湛江市2022届高中毕业班调研测试
数　　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 设集合 $A=\{x|-7<3-2x<1\}$，$B=\{1,2,3,4,5,6\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{2,3\}$　　B. $\{2,4\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{2,3,4\}$

2. 已知 $z=-1+2i$，则 $z-\bar{z}+\frac{z}{i}=$

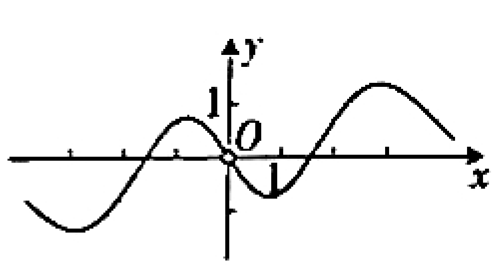
A. $2+5i$　　B. $2-3i$

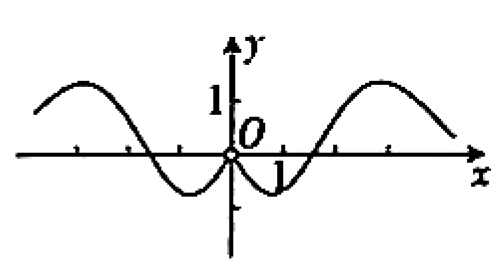
C. $-2+5i$　　D. $-2-3i$

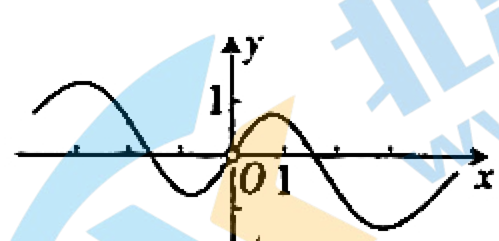
3. 已知 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{AB}$，$|\overrightarrow{OA}|=4$，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$

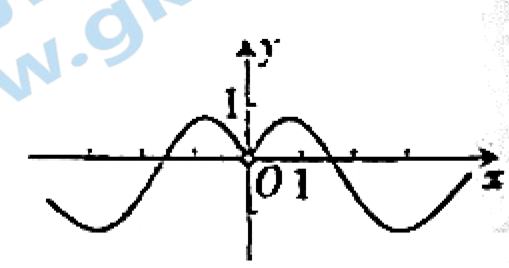
A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 32

4. 函数 $f(x)=\frac{3x^2\cos x}{e^x-e^{-x}}$ 的部分图象大致为


A


B


C


D

5. 函数 $f(x)=2x-5\ln x+\frac{3}{2}x^2$ 的单调递减区间是

A. $(\frac{1}{2},+\infty)$　　B. $(0,\frac{3}{2})$

C. $(1,+\infty)$　　D. $(0,1)$

6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，下列直线与 AC 成 $60°$ 角的是

A. B_1C_1　　B. BC_1　　C. DD_1　　D. B_1D

7. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=3^x-1$，则 $f(2000)+f(2001)+f(2002)+\cdots+f(2021)=$

A. -2　　B. 0　　C. 2　　D. 4

8. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为 2，$C$ 的左，右焦点分别为 F_1,F_2，点 P 在 C 的右支上，PF_1 的中点 N 在圆 $O:x^2+y^2=c^2$ 上，其中 c 为半焦距，则 $\sin\angle F_1PF_2$

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{1}{8}$

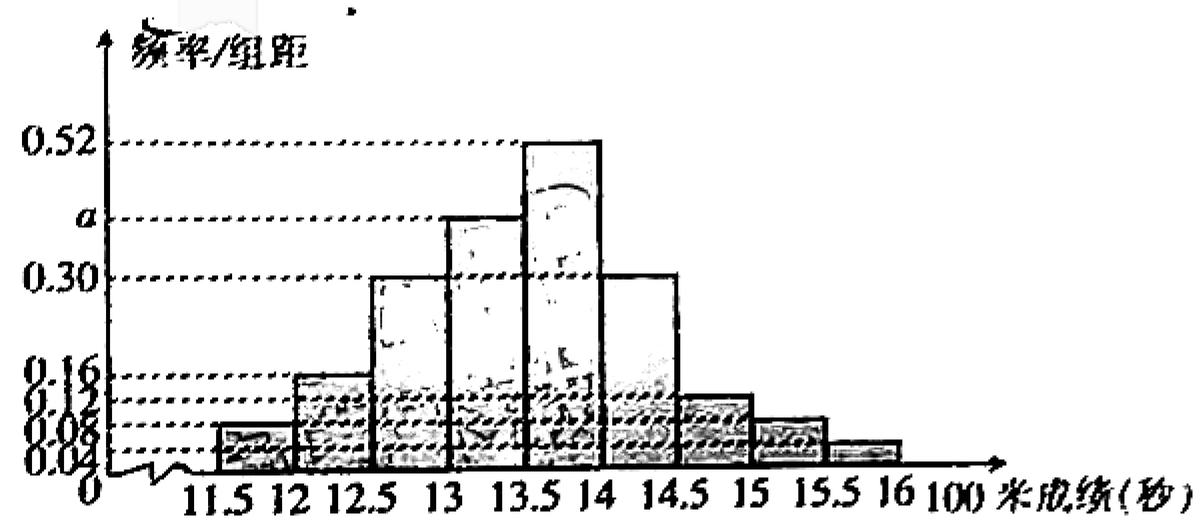
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 函数 $f(x)=3\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期为 4π，将 $f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数 $g(x)$的图象，且 $g(x)$是奇函数，则

