

## 2018 北京朝阳区高二（上）期末

### 数 学（理）

2018.1

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 命题“ $\forall x \in R, x + \sin x > 0$ ”的否定是

A.  $\forall x \in R, x + \sin x \leq 0$     B.  $\exists x_0 \in R, x_0 + \sin x_0 \leq 0$

C.  $\exists x_0 \in R, x_0 + \sin x_0 > 0$     D.  $\forall x \in R, x + \sin x \geq 0$

2. 设  $m, n$  是两条不同直线， $\alpha, \beta, \gamma$  是三个不同平面，则下列命题为假命题的是

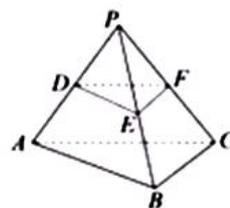
A. 若  $\alpha // \beta, m \perp \alpha, n // \beta$ , 则  $m \perp n$     B. 若  $\alpha \perp \beta, \alpha \perp \gamma$ , 则  $\beta // \gamma$

C. 若  $\alpha // \beta, m \subset \alpha$ , 则  $m // \beta$     D. 若  $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n \perp \beta$ , 则  $m \perp n$

3. “ $a = 3$ ”是“直线  $x - y + 4 = 0$  与圆  $(x - a)^2 + (y - 3)^2 = 8$  相切”的

A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件    D. 既不充分也不必要条件

4. 如图，在三棱锥  $P-ABC$  中， $D, E, F$  分别是侧棱



(第4题图)

$PA, PB, PC$  的中点，给出下列三个结论：

①  $BC //$  平面  $DEF$ ；② 平面  $DEF //$  平面  $ABC$ ；  
③ 三棱锥  $P-DEF$  与三棱锥  $P-ABC$  的体积比为 1:4.

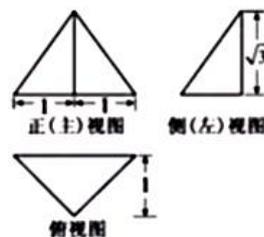
其中正确的个数是

A. 0    B. 2    C. 2    D. 3

5. 已知圆  $O_1: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 1$ ，圆  $O_2: (x - 1)^2 + y^2 = 4$ ，则两圆的位置关系为

A. 外离    B. 外切    C. 相交    D. 内切

6. 已知如图为某三棱锥的三视图，则该三棱锥的表面积为



(第6题图)

A.  $1 + \sqrt{3} + \sqrt{7}$     B.  $2\sqrt{3} + \sqrt{6}$

C.  $\sqrt{3} + \sqrt{7}$     D.  $\sqrt{3} + \sqrt{6}$

7. 设  $F$  是抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点， $P$  是抛物线  $C$  上一点，点  $M$  在抛物线  $C$  准线上，若  $\overline{FM} = 4\overline{FP}$ ，则直线  $FP$  的方程为

A.  $y = \pm 2\sqrt{2}(x - 2)$     B.  $y = \pm 2\sqrt{3}(x - 2)$

C.  $y = \pm\sqrt{3}(x-2)$      D.  $y = \pm\sqrt{15}(x-2)$

8. 已知点  $P(-1,0)$ ，过点  $Q(1,0)$  作直线  $2ax + (a+b)y + 2b = 0$  ( $a, b$  不同时为 0) 的垂线，垂足为  $H$ ，则  $|PH|$  的最小值为

A.  $\sqrt{5}$      B.  $\sqrt{5}-1$      C. 1     D.  $\sqrt{2}$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 在空间直角坐标系  $O-xyz$  中，点  $P(1,2,3)$  关于平面  $xOz$  对称的点的坐标为\_\_\_\_\_.

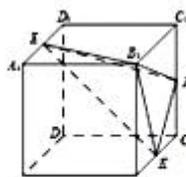
10. 若直线  $3x - 4y + 5 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) 相交于  $A, B$  两点， $O$  为坐标原点，且  $\angle AOB = 120^\circ$ ，则  $r$  的值为\_\_\_\_\_.

11. 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一个焦点为  $F$ ，虚轴的一个端点为  $B$ ，如果直线  $FB$  与该双曲线的一条渐近线垂直，那么此双曲线的离心率为\_\_\_\_\_.

12. 如图，已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1，

$E, F, K$  分别为棱  $A_1D_1, CC_1, BC$  的中点，则三棱锥

$K - EFB_1$  的体积为\_\_\_\_\_.



