

丰台区 2016 ~ 2017 学年度第一学期期末练习

高三数学 (文科)

2017.01

(本试卷满分共 150 分, 考试时间 120 分钟)

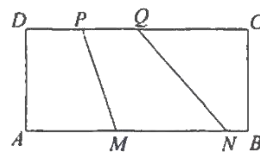
注意事项:

1. 答题前, 考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的准考证号、姓名, 在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。
2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑, 如需改动, 用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写, 要求字体工整、字迹清楚。
3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试卷、草稿纸上答题无效。
4. 请保持答题卡卡面清洁, 不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbb{Z} | (x+2)(x-1) < 0\}$ ,  $B = \{-2, -1\}$ , 那么  $A \cup B$  等于  
(A)  $\{-1\}$  (B)  $\{-2, -1\}$  (C)  $\{-2, -1, 0\}$  (D)  $\{-2, -1, 0, 1\}$
2. 如果  $a > b > 0$ , 那么下列不等式一定成立的是  
(A)  $|a| < |b|$  (B)  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  (C)  $(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b$  (D)  $\ln a > \ln b$
3. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB = 2AD = 4$ ,  $MN = 2PQ = 2$ , 向该矩形内随机投一质点, 则质点落在四边形  $MNPQ$  内的概率为  
(A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{3}{8}$   
(C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$
4. 已知直线  $m$ ,  $n$  和平面  $\alpha$ , 如果  $n \subset \alpha$ , 那么“ $m \perp n$ ”是“ $m \perp \alpha$ ”的  
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件



高三数学 (文科) 第 1 页 (共 6 页)

5. 平面向量  $a = (x, 1)$ ,  $b = (1, y)$ ,  $c = (2, -4)$ , 如果  $b \parallel c$ , 且  $a \perp (b - c)$ , 那么实数  $x$ ,  $y$  的值分别是

- (A) 2, -2      (B) -2, -2      (C)  $\frac{1}{2}, 2$       (D)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

6. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = \frac{\pi}{4}$ ,  $AB = 2$ ,  $AC = \sqrt{6}$ , 则  $\cos B$  的值为

- (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       (C)  $\frac{1}{2}$  或  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       (D)  $\frac{1}{2}$  或  $-\frac{1}{2}$

7. 学校计划在周一至周四的艺术节上展演《雷雨》、《茶馆》、《天籁》和《马蹄声碎》四部话剧, 每天一部. 受多种因素影响, 话剧《雷雨》不能在周一和周四上演; 《茶馆》不能在周一和周三上演; 《天籁》不能在周三和周四上演; 《马蹄声碎》不能在周一和周四上演. 那么下列说法正确的是

- (A) 《雷雨》只能在周二上演  
(B) 《茶馆》可能在周二或周四上演  
(C) 周三可能上演《雷雨》或《马蹄声碎》  
(D) 四部话剧都有可能在周二上演

8. 已知函数  $f(x) = \ln(x+a) - \sin x$ . 给出下列命题:

- ① 当  $a = 0$  时,  $\forall x \in (0, e)$ , 都有  $f(x) < 0$ ;  
② 当  $a \geq e$  时,  $\forall x \in (0, +\infty)$ , 都有  $f(x) > 0$ ;  
③ 当  $a = 1$  时,  $\exists x_0 \in (2, +\infty)$ , 使得  $f(x_0) = 0$ .

其中真命题的个数是

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3

## 第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

9. 设  $i$  是虚数单位, 则复数  $\frac{2}{1-i} =$  \_\_\_\_\_.

10. 设双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1 (a > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在双曲线  $C$  上,

如果  $|PF_1| - |PF_2| = 10$ , 那么该双曲线的渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

11. 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0, \\ 2x+y-2 \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则  $z=2x-y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

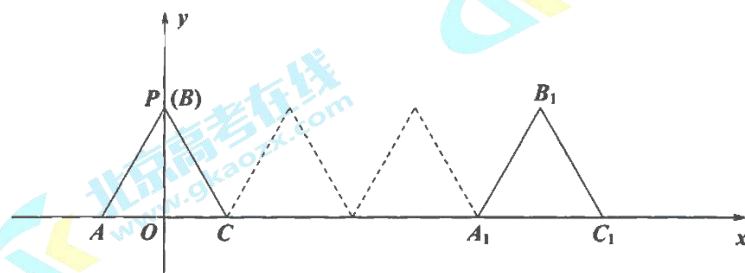
12. 已知过点  $P(1, 0)$  的直线  $l$  交圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  于  $A, B$  两点,  $|AB| = \sqrt{2}$ , 则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_.

13. 中国历法推测遵循以测为辅、以算为主的原则. 例如《周髀算经》和《易经》里对二十四节气的晷影长的记录中, 冬至和夏至的晷影长是实测得到的, 其它节气的晷影长则是按照等差数列的规律计算得出的. 下表为《周髀算经》对二十四节气晷影长的记录, 其中  $115.1\frac{4}{6}$  寸表示  $115$  寸  $1\frac{4}{6}$  分 (1 寸=10 分).