A. $\varphi=\frac{\pi}{3}$　　B. $g(x)$在区间$[\frac{\pi}{3},\frac{3\pi}{2}]$上的最大值为$-3$

C. $\varphi=\frac{\pi}{6}$　　D. $g(x)$在区间$[\frac{\pi}{3},\frac{3\pi}{2}]$上的最大值为$-\frac{3}{2}$

10. 某中学为了解高三男生的体能情况，通过随机抽样，获得了 200 名男生的 100 米体能测试成绩(单位：秒)，将数据按照$[11.5,12)$，$[12,12.5)$，…，$[15.5,16]$分成 9 组，制成了如图所示的频率分布直方图.



由直方图推断，下列选项正确的是

A. 直方图中 a 的值为 0.38

B. 由直方图估计本校高三男生 100 米体能测试成绩的众数为 13.75 秒

C. 由直方图估计本校高三男生 100 米体能测试成绩不大于 13 秒的人数为 54

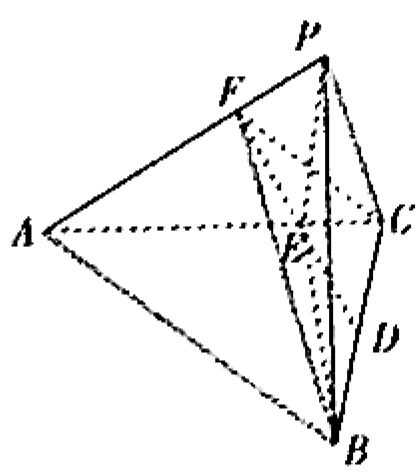
D. 由直方图估计本校高三男生 100 米体能测试成绩的中位数为 13.7 秒

11. 已知点 $A(0,2)$，$B(1,1)$，且点 P 在圆 $C:(x-2)^2+y^2=4$ 上，C 为圆心，则

A. 当$\angle PAB$ 最大时，$\triangle APB$ 的面积为 2　　B. $|PA|+|PB|$的最小值为$\sqrt{2}$

C. $|PA|-|PC|$的最大值为 $2\sqrt{2}$　　D. $||PA|-|PB||$的最大值为$\sqrt{2}$

12. 如图，$\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形，点 P 在$\triangle ABC$ 所在平面外，平面 $PAC\perp$平面 ABC，点 D 是棱 BC 的中点，点 E,F 分别在棱 AC,PA 上，且 $AF=2PF$，$AE=3CE$，$PE=CE$，则下列结论正确的有



A. $DE\perp$平面 PAC

B. BF 不是定值

C. 三棱锥 $B-CEF$ 体积的最大值是$\sqrt{3}$

D. 若三棱锥 $P-ABC$ 的体积是$\frac{9\sqrt{3}}{2}$，则该三棱锥外接球的表面积是 57π

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$，$2\sin 2x=3\sin x$，则 $\tan x=$___▲___.

14. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)$ 单调递增，则不等式 $f(3x^2)+f(-4x-7)\leqslant 0$ 的解集为___▲___.

15. 已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$，点 $A(x_0,\frac{p}{2})$ 在 C 上，点 B 的坐标为 $(0,-\frac{p}{2})$，若 $|AB|=5\sqrt{2}$，则 C 的焦点坐标为___▲___.

16. 若在数列的每相邻两项之间插入这两项的和，形成新的数列，再把所得数列按照同样的方法不断构造出新的数列. 现对数列 3,4 进行构造，第一次得到数列 3,7,4；第二次得到数列 3,10,7,11,4；依次构造，第 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 次得到数列 $3,x_1,x_2,\cdots,x_k,4$. 记 $a_n=3+x_1+x_2+\cdots+x_k+4$，则 $a_3=$___▲___，设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $S_n=$___▲___.（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，$a_4+a_{16}=40$. 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2^n-1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 令 $c_n=a_nb_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

中国射击队在东京奥运会上共夺得 4 金 1 银 6 铜 11 枚奖牌的成绩，创下了中国射击队奥运参赛史上奖牌数最多的新纪录. 现从某射击训练基地随机抽取了 20 名学员（男女各 10 人）的射击环数，数据如下表所示：

男生	8	9	7	9	7	6	10	10	8	6
女生	10	9	8	6	8	7	9	7	8	8

若射击环数大于或等于 9 环，则认为成绩优异；否则，认为成绩不优异.

