成都七中高2020届一诊模拟

数　　学（理工农医类）

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分,考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

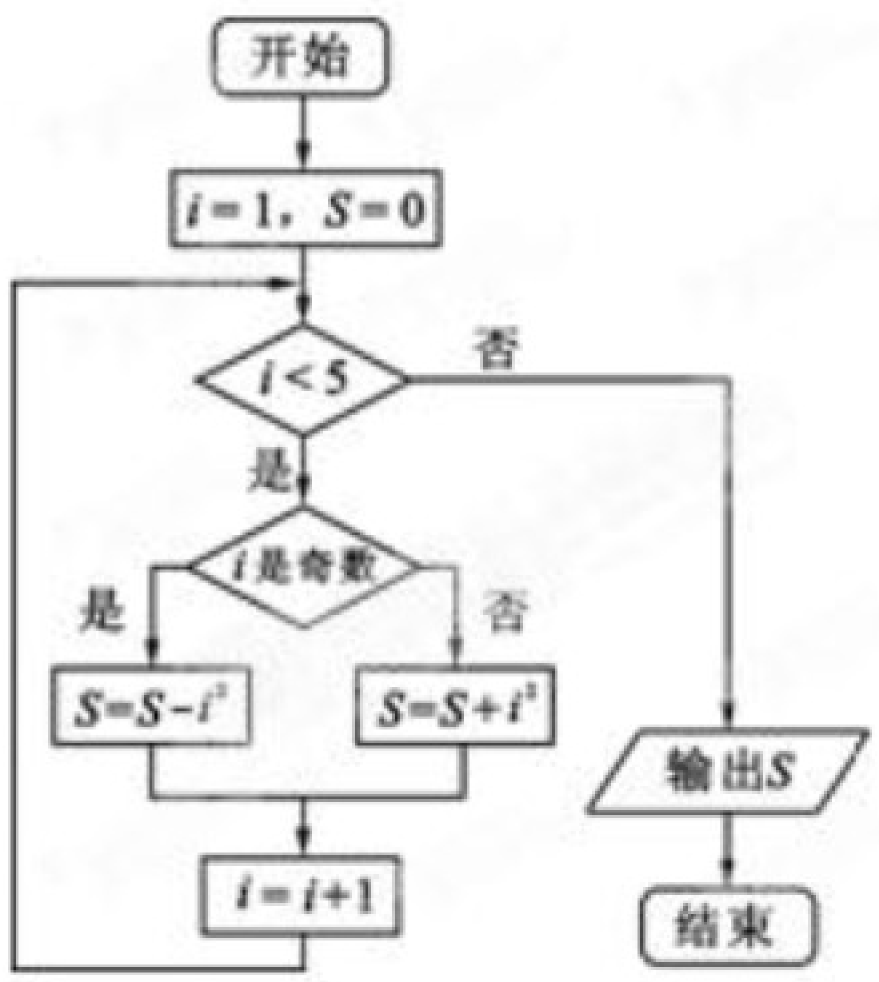
一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1、复数$z=a+bi(a,b\in R)$的虚部记作$\mathrm{Im}(z)=b$，则$\mathrm{Im}(\frac{3+i}{1+i})$=(　　)

(A)-1　(B)0　(C)1　(D)2

2、执行如图所示的程序框图，输出的S值为(　　)

(A)3　(B)-6　(C)10　(D)-15



3、关于函数$f(x)=|\tan x|$的性质，下列叙述不正确的是(　)

(A)　$f(x)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$

(B)　$f(x)$是偶函数

(C)　$f(x)$的图象关于直线$x=\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$对称

(D)　$f(x)$在每一个区间$(k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}),k\in Z$内单调递增

4、已知$a>0,b>0$，则“$a\le 1$且$b\le 1$”是“$a+b\le 2$且$ab\le 1$”的（　　）

(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

5、如果$\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x^2}\right)^n$的展开式中含有常数项，则正整数$n$的最小值是（　）

(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

6、在约束条件:$\begin{cases}x\le 1,\\ y\le 2,\\ x+y-1\ge 0\end{cases}$下，目标函数$z=ax+by$（$a>0,b>0$）的最大值为1，则$ab$的最大值等于(　　)

