

高一数学参考答案

2023. 1

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分)

- (1) C      (2) B      (3) B      (4) A      (5) C  
 (6) A      (7) D      (8) A      (9) C      (10) A

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

- (11)  $\{x | -2 < x \leq 1\}$       (12)  $\frac{7}{6}\pi; -\frac{\sqrt{3}}{2}$       (13) 2  
 (14)  $f(x) = \cos x + 1$  (答案不唯一)      (15)  $F(x) = \frac{1}{x} + e^x$       (16) ①②④

三、解答题 (共 5 小题, 共 70 分)

(17) (本小题共 13 分)

解: (I) 由已知得,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ , 则  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ .

$$\text{则 } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{25}.$$

$$\text{所以 } 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{25}.$$

$$\text{则 } \sin 2\alpha = -\frac{24}{25} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(II) \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \times \frac{16}{25} = -\frac{7}{25}.$$

$$\text{所以 } \tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{24}{7}.$$

$$\text{则 } \tan(2\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan 2\alpha - 1}{1 + \tan 2\alpha} = \frac{17}{31} \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

(18) (本小题共 13 分)

解: (I) 当  $a = 1$  时,  $f(x) = (2x+1)(x-1) < 0$ , 解得  $-\frac{1}{2} < x < 1$ .

$$\text{所以不等式 } f(x) < 0 \text{ 的解集为 } \left\{ x \mid -\frac{1}{2} < x < 1 \right\} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(II) 若命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}$ , 不等式  $f(x) < 0$  恒成立” 是假命题,

则 “ $\exists x \in \mathbf{R}$ , 不等式  $2ax^2 - ax - 1 \geq 0$  有解” 为真命题.

当  $a = 0$  时, 不合题意.

$$\text{所以有 } a > 0 \text{ 或 } \begin{cases} a < 0, \\ \Delta = a^2 + 8a \geq 0, \end{cases} \text{ 所以 } a > 0 \text{ 或 } a \leq -8.$$

则实数  $a$  的取值范围是  $\{x | a > 0, \text{ 或 } a \leq -8\} \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$

(19) (本小题共 14 分)

解:  $f(x) = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + a,$   
 $= \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x + a + 1,$   
 $= 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) + a + 1.$

若选① 当  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  时,  $f(x)$  的最大值为 6;

(I) 由  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , 所以  $2x + \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$ .

所以当  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$  时,  $f(x)$  取到最大值 6.

即  $2 + a + 1 = 6,$

所以  $a = 3.$  ..... 9 分

(II)  $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) + 4.$

因为  $2x + \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$ ,

所以当  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{7}{6}\pi$  时,

即  $x = \frac{\pi}{2}$  时,  $f(x)$  取最小值 3. .... 14 分

若选②, 当  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  时,  $f(x)$  的零点为  $\frac{\pi}{2}$ .

(I) 由题意  $f(\frac{\pi}{2}) = 0$ , 即  $2\sin(2 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) + a + 1 = 0.$

所以  $2\sin(\pi + \frac{\pi}{6}) + a + 1 = 0$ , 所以  $2 \cdot (-\frac{1}{2}) + a + 1 = 0.$

所以  $a = 0.$  ..... 9 分

(II)  $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) + 1.$

因为  $2x + \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$ , 所以当  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$  时,

即  $x = \frac{\pi}{2}$  时,  $f(x)$  取最小值 0. .... 14 分

(20) (本小题共 15 分)

解: (I)  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}.$

当  $m = 0$  时,  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2^x + 1),$

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2^x + 1) > -1.$

即  $\log_{\frac{1}{2}}(2^x + 1) > \log_{\frac{1}{2}} 2$ ,

所以  $2^x + 1 < 2$ .

所以  $2^x < 1$ .

所以  $x < 0$ .