(第 12 题图)

13. 已知平面内圆心为  $M$  的圆的方程为  $(x-3)^2 + y^2 = 16$ ， $P$  点是圆上的动点，点  $A$  是平面内任意一点，若线段  $PA$  的垂直平分线交直线  $PM$  于点  $Q$ ，则点  $Q$  的轨迹可能是\_\_\_\_\_。(请将下列符合条件的序号都填入横线上)

- ①椭圆； ②双曲线； ③抛物线； ④圆； ⑤直线； ⑥一个点.

14. 设平面内到点  $(1,0)$  和直线  $x = -1$  的距离相等的点的轨迹为曲线  $C$ ，则曲线  $C$  的方程为\_\_\_\_\_；若直线  $l$  与曲线  $C$

交于不同两点  $P, Q$ ，与  $(x-3)^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) 圆相切于点  $T$ ，且  $T$  为线段  $PQ$  的中点.  $r$  在变化的过程中，满足条件的直线  $l$  有  $n$  条，则  $n$  的所有可能值为\_\_\_\_\_.

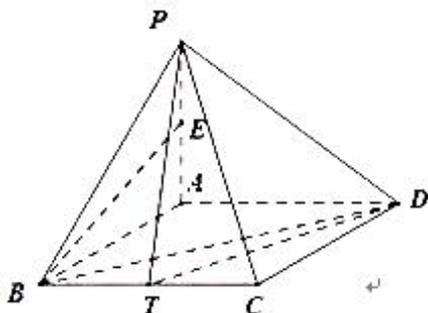
三、解答题共 4 小题，共 50 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(15) (本小题满分 11 分)

如图，在四棱锥  $P - ABCD$  中，四边形  $ABCD$  是菱形， $PA \perp$  底面  $ABCD$ 。

(I) 求证： $CP \perp BD$ ；

(II) 若  $E, T$  为  $PA, BC$  中点，求证： $BE \parallel$  平面  $PDT$ 。



(16) (本小题满分 11 分)

在平面直角坐标系中, 设动点到两定点  $M(-2,0), N(1,0)$  的距离的比值为 2 的轨迹为曲线  $C$ .

(I) 求曲线  $C$  的方程;

(II) 若直线  $l$  过点  $M$ , 且点  $N$  到直线  $l$  的距离为 1, 求直线  $l$  的方程, 并判断直线  $l$  与曲线  $C$  的位置关系.

(17) (本小题满分 14 分)

如图 1, 在  $\triangle MBC$  中,  $BM = 2BC = 4, BM \perp BC, A, D$  分别为  $BM, MC$  的中点. 将  $\triangle MAD$  沿  $AD$  翻折到  $\triangle PAD$  的位置, 使  $\angle PAB = 90^\circ$ , 如图 2, 连接  $PB, PC$

(I) 求证: 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ;

(II) 若  $E$  为  $PC$  中点, 求直线  $DE$  与平面  $PBD$  所成角的正弦值;

(III) 线段  $PC$  上是否存在一点  $G$ , 使二面角  $G-AD-P$  的余弦值为  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ? 若存在, 求出  $\frac{PG}{PC}$  的值; 若不存在, 请说明理由.

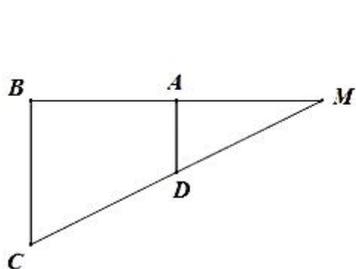


图1

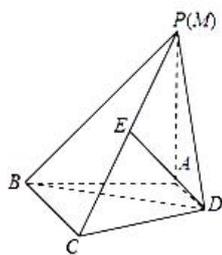


图2

(18) (本小题满分 14 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(1,0)$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . 过定点  $P(0,2)$  的直线  $l$  交椭圆  $C$  于不同的

两点  $A, B$  (点  $B$  在  $A, P$  之间)

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 若  $\overrightarrow{PB} = \lambda \overrightarrow{PA}$ , 求实数  $\lambda$  的取值范围;

(III) 若  $BO$  射线交椭圆  $C$  于点  $M$  ( $O$  为坐标原点), 求面积  $\Delta ABM$  的最大值.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线\_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

## 北京高考资讯

### 关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980