(A)$\frac{1}{2}$　(B)$\frac{3}{8}$　(C)$\frac{1}{4}$　(D)$\frac{1}{8}$

7、由正数组成的等比数列$\{a_n\}$，S_n为其前n项和。若$a_2a_4=1$，$S_3=7$，则S_5等于（　）

(A)$\frac{15}{2}$　(B)$\frac{31}{4}$　(C)$\frac{33}{4}$　(D)$\frac{17}{2}$

8、用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成没有重复数字的四位数，其中个位、十位和百位上的数字之和为偶数的四位数共有(　　)

(A) 288 个　(B) 306 个　(C) 324 个　(D) 342 个

9、已知函数 $f(x)$ 对 $\forall x\in R$ 都有 $f(x)=f(4-x)$，且其导函数 $f'(x)$ 满足当 $x\neq 2$ 时 $(x-2)f'(x)>0$，则当 $2<a<4$ 时，有(　　)

(A) $f(2^a)<f(2)<f(\log_2 a)$　(B) $f(\log_2 a)<f(2)<f(2^a)$

(C) $f(\log_2 a)<f(2^a)<f(2)$　(D) $f(2)<f(\log_2 a)<f(2^a)$

10、对圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 上任意一点 $P(x,y)$，$|3x-4y-9|+|3x-4y+a|$ 都与 x,y 无关，则 a 的取值区间为(　　)

(A) $[6,+\infty)$　(B) $[-4,6]$　(C) $(-4,6)$　(D) $(-\infty,-4]$

11、若 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2|\vec{c}|=2$，则 $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{c}-\vec{b})$ 的最大值为(　　)

(A) 10　(B) 12　(C) $5\sqrt{3}$　(D) $6\sqrt{2}$

12、点 M 是棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中棱 AB 的中点，$\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NC_1}$，动点 P 在正方形 AA_1DD_1（包括边界）内运动，且 $PB_1 /\!/$ 面 DMN，则 PC 的长度范围为(　　)

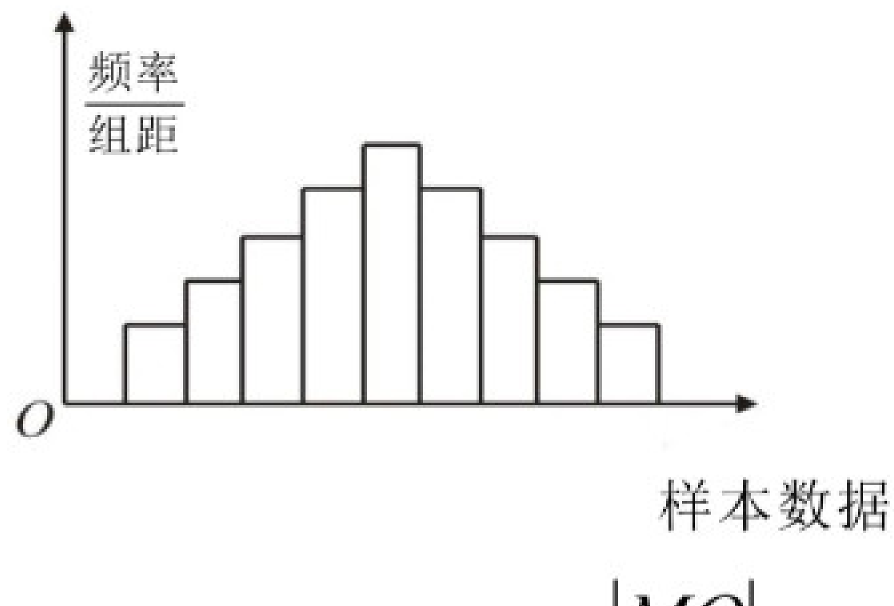
(A) $[\sqrt{13},\sqrt{19}]$　(B) $[\frac{3\sqrt{35}}{5},\sqrt{19}]$　(C) $[2\sqrt{3},\sqrt{19}]$　(D) $[\frac{3\sqrt{39}}{5},\sqrt{19}]$

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡相应位置上)

13、命题“$\forall x\in N, x^2>1$”的否定是______________

14、在样本的频率分布直方图中，共有 9 个小长方形，若第一个长方形的面积为 0.02, 前五个与后五个长方形的面积分别成等差数列，且公差互为相反数，若样本容量为 1600，则中间一组（即第五组）的频数为_______.