节气	冬至	小寒 (大雪)	大寒 (小雪)	立春 (立冬)	雨水 (霜降)	惊蛰 (寒露)	春分 (秋分)	清明 (白露)	谷雨 (处暑)	立夏 (立秋)	小满 (大暑)	芒种 (小暑)	夏至
晷影长 (寸)	135.0	$125.\frac{5}{6}$	$115.1\frac{4}{6}$	$105.2\frac{3}{6}$	$95.3\frac{2}{6}$	$85.4\frac{2}{6}$	75.5	$66.5\frac{5}{6}$	$55.6\frac{4}{6}$	$45.7\frac{3}{6}$	$35.8\frac{2}{6}$	$25.9\frac{1}{6}$	16.0

已知《易经》中记录的冬至晷影长为 130.0 寸, 夏至晷影长为 14.8 寸, 那么《易经》中所记录的惊蛰的晷影长应为\_\_\_\_\_寸.

14. 如图, 边长为 2 的正三角形  $ABC$  放置在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $AC$  在  $x$  轴上, 顶点  $B$  与  $y$  轴上的定点  $P$  重合. 将正三角形  $ABC$  沿  $x$  轴正方向滚动, 即先以顶点  $C$  为旋转中心顺时针旋转, 当顶点  $B$  落在  $x$  轴上时, 再以顶点  $B$  为旋转中心顺时针旋转, 如此继续. 当  $\triangle ABC$  滚动到  $\triangle A_1B_1C_1$  时, 顶点  $B$  运动轨迹的长度为\_\_\_\_\_; 在滚动过程中,  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$  的最大值为\_\_\_\_\_.



三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (本小题共 13 分)

已知函数  $f(x) = \sin x(\cos x - \sqrt{3}\sin x)$ .

(I) 求  $f(\frac{\pi}{6})$  的值;

(II) 求函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最值.

16. (本小题共 13 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_4 - a_2 = 4$ ,  $a_3 = 8$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = (\sqrt{2})^{a_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前 8 项和.

17. (本小题共 14 分)

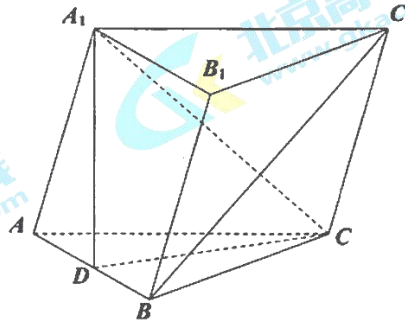
如图，三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $AC = BC$ ,  $AB = AA_1$ ,  $\angle A_1AB = 60^\circ$ ,  $D$  是  $AB$  的中点.

(I) 求证:  $BC_1 \parallel$  平面  $A_1CD$ ;

(II) 求证:  $AB \perp$  平面  $A_1CD$ ;

(III) 若  $AB = AC = 2$ ,  $A_1C = \sqrt{6}$ ,

求三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的体积.



18. (本小题共 13 分)

近几年，“互联网+”已经影响了多个行业，在线教育作为现代信息技术同教育相结合的产物，也引发了教育领域的变革。目前在线教育主要包括在线测评、在线课堂、自主学习、线下延伸四种模式。为了解学生参与在线教育情况，某区从 2000 名高一学生中随机抽取了 200 名学生，对他们参与的在线教育模式进行调查，其调查结果整理如下：(其中标记“√”表示参与了该项在线教育模式)。

教育模式 人数(人)	在线测评	在线课堂	自主学习	线下延伸
25	√	√		√
45		√		
40	√	√		
30	√		√	√
40		√		√
20	√		√	

(I) 试估计该区高一学生中参与在线课堂教育模式的人数；

(II) 在样本中用分层抽样的方法从参与自主学习的学生中抽取 5 人，现从这 5 人中随机抽取 2 人，求这 2 人都参与线下延伸教育模式的概率。

19. (本小题共 13 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(1, 0)$ ，离心率为  $\frac{1}{2}$ 。

(I) 求椭圆  $C$  的方程；

(II) 过  $F$  且斜率为 1 的直线交椭圆于  $M, N$  两点， $P$  是直线  $x=4$  上任意一点。

求证：直线  $PM, PF, PN$  的斜率成等差数列。

20. (本小题共 14 分)

已知函数  $f(x) = x^3 - 3ax$  ( $a \in \mathbf{R}$ ).

(I) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;

(II) 若函数  $f(x)$  在区间  $(-1, 2)$  上仅有一个极值点, 求实数  $a$  的取值范围;

(III) 若  $a > 1$ , 且方程  $f(x) = a - x$  在区间  $[-a, 0]$  上有两个不相等的实数根, 求实数  $a$  的最小值.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)



扫描二维码, 关注北京高考官方微信!

查看更多北京高考相关资讯!