(1) 分别计算男生、女生射击环数的平均数和方差；

(2) 完成 2×2 列联表，并判断是否有 90% 的把握认为"成绩优异"与性别有关.

	男生	女生	总计
成绩优异			
成绩不优异			
总计			

参考公式和数据：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.10	0.05	0.010
k	2.706	3.841	6.635

9.(12分)

已知△ABC中内角A,B,C的对边分别是a,b,c，且$\cos A\cos B-1=\sin A\sin B-2\sin^2 C$.

(1)求角C；

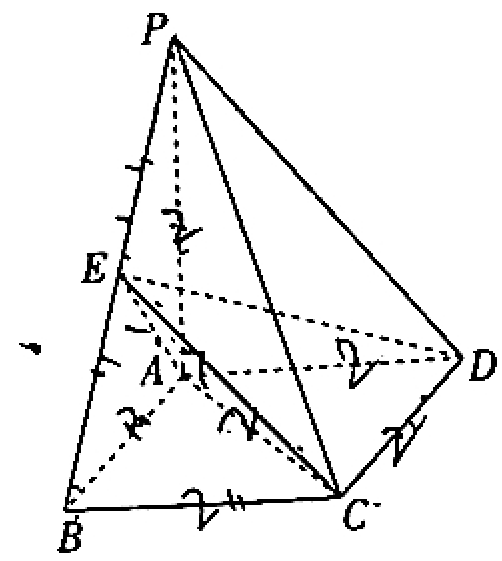
(2)若$c=4$，$a^2+b^2=32$，求△ABC的面积.

0.(12分)

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为矩形，$PA\perp$底面$ABCD$，$PA=AB=2$，点E是棱PB的中点.

(1)证明：平面$ACE\perp$平面PBC.

(2)若$BC=3$，求二面角$A-CE-D$的余弦值.



1.(12分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，$M$为$C$上任意一点，满足$|MF_1|+|MF_2|=4$，且$C$经过点$N(1,\frac{3}{2})$.

(1)求椭圆C的标准方程；

(2)过椭圆C的左顶点P的直线l交C于另一点A，若$|PA|=\frac{12\sqrt{2}}{7}$，求直线$l$的斜率.

2.(12分)

已知函数$f(x)=ae^x+b\cos x+\frac{1}{2}x^2+1$(其中$a,b$为实数)的图象在点$(0,f(0))$处的切线方程为$y=x+1$.

(1)求实数a,b的值；

(2)求函数$g(x)=f'(x)-3x$的最小值；

(3)若对任意的$x\in\mathbf{R}$，不等式$xf(x)\geq\frac{3}{2}x^3+2\lambda x^2+x$恒成立，求实数$\lambda$的取值范围.

湛江市2022届高中毕业班调研测试
数学参考答案

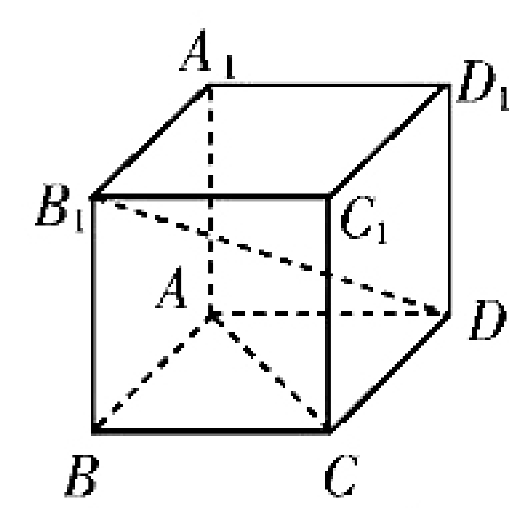
1. D　因为 $A=\{x|1<x<5\}$，所以 $A\cap B=\{2,3,4\}$.

2. A　$z-\bar{z}+\frac{z}{i}=4i+\frac{i^2+2i}{i}=2+5i$.

3. C　因为 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{AB}$，所以 $\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}^2=0$，从而 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}^2=16$.