15、设 O,F 分别是抛物线 $y^2=2x$ 的顶点和焦点，M 是抛物线上的动点，则 $\frac{|MO|}{|MF|}$ 的最大值为________.

16、若实数 $a,b\in(0,1)$ 且 $ab=\frac{1}{4}$，则 $\frac{1}{1-a}+\frac{2}{1-b}$ 的最小值为_______

三、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17、设ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$c=3$，且$\sin(C-\dfrac{\pi}{6})\cdot\cos C=\dfrac{1}{4}$.

（1）求角C的大小；

（2）若向量$\vec{m}=(1,\sin A)$与$\vec{n}=(2,\sin B)$共线，求a,b的值.

18、学校为了解高二学生每天自主学习中国古典文学的时间，随机抽取了高二男生和女生各50名进行问卷调查，其中每天自主学习中国古典文学的时间超过3小时的学生称为“古文迷”，否则为“非古文迷”，调查结果如下表：

	古文迷	非古文迷	合计
男生	26	24	50
女生	30	20	50
合计	56	44	100

（1）根据上表数据判断能否有60%的把握认为“古文迷”与性别有关？

（2）现从调查的女生中按分层抽样的方法抽出5人进行理科学习时间的调查，求所抽取的5人中“古文迷”和“非古文迷”的人数；

（3）现从（2）中所抽取的5人中再抽取3人进行体育锻炼时间的调查，记这3人中“古文迷”的人数为ξ，求随机变量ξ的分布列与数学期望。

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中$n=a+b+c+d$

参考数据：

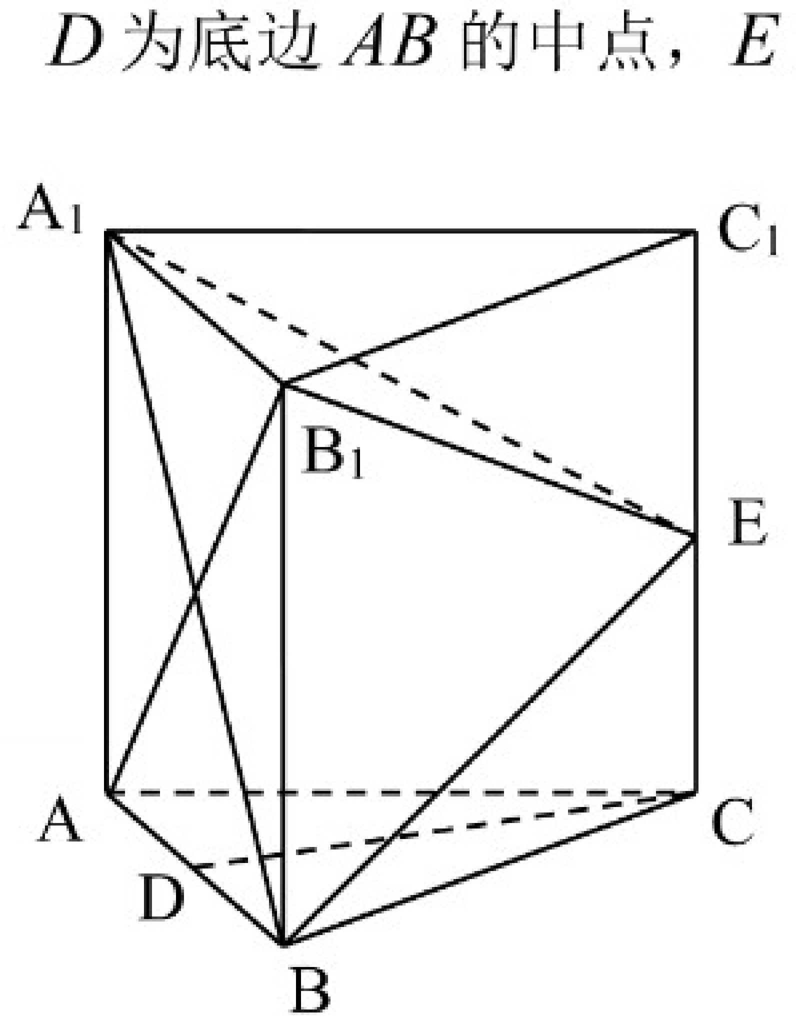
$P(K^2\geq k_0)$	0.500	0.400	0.250	0.050	0.025	0.010
k_0	0.455	0.708	1.321	3.841	5.024	6.635

19、如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，每个侧面均为正方形，D为底边AB的中点，E为侧棱CC_1的中点.

