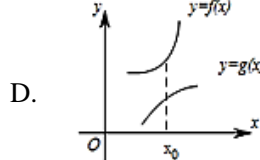
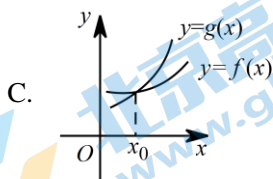
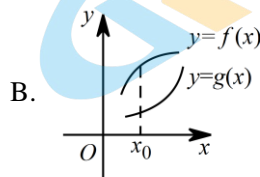
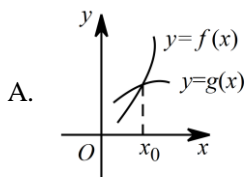
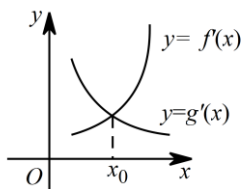


2021-2022 学年度高二下期期中数学试卷

一、选择题 (共 10 小题; 共 40 分)

- 若一个数列的前三项依次为 6, 18, 54, 则此数列的一个通项公式为 ()
 A. $a_n = 4n - 2$ B. $a_n = 2n + 4$ C. $a_n = 2 \times 3^n$ D. $a_n = 3 \times 2^n$
- 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 1$, 则 a_8 的值为 ()
 A. 15 B. 16 C. 17 D. 18
- 设 10 件产品中有 3 件次品, 现从中抽取 5 件, 则 $\frac{C_3^2 C_7^3}{C_{10}^5}$ 表示 ()
 A. 5 件产品中有 3 件次品的概率
 B. 5 件产品中有 2 件次品的概率
 C. 5 件产品中有 2 件正品的概率
 D. 5 件产品中至少有 2 件次品的概率
- 将一枚均匀硬币随机掷 3 次, 恰好出现 2 次正面向上的概率为 ()
 A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{2}$
- 设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi = i) = a \left(\frac{1}{3}\right)^i$, $i = 1, 2, 3$, 则 a 的值为 ()
 A. 1 B. $\frac{9}{13}$ C. $\frac{27}{13}$ D. $\frac{11}{13}$
- 如图是函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的导函数的图象, 那么 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的图象可能是 ()



- 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n}$ ($n \in \mathbf{N}_+$), 则该数列的前 2022 项的乘积是 ()
 A. -6 B. -3 C. 2 D. 1

8. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则“ $a_2 < a_4$ ”是“ $\{a_n\}$ 是递增数列”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
9. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_8 = 4$, 若函数 $f(x) = x(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_8)$, 则 $f'(0) =$ ()
- A. 2^6 B. 2^9 C. 2^{12} D. 2^{15}
10. 若三个非零且互不相等的实数 x_1, x_2, x_3 成等差数列且满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{x_3}$, 则称 x_1, x_2, x_3 成“ β 等差数列”. 已知集合 $M = \{x \mid |x| \leq 100, x \in \mathbf{Z}\}$, 则由 M 中的三个元素组成的所有数列中“ β 等差数列”的个数为 ()
- A. 25 B. 50 C. 51 D. 100

二、填空题 (共 5 小题; 共 25 分)

11. 已知函数 $f(x) = x^2 - 4x + 2$, 且 $f'(x_0) = 2$, 那么 x_0 的值为_____.
12. 已知等差数列 $\{a_n\}$, $a_1 = -4, a_8 = -18$, 则 $S_8 =$ _____.
13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $3a_3 = 2a_4$ 且 $a_2 = 2$, 则 $a_1 =$ _____.
14. 数学老师从 6 道习题中随机抽 3 道让同学检测, 规定至少要解答正确 2 道题才能及格. 某同学只能求解其中的 4 道题, 则他能及格的概率是_____.
15. 有 n 名同学在玩一个数字哈哈镜游戏, 这些同学编号依次为: $1, 2, \dots, n$, 在游戏中, 除规定第 k 位同学看到的像用数对 (p, q) ($p < q$) (其中 $q - p = k$) 表示外, 还规定: 若编号为 k 的同学看到的像为 (p, q) , 则编号为 $k+1$ 的同学看到的像为 (q, r) , ($p, q, r \in \mathbf{N}^*$), 已知编号为 1 的同学看到的像为 $(4, 5)$, 则编号为 5 的同学看到的像是_____, 编号为 n 的同学看到的像为_____.

