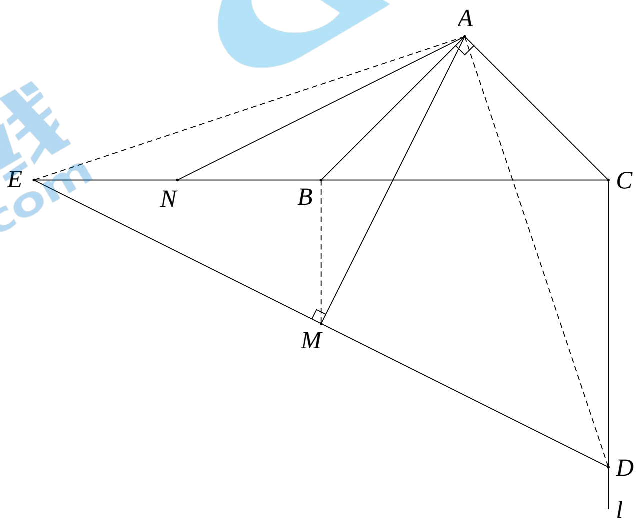
∴ $AE=AD$.

∵ $AM\perp DE$ 于 M，

∴ $DM=EM$.

（2）$CD=\sqrt{2}$

证明：连接 AD，AE，BM.



∵ $AB=AC=1$，$\angle BAC=90°$，

∴ $BC=\sqrt{2}$.

∵ $BE=CD=\sqrt{2}$，

∴ $BE=BC$.

∵ 由（1）得 $DM=EM$，

∴ BM 是$\triangle CDE$ 的中位线.

∴ $BM=\frac{1}{2}CD$，$BM \parallel CD$.

∴ $\angle EBM=\angle ECD=90°$.

∵ $\angle ABE=135°$，

∴ $\angle ABM=135°=\angle ABE$.

∵ N 为 BE 中点，

∴ $BN=\frac{1}{2}BE=\frac{1}{2}CD$.

∴ $BM=BN$.

∵ $AB=AB$，

∴ $\triangle ABN \cong \triangle ABM$.

∴ $AN=AM$.

∵ 由（1），$\triangle ABE \cong \triangle ACD$，

∴ $\angle EAB=\angle DAC$，$AD=AE$.

∵ $\angle BAC=\angle DAC+\angle DAB=90°$，

∴ $\angle EAD=90°$.

∵ $DM=EM$，

∴ $AM=\frac{1}{2}DE$.

∴ $AN=\frac{1}{2}DE$.

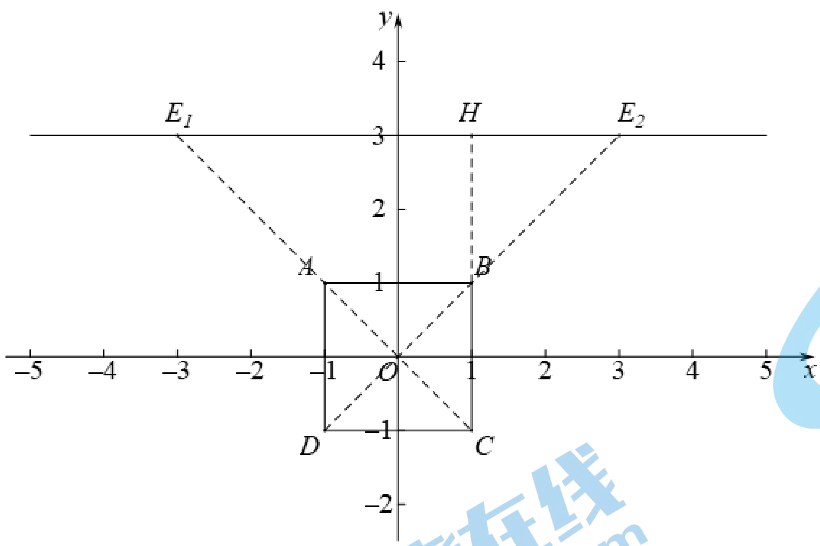
28．（本题满分 7 分）

（1）① 2；

② P_3；

（2）解：如图所示，正方形 $ABCD$ 上的任意两点间距离的最大值为 $2\sqrt{2}$.

依题意，若点 E（t，3）是正方形 $ABCD$ 的“倍点”，则点 E 到 $ABCD$ 上的点的最大距离恰好为 $4\sqrt{2}$.



当 $t<0$ 时，点 E 到 $ABCD$ 上的点的最大距离为 EC 的长. 取点 H（1，3），则 $CH\perp EH$ 且 $CH=4$，此时可求得 $EH=4$，从而点 E 的坐标为 $E_1(-3,3)$，即 $t=-3$；

当 $t>0$ 时，点 E 到 $ABCD$ 上的点的最大距离为 ED 的长.由对称性可得点 E 的坐标为 $E_2(3,3)$，即 $t=3$.

当 $t=0$ 时，显然不符合题意.

综上，t 的值为 3 或 -3.

（3）$24\sqrt{15}\pi$.

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了**【2022 年 1 月北京各区各年级期末试题&答案汇总】**专题，及时更新最新试题及答案。

通过**【北京高考资讯】公众号**，**对话框回复【期末】**或者**底部栏目<试题下载→期末试题>**，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！