（Ⅰ）求证：CD // 平面A_1EB；

（Ⅱ）求证：$AB_1\perp$平面A_1EB；

（Ⅲ）求直线B_1E与平面AA_1C_1C所成角的正弦值.



20、已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点分别为$F_1(-\sqrt{2},0)$，$F_2(\sqrt{2},0)$，以椭圆短轴为直径的圆经过点$M(1,0)$.

(1)求椭圆C的方程;

(2)过点M的直线l与椭圆C相交于A,B两点,设点$N(3,2)$，记直线AN,BN的斜率分别为k_1,k_2，问：k_1+k_2是否为定值？并证明你的结论.

21、已知函数$f(x)=tx+\ln x(t\in R)$

（1）当$t=-1$时，证明：$f(x)\le -1$

（2）若对于定义域内任意x，$f(x)\le x\cdot e^{2x}-1$恒成立，求t的范围？

请考生在第22、23两题中任选一题作答。注意：只能做选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分

22（本小题满分10分）．选修4-4：坐标系与参数方程

在极坐标系下，已知圆$O:\rho=\cos\theta+\sin\theta$和直线$l:\rho\sin(\theta-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$(\rho\ge 0,0\le\theta\le 2\pi)$

（1）求圆O和直线l的直角坐标方程;

（2）当$\theta\in(0,\pi)$时，求圆O和直线l的公共点的极坐标.

23（本小题满分10分）．选修4-5：不等式选讲

已知函数$f(x)=|2x+3|+|2x-1|$.

（1）求不等式$f(x)\le 5$的解集;

（2）若关于x的不等式$f(x)<|m-1|$的解集非空，求实数m的取值范围.

成都七中高2020届一诊数学模拟答案（理科）

一、选择题

ACAAC　　DBCDA　　BB

二填空题

13、$\exists x_0 \in N, {x_0}^2 \le 1$　　14、360　　15、$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　16、$4+\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$

三、解答题

17、解（1）$\because \sqrt{3}\sin C\cos C-\cos^2 C=\dfrac{1}{2}$，$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2C-\dfrac{1}{2}\cos 2C=1$，即 $\sin(2C-\dfrac{\pi}{6})=1$，

$\because 0<C<\pi$，$\therefore 2C-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，解得 $C=\dfrac{\pi}{3}$。

（2）$\because m$与n 共线，$\therefore \sin B-2\sin A=0$。由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，得 $b=2a$ ①，

$\because c=3$，由余弦定理，得 $9=a^2+b^2-2ab\cos\dfrac{\pi}{3}$ ②，联立①②，$\begin{cases} a=\sqrt{3} \\ b=2\sqrt{3} \end{cases}$.

18 解：（1）由列联表得 $K^2=\dfrac{100(26\times 20-30\times 24)^2}{56\times 44\times 50\times 50}\approx 0.6494<0.708$

所以没有 60%的把握认为“古文迷”与性别有关。

（2）调查 50 名女生按分层抽取 5 人，其中古文迷有 $5\times\dfrac{30}{50}=3$ 人，非古文迷有 $5\times\dfrac{20}{50}=2$ 人，即所抽取的 5 人中，古文迷和非古文迷的人数分别为 3 人和 2 人。