4. C　函数 $f(x)=\frac{3x^2\cos x}{e^x-e^{-x}}$ 的定义域 $\{x|x\neq 0\}$ 关于原点对称，且 $f(-x)=\frac{3(-x)^2\cos(-x)}{e^{-x}-e^x}=-f(x)$，则 $f(x)$ 为奇函数，其图象关于原点对称，排除B和D；又 $f(\frac{\pi}{2})=0$，当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时，$3x^2\cos x>0$，且 $e^x>e^{-x}$，所以 $f(x)>0$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 内恒成立，排除A；所以只有C正确.

5. D　因为 $f'(x)=2-\frac{5}{x}+3x(x>0)$，令 $2-\frac{5}{x}+3x<0(x>0)$，解得 $0<x<1$，所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,1)$.



6. B　因为 AC 与 B_1C_1 所成的角为 $45°$，AC 与 DD_1 所成的角为 $90°$，AC 与 B_1D 所成的角为 $90°$，所以选B.

7. C　因为 $-f(x)=f(-x)=f(x+2)$，所以 $f(x)=f(x+4)$，则函数 $f(x)$ 是以4为周期的周期函数，且 $f(0)=0$，$f(1)=2$，所以 $f(2)=0$，$f(3)=f(-1)=-2$，所以 $f(2000)+f(2001)+f(2002)+\cdots+f(2021)=5[f(0)+f(1)+f(2)+f(3)]+f(0)+f(1)=2$.

8. A　由题意知，ON 为 $\triangle F_1PF_2$ 的中位线，所以 $|PF_2|=2|ON|=2c$，$|PF_1|=2c+2a$，$|F_1F_2|=2c$，且 $NF_2\perp PF_1$，所以 $\cos\angle F_1PF_2=\frac{a+c}{2c}$. 又 $\frac{c}{a}=2$，所以 $\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{4}$，$\sin\angle F_1PF_2=\frac{\sqrt{7}}{4}$.

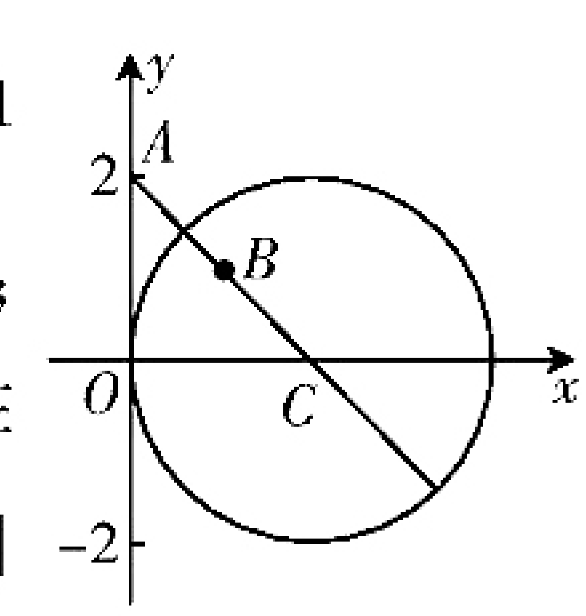
9. AD　因为函数 $f(x)$ 的最小正周期为 4π，所以 $\omega=\frac{1}{2}$. 又 $g(x)=3\cos(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}+\varphi)$ 是奇函数，所以 $\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，化简得 $\varphi=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，$f(x)=3\cos(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3})$，$g(x)=-3\sin\frac{x}{2}$. 当 $x\in[\frac{\pi}{3},\frac{3\pi}{2}]$ 时，$\frac{x}{2}\in[\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{4}]$，所以 $-3\leqslant g(x)\leqslant-\frac{3}{2}$，故A，D正确，B，C错误.