三、解答题 (共 6 小题; 共 85 分)

16. 已知函数 $y = x \ln x$.
- (1) 求这个函数的导数;
- (2) 求这个函数的图象在点 $x = 1$ 处的切线方程.
17. 已知数列 $\{a_n\}$, 其前 n 项和为 S_n , 满足_____.
- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 通项公式;
- (II) 当 $S_n \leq 100$ 时, 求 n 的最大值.
- 请你从① $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 4$; ② $S_n = 2a_n - 1$; ③ $a_1 = 1, a_{n+1} + a_n = 2$ 中选择一个, 补充在上面的问题中并作答.
18. 在某年级的联欢会上设计一个摸奖游戏, 在一个口袋中装有 4 个红球和 4 个白球, 这些球除颜色外完全相同, 一次从中摸出 3 个球, X 表示摸出红球的个数.
- (1) 求 X 的分布列; (用数字作答)
- (2) 至少摸到 2 个红球就中奖, 求中奖的概率. (用数字作答)

19. 某种水果按照果径大小可分为四类：标准果、优质果、精品果、礼品果。某采购商从采购的一批水果中随机抽取 100 个，利用水果的等级分类标准得到的数据如下：

| 等级 | 标准果 | 优质果 | 精品果 | 礼品果 |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 个数 | 10 | 30 | 40 | 20 |

- (1) 若将频率视为概率，从这 100 个水果中有放回地随机抽取 4 个，求恰好有 2 个水果是礼品果的概率；（结果用分数表示）
- (2) 用样本估计总体，果园老板提出两种购销方案给采购商参考。

方案 1：不分类卖出，售价为 20 元/kg，

方案 2：分类卖出，分类后的水果售价如下，

| 等级 | 标准果 | 优质果 | 精品果 | 礼品果 |
|----------|-----|-----|-----|-----|
| 售价(元/kg) | 16 | 18 | 22 | 24 |

从采购商的角度考虑，应该采用哪种方案？

- (3) 用分层随机抽样的方法从这 100 个水果中抽取 10 个，再从抽取的 10 个水果中随机抽取 3 个， X 表示抽取的是精品果的数量，求 X 的分布列及数学期望。

20. 设函数 $f(x) = ax + \frac{1}{x+b}$ ($a, b \in \mathbf{Z}$)，曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = 3$ 。

- (1) 求 $y = f(x)$ 的解析式；
- (2) 证明曲线 $y = f(x)$ 上任一点处的切线与直线 $x = 1$ 和直线 $y = x$ 所围成的三角形的面积为定值。

21. 已知项数为 m ($m \in \mathbf{N}^*, m \geq 2$) 的数列 $\{a_n\}$ 满足条件：

① $a_n \in \mathbf{N}^* (n = 1, 2, \dots, m)$;

② $a_1 < a_2 < \dots < a_m$.

若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_m) - a_n}{m-1} \in \mathbf{N}^* (n = 1, 2, \dots, m)$ ，则称 $\{b_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的“关联数列”。

- (1) 数列 1, 5, 9, 13, 17 是否存在“关联数列”？若存在，写出其“关联数列”；若不存在，请说明理由；
- (2) 若数列 $\{a_n\}$ 存在“关联数列” $\{b_n\}$ ，证明： $a_{n+1} - a_n \geq m - 1 (n = 1, 2, \dots, m - 1)$ ；
- (3) 已知数列 $\{a_n\}$ 存在“关联数列” $\{b_n\}$ ，且 $a_1 = 1$ ， $a_m = 2049$ ，求数列 $\{a_n\}$ 项数的最小值与最大值。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018