（3）因为ξ为所抽取的 3 人中“古文迷”的人数

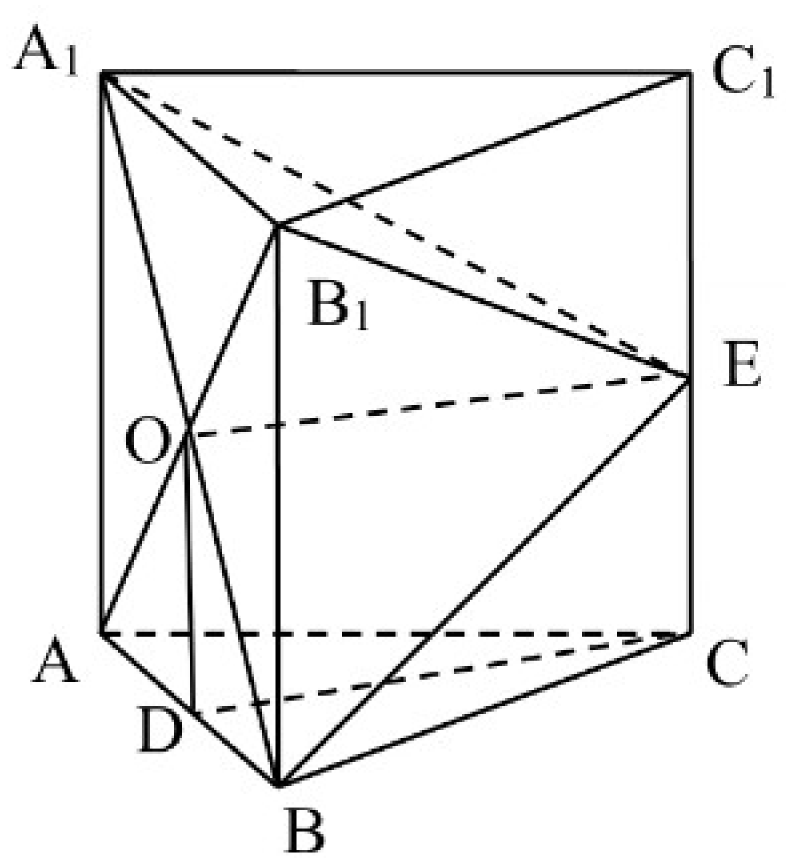
所以ξ的所有取值为 1，2，3

$P(\xi=1)=\dfrac{C_3^1\cdot C_2^2}{C_5^3}=\dfrac{3}{10}$；$P(\xi=2)=\dfrac{C_3^2\cdot C_2^1}{C_5^3}=\dfrac{3}{5}$；$P(\xi=3)=\dfrac{C_3^3}{C_5^3}=\dfrac{1}{10}$

所以随机变量ξ的分布列为：

P	1	2	3
ξ	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{3}{5}$	$\dfrac{1}{10}$

于是 $E(\xi)=1\times\dfrac{3}{10}+2\times\dfrac{3}{5}+3\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{9}{5}$



19．解法一：证明：（Ⅰ）设 AB_1和A_1B 的交点为 O,

连接 EO，连接 OD.

因为 O 为 AB_1 的中点，D 为 AB 的中点，

所以 $OD \parallel BB_1$ 且 $OD=\dfrac{1}{2}BB_1$. 又 E 是 CC_1 中点，

所以 $EC \parallel BB_1$ 且 $EC=\dfrac{1}{2}BB_1$， 所以 $EC \parallel OD$ 且 $EC=OD$.

所以，四边形 $ECOD$ 为平行四边形. 所以 $EO \parallel CD$.

又 $CD \not\subset$ 平面 A_1BE，$EO \subset$ 平面 A_1BE，则 $CD \parallel$ 平面 A_1BE.

（Ⅱ）因为三棱柱各侧面都是正方形，所以 $BB_1 \perp AB$， $BB_1 \perp BC$.

所以 $BB_1 \perp$ 平面 ABC. 因为 $CD \subset$ 平面 ABC，所以 $BB_1 \perp CD$.