10. BC　由概率统计相关知识，可知各组频率之和为1，所以 $(0.08+0.16+0.30+a+0.52+0.30+0.12+0.08+0.04)\times 0.5=1$，解得 $a=0.40$，故A错误；

测试成绩的众数是直方图中频率最高组的中点，即 $\frac{13.5+14}{2}=13.75$，故B正确；

由图可知，成绩不大于13秒的人数为 $(0.08+0.16+0.30)\times 0.5\times 200=54$，故C正确；

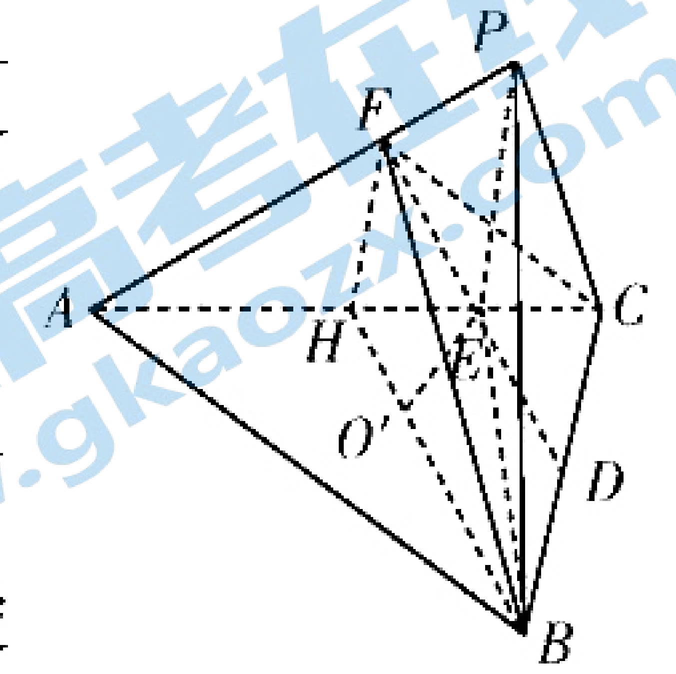
设中位数是 x，则 $(0.08+0.16+0.30+0.40)\times 0.5+0.52\times(x-13.5)=0.5$，解得 $x\approx 13.56$，故D错误.



11. BCD　如图，点 B 在圆 C 内，当 AP 与圆 C 相切时 $\angle PAB$ 最大，此时 $S_{\triangle APB}=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$，A错误；当 P 为线段 AB 与圆 C 的交点时，$|PA|+|PB|$ 取得最小值为 $\sqrt{2}$，B正确；因为 $|PC|=2$，所以当 $|PA|$ 最大时，$|PA|-|PC|$ 也最大，当 A,C,P 三点共线，且 C 在 A,P 之间时，其最大值为 $|AC|=2\sqrt{2}$，C正确；当 P 为射线 BC 与圆 C 的交点时，$||PA|$

$-|PB||$取得最大值$|AB|=\sqrt{2}$，D 正确.

12. AD　如图，取 AC 的中点 H，连接 BH，HF. 因为$\triangle ABC$是等边三角形，所以 $BH\perp AC$. 因为平面 $PAC\perp$平面 ABC，所以 $BH\perp$平面 PAC. 因为 $AE=3CE$，所以 E 是 CH 的中点. 因为点 D 是棱 BC 的中点，所以 $DE/\!/BH$，所以 $DE\perp$平面 PAC，故 A 正确.



由题意易得$\dfrac{AH}{AE}=\dfrac{AF}{AP}=\dfrac{2}{3}$，所以 $HF/\!/PE$，所以 $HF=\dfrac{2}{3}PE=\dfrac{1}{6}AC$. 因为 $AC=6$，所以 $HF=1$，$BH=3\sqrt{3}$. 又 $BF\perp HF$，所以 $BF=\sqrt{BH^2+HF^2}=2\sqrt{7}$，所以 BF 是定值，故 B 错误. 因为 $HF=1$，所以$\triangle CEF$ 面积的最大值是$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times1=\dfrac{3}{4}$，则三棱锥 $B-CEF$ 体积的最大值是$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{4}\times3\sqrt{3}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$，故 C 错误. 设点 P 到平面 ABC 的距离为 h，则三棱锥 $P-ABC$ 的体积 $V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\times h=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$，解得 $h=PE=\dfrac{3}{2}$，故 $PE\perp$平面 ABC. 设$\triangle ABC$ 的中心为 O'，连接 $O'E$，则 $O'B=2O'H=2\sqrt{3}$，$O'E=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径为 R，球心到平面 ABC 的距离为 d，则 $R^2=O'B^2+d^2=O'E^2+(PE+d)^2$，解得 $R^2=\dfrac{57}{4}$，故该三棱锥外接球的表面积是 $4\pi R^2=57\pi$，故 D 正确.

13. $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$　因为 $2\sin 2x=3\sin x$，所以 $4\sin x\cos x=3\sin x$，解得 $\cos x=\dfrac{3}{4}$，从而 $\sin x=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，$\tan x=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

14. $[-1,\dfrac{7}{3}]$　易知函数 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上为增函数. 不等式 $f(3x^2)+f(-4x-7)\leqslant0$ 可化为 $f(3x^2)\leqslant f(4x+7)$，所以 $3x^2-4x-7\leqslant0$，解得 $-1\leqslant x\leqslant\dfrac{7}{3}$.

15. $(0,\dfrac{5}{2})$　把 $A(x_0,\dfrac{p}{2})$的坐标代入 $x^2=2py(p>0)$，得 $x_0=\pm p$，因为$|AB|=5\sqrt{2}$，所以 $\sqrt{p^2+p^2}=5\sqrt{2}$，解得 $p=5$，所以抛物线 C 的焦点坐标为$(0,\dfrac{5}{2})$.