所以不等式  $f(x) > -1$  的解集是  $\{x | x < 0\}$ . ..... 4 分

(II) 若函数  $f(x)$  是偶函数, 则  $f(-x) = \log_{\frac{1}{2}}(2^{-x} + 1) + mx = f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2^x + 1) - mx$ .

则  $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2^{-x} + 1}{2^x + 1}\right) = -2mx$ . 则  $x = -2mx$ , 则  $m = -\frac{1}{2}$ . ..... 9 分

(III) 当  $m = -1$  时,  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2^x + 1) + x$ .

若函数  $y = f(x)$  的图象与直线  $y = b$  有公共点, 则方程  $b = \log_{\frac{1}{2}}(2^x + 1) + x$  有解.

则  $b = \log_{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1\right]$  有解.

因为  $\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 > 1$ , 所以  $b = \log_{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1\right] < 0$ .

当  $b \geq 0$  时, 函数  $y = f(x)$  的图象与直线  $y = b$  无公共点.

综上, 实数  $b$  的取值范围是  $(-\infty, 0)$ . ..... 15 分

(21) (本小题共 15 分)

解: (I)  $A = \{1, 3, 6\}$  不是  $U$  的  $R(3)$  子集, 理由如下.

因为  $1 \in A$ ,  $2 \in \complement_U A$ ,  $2 = 1 \times 2 \in U$ ,

所以由②得  $2 \in A$ .

而  $2 \notin A$ , 矛盾.

所以  $A = \{1, 3, 6\}$  不是  $U$  的  $R(3)$  子集. .... 4 分

(II) 设  $B = \complement_U A \neq \emptyset$ .

若  $1 \in A$ , 则对任意  $b \in B$ , 由②得  $b \in A$ , 与  $b \notin A$  矛盾.

所以  $1 \notin A$ .

假设  $2 \in A$ .

取  $2 \in A$ ,  $1 \in B$ , 由③得  $3 = 2 + 1 \notin A$ , 所以  $3 \in B$ .

取  $2 \in A$ ,  $3 \in B$ , 由②得  $6 = 2 \times 3 \in A$ .

取  $6 \in A$ ,  $1 \in B$ , 由③得  $7 = 6 + 1 \notin A$ .

而由①得  $7 \in A$ , 与  $7 \notin A$  矛盾.

所以  $2 \notin A$ . ..... 9 分

(III) 由 (II) 可知,  $1 \notin A$ ,  $2 \notin A$ , 即  $1 \in B$ ,  $2 \in B$ .

首先证明  $3 \notin A, 6 \notin A, 8 \notin A$ .

因为  $7 \in A, 1 \in B$ , 所以由③得  $8 = 7 + 1 \notin A$ .

假设  $6 \in A$ , 取  $1 \in B$ , 由③得  $7 = 6 + 1 \notin A$  与  $7 \in A$  矛盾, 故  $6 \notin A$ .

假设  $3 \in A$ , 取  $3 \in A, 2 \in B$ , 由②得  $6 = 2 \times 3 \in A$ , 与  $6 \notin A$  矛盾, 故  $3 \notin A$ .

接下来证明  $4 \notin A, 5 \notin A$ .

假设  $4 \in A$ , 取  $4 \in A, 2 \in B$ , 由②得  $8 = 2 \times 4 \in A$ , 与  $8 \notin A$  矛盾, 故  $4 \notin A$ .

假设  $5 \in A$ , 取  $5 \in A, 2 \in B$ , 由③得  $7 = 5 + 2 \notin A$ , 与  $7 \in A$  矛盾, 故  $5 \notin A$ .

所以  $1, 2, 3, 4, 5, 6 \in B$ .

因为  $7 \in A, 1, 2, 3 \in B$ , 由②得  $7, 14, 21 \in A$ .

因为  $7, 14, 21 \in A, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \in B$ ,

由③得  $8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23 \in B$ .

经检验,  $A = \{7, 14, 21\}$  满足题意.

所以集合  $A = \{7, 14, 21\}$ . ..... 15 分

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