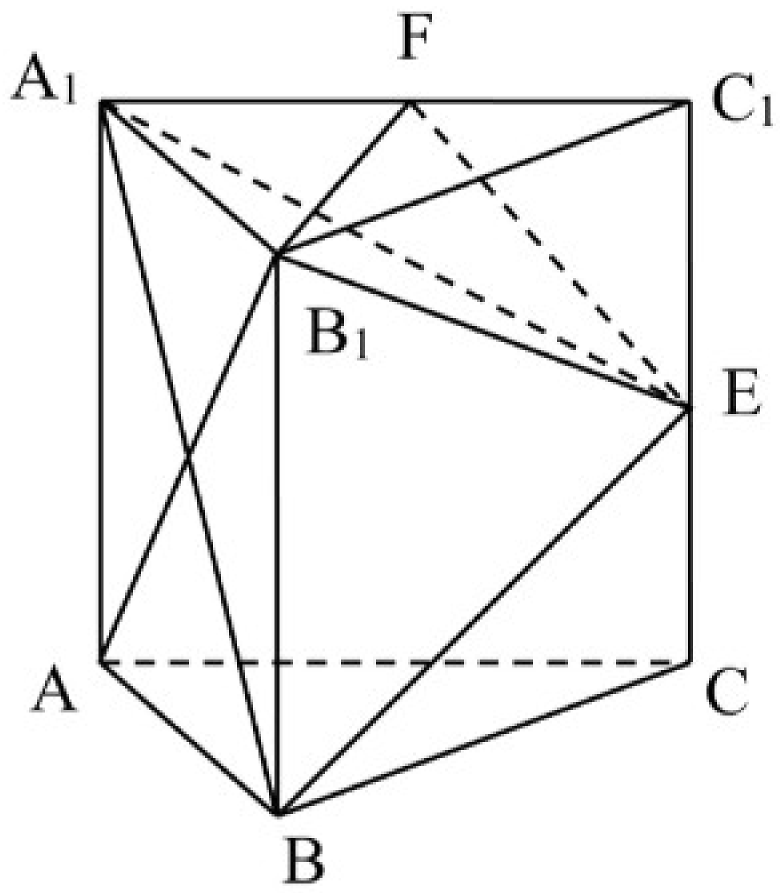
由已知得 $AB=BC=AC$，所以 $CD \perp AB$，

所以 $CD \perp$ 平面 A_1ABB_1. 由（Ⅰ）可知 $EO \parallel CD$，所以 $EO \perp$ 平面 A_1ABB_1.

所以 $EO \perp AB_1$. 因为侧面是正方形，所以 $AB_1 \perp A_1B$.

又 $EO \cap A_1B=O$，$EO \subset$ 平面 A_1EB，$A_1B \subset$ 平面 A_1EB，

所以 $AB_1 \perp$ 平面 A_1BE.



（Ⅲ）解：取 A_1C_1 中点 F，连接 B_1F, EF.

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，因为 $BB_1 \perp$ 平面 ABC，所以侧面 $ACC_1A_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1$. 因为底面 $A_1B_1C_1$ 是正三角形，且 F 是 A_1C_1 中点，所以 $B_1F \perp A_1C_1$，所以 $B_1F \perp$ 侧面 ACC_1A_1. 所以 EF 是 B_1E 在平面 ACC_1A_1 上的射影.

所以 $\angle FEB_1$ 是 B_1E 与平面 AA_1C_1C 所成角.

$\sin\angle BE_1F=\dfrac{B_1F}{B_1E}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

解法二：（建系） 略

20.（1）依题意，由已知得 $c=\sqrt{2}$ ，$a^2-b^2=2$，由已知易得 $b=|OM|=1$，解得 $a=\sqrt{3}$.

则椭圆的方程为 $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$.

（2） ①当直线 l 的斜率不存在时，由 $\begin{cases} x=1, \\ \dfrac{x^2}{3}+y^2=1 \end{cases}$ 解得 $x=1, y=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

设 $A(1,\dfrac{\sqrt{6}}{3})$，$B(1,-\dfrac{\sqrt{6}}{3})$，则 $k_1+k_2=\dfrac{2-\dfrac{\sqrt{6}}{3}}{2}+\dfrac{2+\dfrac{\sqrt{6}}{3}}{2}=2$ 为定值.

②当直线 l 的斜率存在时，设直线 l 的方程为：$y=k(x-1)$.

将 $y=k(x-1)$ 代入 $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$ 整理化简，得 $(3k^2+1)x^2-6k^2x+3k^2-3=0$.