16. 98；$\dfrac{7(3^{n+1}+2n-3)}{4}$　因为 $a_1=3+7+4=14$，$a_2=3+10+7+11+4=35=a_1+7\times3$，$a_3=a_2+7\times3^2=98$，…，$a_n=a_{n-1}+7\times3^{n-1}$，所以 $a_n=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\cdots+(a_n-a_{n-1})$，即 $a_n=14+7(3^1+3^2+\cdots+3^{n-1})=\dfrac{7(3^n+1)}{2}$，从而 $S_n=\dfrac{7}{2}[(3+3^2+\cdots+3^n)+n]=\dfrac{7(3^{n+1}+2n-3)}{4}$.

17. 解：(1)设$\{a_n\}$的公差为 d，因为 $a_4+a_{16}=2a_{10}=40$，所以 $a_{10}=20$，

又 $a_1=2$，由 $2+9d=20$，得 $d=2$，……………………………………………… 2 分

所以 $a_n=2+2(n-1)=2n$. ……………………………………………………… 3 分

数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2^n-1$，①

当 $n\geqslant2$ 时，$S_{n-1}=2^{n-1}-1$，②

①－②，得 $b_n=2^{n-1}$. ……………………………………………………………… 5 分

当 $n=1$ 时，$b_1=2-1=1$，满足 $b_n=2^{n-1}$，所以 $b_n=2^{n-1}$. ……………………… 6 分

(2)因为 $c_n=a_nb_n=2n\cdot2^{n-1}=n\cdot2^n$，……………………………………………… 7 分

所以 $T_n=1\times2^1+2\times2^2+\cdots+(n-1)\cdot2^{n-1}+n\cdot2^n$，③

$2T_n=1\times2^2+2\times2^3+\cdots+(n-1)\cdot2^n+n\cdot2^{n+1}$，④ ………………………… 8 分

③－④，得 $-T_n=2+2^2+\cdots+2^n-n\cdot2^{n+1}=\dfrac{2(2^n-1)}{2-1}-n\cdot2^{n+1}$，……………… 9 分

所以 $T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$. …………………………………………………………………………………… 10 分

18. 解:(1)根据题中所给数据,得男生射击环数的平均数为$\overline{x}_{男}=\frac{1}{10}(8+9+7+9+7+6+10+10+8+6)=8$;

…… 1 分

女生射击环数的平均数为$\overline{x}_{女}=\frac{1}{10}(10+9+8+6+8+7+9+7+8+8)=8$. …………………… 2 分

男生射击环数的方差为 $s_{男}^2=\frac{1}{10}[(8-8)^2+(9-8)^2+\cdots+(6-8)^2]=2$; ……………………… 4 分

女生射击环数的方差为 $s_{女}^2=\frac{1}{10}[(10-8)^2+(9-8)^2+\cdots+(8-8)^2]=\frac{6}{5}$.

故男生射击环数的平均数为 8,方差为 2,女生射击环数的平均数为 8,方差为$\frac{6}{5}$. ……………………… 6 分

(2)2×2 列联表如下:

	男生	女生	总计
成绩优异	4	3	7
成绩不优异	6	7	13
总计	10	10	20

…… 8 分

所以 $K^2=\frac{20\times(4\times7-3\times6)^2}{7\times13\times10\times10}\approx0.2198<2.706$, …………………………………… 11 分

所以没有 90%的把握认为“成绩优异”与性别有关. ……………………………………………………… 12 分

19. 解:(1)因为 $\cos A\cos B-1=\sin A\sin B-2\sin^2C$,

所以 $\cos A\cos B-\sin A\sin B=1-2\sin^2C$,即 $\cos(A+B)=\cos 2C$, ……………………………… 2 分

整理可得 $2\cos^2C+\cos C-1=0$,解得 $\cos C=\frac{1}{2}$或 $\cos C=-1$(舍去), ……………………………… 5 分

所以 $C=\frac{\pi}{3}$. …………………………………………………………………………………………… 6 分

(2)因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2-ab=32-ab=4^2$.

所以 $ab=16$, …………………………………………………………………………………………………… 9 分

所以$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$. ……………………………………… 12 分

20. (1)证明:因为 $PA\perp$底面 $ABCD$,$BC\subset$平面 $ABCD$,所以 $BC\perp PA$. ……………………………… 1 分

又因为四边形 $ABCD$ 为矩形,所以 $BC\perp AB$,因为 $PA\cap AB=A$,所以 $BC\perp$平面 PAB,从而 $BC\perp AE$. …