依题意，直线 l 与椭圆 C 必相交于两点，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=\dfrac{6k^2}{3k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{3k^2-3}{3k^2+1}$. 又 $y_1=k(x_1-1)$，$y_2=k(x_2-1)$，

所以 $k_1+k_2=\dfrac{2-y_1}{3-x_1}+\dfrac{2-y_2}{3-x_2}=\dfrac{(2-y_1)(3-x_2)+(2-y_2)(3-x_1)}{(3-x_1)(3-x_2)}$

$=\dfrac{[2-k(x_1-1)](3-x_2)+[2-k(x_2-1)](3-x_1)}{9-3(x_1+x_2)+x_1x_2}=\dfrac{12-2(x_1+x_2)+k[2x_1x_2-4(x_1+x_2)+6]}{9-3(x_1+x_2)+x_1x_2}$

$=\dfrac{12-2(x_1+x_2)+k[2\times\dfrac{3k^2-3}{3k^2+1}-4\times\dfrac{6k^2}{3k^2+1}+6]}{9-3\times\dfrac{6k^2}{3k^2+1}+\dfrac{3k^2-3}{3k^2+1}}=\dfrac{12(2k^2+1)}{6(2k^2+1)}=2.$

综上得 k_1+k_2 为定值 2.

21（1）证明：即是证明 $\ln x-x\le -1$，设 $g(x)=\ln x-x+1$，$g^{/}(x)=\dfrac{1-x}{x}$

当 $0<x<1,\ g^{/}(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；当 $x>1,\ g^{/}(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；所以 $g(x)$ 在 $x=1$ 处取到最大值，即 $g(x)\le g(1)=0$，所以 $\ln x-x\le -1$ 得证

（2）解法一：原式子恒成立即 $t\le e^{2x}-\dfrac{\ln x+1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立

由（1）可以得到 $x\ge \ln x+1$，所以 $x\cdot e^{2x}\ge \ln(x\cdot e^{2x})+1=\ln x+2x+1$

所以 $e^{2x}\ge\dfrac{\ln x+2x+1}{x}=\dfrac{\ln x+1}{x}+2$ 所以 $e^{2x}-\dfrac{\ln x+1}{x}\ge 2$，当且仅当 $x\cdot e^{2x}=1$ 时取 $=$

于是 t 的取值范围是 $(-\infty,2]$

解法二：设 $h(x)=xe^{2x}-tx-\ln x\qquad(x>0)$，原题即 $h(x)\ge 1$ 恒成立

因为 $h^{/}(x)=(2x+1)e^{2x}-t-\dfrac{1}{x}$，而 $h^{//}(x)=4(x+1)e^{2x}+\dfrac{1}{x^2}>0$

所以 $h^{/}(x)$ 单调递增，又因为 $x\to 0$ 时，$h^{/}(x)\to -\infty$，当 $x\to +\infty$ 时，$h^{/}(x)\to +\infty$，

所以 $h^{/}(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 存在唯一零点，设为 x_0。所以 $h^{/}(x_0)=(2x_0+1)e^{2x_0}-t-\dfrac{1}{x_0}=0$

所以 $t=(2x_0+1)e^{2x_0}-\dfrac{1}{x_0}$，且 $h(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，

于是 $h(x)$ 的最小值为 $h(x_0)=x_0e^{2x_0}-tx_0-\ln x_0=-2{x_0}^2\cdot e^{2x_0}-\ln x_0+1$

原题即 $-2{x_0}^2\cdot e^{2x_0}-\ln x_0+1\ge 1$

即 $2{x_0}^2\cdot e^{2x_0}+\ln x_0\le 0$，由此式子必然 $0<x_0<1,\ 2{x_0}^2\cdot e^{2x_0}\le -\ln x_0$，把后面的不等式两边同时取对数整理后得 $2x_0+\ln(2x_0)\le \ln(-\ln x_0)+(-\ln x_0)$

易证明函数 $y=x+\ln x$ 是增函数，所以得 $2x_0\le -\ln x_0$，所以 $e^{2x_0}\le\dfrac{1}{x_0}$

故由 $t=(2x_0+1)e^{2x_0}-\dfrac{1}{x_0}$，得到 $t\le(2x_0+1)\dfrac{1}{x_0}-\dfrac{1}{x_0}=2$

于是 t 的取值范围是 $(-\infty,2]$