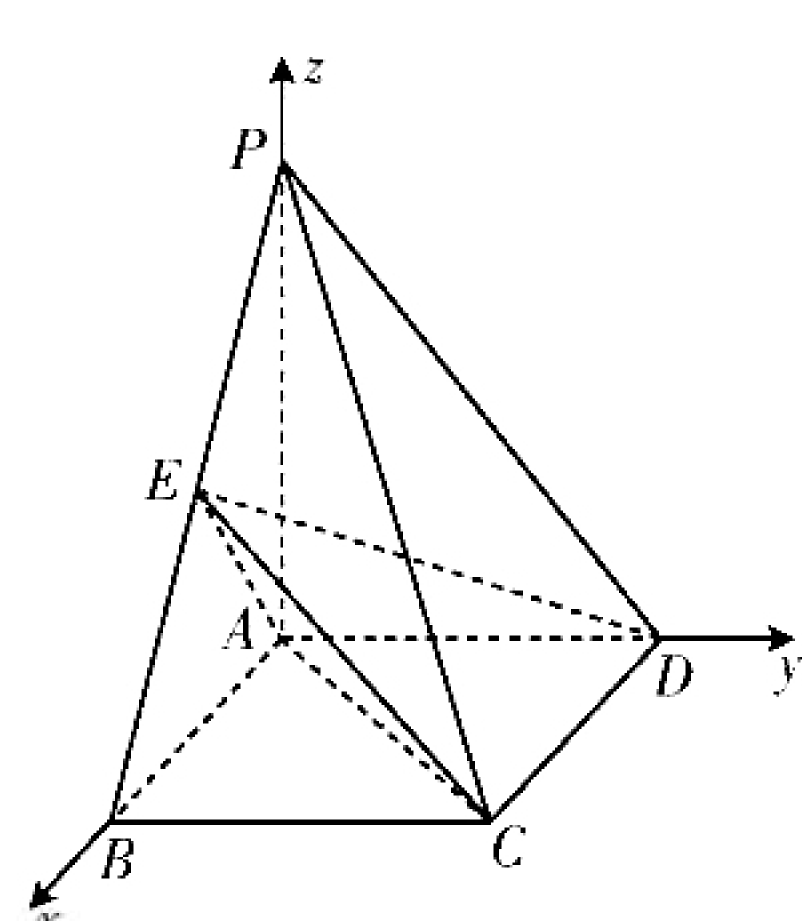
…… 3 分

因为 $PA=AB=2$,点 E 是棱 PB 的中点,所以 $AE\perp PB$.

因为 $PB\cap BC=B$,所以 $AE\perp$平面 PBC. ……………………………………… 4 分

又因为 $AE\subset$平面 ACE,所以平面 $ACE\perp$平面 PBC. …………………………… 5 分

(2)解:以 A 为坐标原点,分别以$\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AD}$,$\overrightarrow{AP}$的方向为 x,y,z 轴的正方向建立空间直角坐标系 $A-xyz$,如图所示,依题意可得 $A(0,0,0)$,$B(2,0,0)$,$C(2,3,0)$,$D(0,3,0)$,$E(1,0,1)$.$\overrightarrow{EC}=(1,3,-1)$,$\overrightarrow{AC}=(2,3,0)$,$\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$. ……



…………………………………………………………………………………… 7 分

设平面 ACE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，由 $\begin{cases}\overrightarrow{EC}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{AC}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1+3y_1-z_1=0,\\ 2x_1+3y_1=0,\end{cases}$

不妨令 $x_1=3$，可得 $\boldsymbol{n}=(3,-2,-3)$. …………………………………………………… 9 分

设平面 CED 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，由 $\begin{cases}\overrightarrow{EC}\cdot\boldsymbol{m}=0,\\ \overrightarrow{DC}\cdot\boldsymbol{m}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_2+3y_2-z_2=0,\\ 2x_2=0.\end{cases}$

不妨令 $y_2=1$，可得 $\boldsymbol{m}=(0,1,3)$. …………………………………………………… 11 分

易知二面角 $A-CE-D$ 为锐角，$|\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle|=\left|\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}\right|=\dfrac{\sqrt{55}}{10}$，

所以二面角 $A-CE-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$. …………………………………………………… 12 分

21. 解：(1)因为 $|MF_1|+|MF_2|=4$，所以 $a=2$. …………………………………………………… 2 分

又椭圆 C 过点 $N(1,\frac{3}{2})$，所以 $\dfrac{1}{4}+\dfrac{9}{4b^2}=1$. …………………………………………………… 3 分

所以 $b=\sqrt{3}$，椭圆 C 的标准方程是 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. …………………………………………………… 5 分

(2)显然直线 l 的斜率存在，设 l 的方程为 $y=k(x+2)$，$A(x_1,y_1)$， …………………………………… 6 分

联立方程组 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1,\\ y=k(x+2),\end{cases}$ 消去 y 得 $(3+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-12=0$. …………………… 7 分

所以 $x_1+(-2)=-\dfrac{16k^2}{3+4k^2}$，$-2x_1=\dfrac{16k^2-12}{3+4k^2}$，可得 $x_1=\dfrac{6-8k^2}{3+4k^2}$. …………………………………… 8 分

因为 $|PA|=\sqrt{1+k^2}\left|\dfrac{6-8k^2}{3+4k^2}+2\right|=\dfrac{12\sqrt{1+k^2}}{3+4k^2}$， …………………………………… 10 分

所以 $\dfrac{12\sqrt{1+k^2}}{3+4k^2}=\dfrac{12\sqrt{2}}{7}$，整理得 $32k^4-k^2-31=0$. …………………………………… 11 分

所以 $k^2=1$，解得 $k=\pm1$，即直线 l 的斜率为 ±1. …………………………………… 12 分

22. 解：(1)因为 $f(x)=ae^x+b\cos x+\frac{1}{2}x^2+1$，所以 $f'(x)=ae^x-b\sin x+x$. …………………………… 1 分

由题意得 $\begin{cases}f(0)=a+b+1=1,\\ f'(0)=a=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\ b=-1.\end{cases}$ …………………………………… 2 分

(2)由(1)知 $f(x)=e^x-\cos x+\frac{1}{2}x^2+1$，$g(x)=e^x+\sin x-2x$，所以 $g'(x)=e^x+\cos x-2$. 令 $h(x)=g'(x)$，则 $h'(x)=e^x-\sin x$.

①当 $x<0$ 时，由 $e^x-2<-1$，$-1\leqslant\cos x\leqslant1$，知 $g'(x)=e^x+\cos x-2<0$，所以 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，无最小值. …………………………………………………… 3 分

②当 $x\geqslant0$ 时，由 $e^x\geqslant1$，$-1\leqslant-\sin x\leqslant1$，知 $h'(x)=e^x-\sin x>0$，所以 $g'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，故 $g'(x)\geqslant g'(0)=0$，所以 $g(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，所以 $g(x)_{\min}=g(0)=1$.

综上，$g(x)$ 的最小值为 1. …………………………………………………… 5 分

(3)对 x 分情况讨论如下：

①当 $x=0$ 时，对任意的 $\lambda\in\mathbf{R}$，不等式 $xf(x)\geqslant\frac{3}{2}x^3+2\lambda x^2+x$ 恒成立. …………………………… 6 分

②当 $x>0$ 时，不等式 $xf(x)\geqslant\frac{3}{2}x^3+2\lambda x^2+x$ 等价于 $e^x-\cos x+\frac{1}{2}x^2+1\geqslant\frac{3}{2}x^2+2\lambda x+1$，即 e^x-x^2-

$2\lambda x-\cos x\geqslant 0$.

令 $G(x)=e^x-x^2-2\lambda x-\cos x$，则 $G'(x)=e^x-2x+\sin x-2\lambda=g(x)-2\lambda$.

当 $\lambda\leqslant\frac{1}{2}$ 时，由(2)知 $G'(x)=g(x)-2\lambda>g(0)-2\lambda=1-2\lambda\geqslant 0$，

所以 $G(x)$ 单调递增，从而 $G(x)>G(0)=0$，满足题意. ………………………………………………………… 7 分

当 $\lambda>\frac{1}{2}$ 时，由(2)知 $G'(x)=g(x)-2\lambda=e^x-2x+\sin x-2\lambda$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

易证 $e^x\geqslant ex$，故 $G'(x)=e^x-2x+\sin x-2\lambda>(e-2)x-1-2\lambda$，从而 $G'(\frac{1+2\lambda}{e-2})>(e-2)\times\frac{1+2\lambda}{e-2}-1-2\lambda=0$.

…… 9 分

又 $G'(0)=1-2\lambda<0$，所以存在唯一实数 $x_0\in(0,\frac{1+2\lambda}{e-2})$，使得 $G'(x_0)=0$，且当 $x\in(0,x_0)$ 时，$G'(x)<0$，

$G(x)$ 单调递减，所以当 $x\in(0,x_0)$ 时，$G(x)<G(0)=0$，不满足题意. ………………………………………… 10 分

③当 $x<0$ 时，不等式 $xf(x)\geqslant\frac{3}{2}x^3+2\lambda x^2+x$ 等价于 $e^x-x^2-2\lambda x-\cos x\leqslant 0$，

同上，令 $G(x)=e^x-x^2-2\lambda x-\cos x$，则 $G'(x)=e^x-2x+\sin x-2\lambda=g(x)-2\lambda$.

当 $\lambda\leqslant\frac{1}{2}$ 时，由(2)可知 $G'(x)>0$，所以 $G(x)$ 单调递增，故 $G(x)<G(0)=0$，满足题意. ……………… 11 分

综上，可得 λ 的取值范围是 $(-\infty,\frac{1}{2}]$. …………………………………………………………… 12 分