

北京市东直门中学 2019-2020 学年度第一学期期中考试

高二数学 2019.10

命题人：姚允明 审稿人：孙璐璐

考试时间：120 分钟 总分 120 分

班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

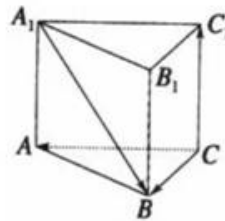
第一部分（选择题）

1、设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上的点，若 F_1, F_2 是椭圆的两个焦点，则 $|PF_1| + |PF_2|$ 等于 ()

- A、4 B、5 C、8 D、10

2、如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，若 $\overrightarrow{CA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{CB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{CC_1} = \mathbf{c}$ ，则 $\overrightarrow{A_1B}$ 等于 ()

- A、 $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$ B、 $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
C、 $\mathbf{b} - \mathbf{a} - \mathbf{c}$ D、 $\mathbf{b} - \mathbf{a} + \mathbf{c}$



3、已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2, 3), \mathbf{b} = (-1, 0, 1)$ ，则 $\mathbf{a} + 2\mathbf{b} =$ ()

- A、 $(-1, 2, 5)$ B、 $(-1, 4, 5)$ C、 $(1, 2, 5)$ D、 $(1, 4, 5)$

4、已知向量 $\mathbf{a} = (2, 4, 5), \mathbf{b} = (3, x, y)$ ，若 $\mathbf{a} // \mathbf{b}$ ，则 ()

- A、 $x = 6, y = 15$ B、 $x = 3, y = \frac{15}{2}$ C、 $x = 3, y = 15$ D、 $x = 6, y = \frac{15}{2}$

5、已知双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ， F_1, F_2 分别是双曲线 C 的左、右焦点，点 P 在双曲线左支上，且 $|PF_1| = 7$ ，则 $|PF_2| =$ ()

- A、1 B、13 C、17 D、1 或 13

6、已知向量 $\mathbf{a} = (-3, 2, 5), \mathbf{b} = (1, x, -1)$ 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ ，则 x 的值为 ()

- A、4 B、1 C、3 D、2

7、设抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 P 到 y 轴的距离是 2，则 P 到该抛物线焦点的距离是 ()

- A、1 B、2 C、3 D、4

8、已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 两两夹角为 60° ，各向量模都为 1，则 $|\mathbf{a} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}| = ()$

- A、 $\sqrt{5}$ B、5 C、6 D、 $\sqrt{6}$

9、已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 3, |\mathbf{b}| = 2$ ， \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 120° ， $(\mathbf{a} + m\mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$ ，则实数 m 的值为 ()

- A、1 B、 $\frac{3}{2}$ C、2 D、3

10、已知抛物线 C 的开口向下，其焦点是双曲线 $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$ 的一个焦点，则 C 的标准方程 ()

- A、 $y^2 = 8x$ B、 $x^2 = -8y$ C、 $y^2 = \sqrt{2}x$ D、 $x^2 = -\sqrt{2}y$

11、已知 $\mathbf{a} = (2, -1, 3), \mathbf{b} = (-1, 4, -2), \mathbf{c} = (7, 5, \lambda)$ ，若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 三向量共面，则实数 λ 等于 ()

- A、 $\frac{62}{7}$ B、 $\frac{63}{7}$ C、 $\frac{64}{7}$ D、 $\frac{65}{7}$

12、已知 $\overrightarrow{OA} = (1, 2, 3), \overrightarrow{OB} = (2, 1, 2), \overrightarrow{OP} = (1, 1, 2)$ ，点 Q 在直线 OP 上运动，则 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB}$ 取得最小值时，点 Q 的坐标为 ()

- A、 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3})$ B、 $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ C、 $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3})$ D、 $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3})$

第二部分 (非选择题)

二、填空题

13、已知向量 $\mathbf{a} = (0, 2, 1), \mathbf{b} = (-1, 1, -2)$ ，则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的数量积为_____。

14、在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = BC = 1, AA_1 = \sqrt{3}$ ，则异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为_____。

15、已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的一条渐近线的方程为 $y = 2x$ ，则 $b =$ _____。

16、在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 2, BC = 1, AA_1 = \sqrt{3}$ ， E 为棱 AB 上一点， $D_1E \perp EC$ ，则平面 D_1EC 与平面 C_1EC 所成的锐二面角的余弦值为_____。

17、能够说明“方程 $(m-1)x^2 + (3-m)y^2 = (m-1)(3-m)$ 的曲线是椭圆”的一个 m 的值是_____.

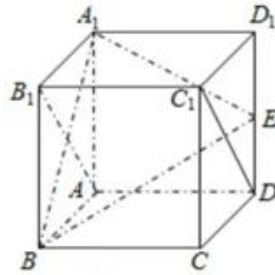
18、(创新题) 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 为 CC_1 上的动点, Q 为 BD_1 上的动点, 则线段 PQ 的长度的最小值为_____.

三、解答题

19、如图, 在边长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是棱 DD_1 、 C_1D_1 的中点.

(1) 证明: 平面 $ADC_1B_1 \perp$ 平面 A_1BE ;

(2) 证明: $B_1F \parallel$ 平面 A_1BE .

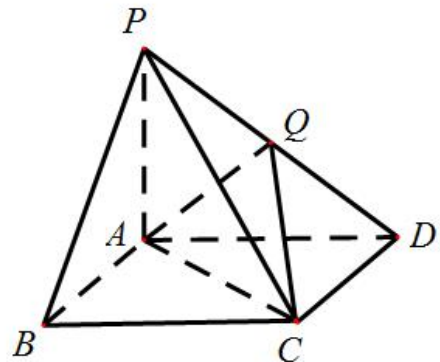


20、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过点 $(2, 0)$ ，且椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$ 。过椭圆左焦点且斜率为 1 的直线与椭圆交于 A, B 两点。

- (1) 求椭圆 C 的方程；
- (2) 求线段 AB 的垂直平分线的方程；
- (3) 求三角形 AOB 的面积。（ O 为坐标原点）

21、如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， Q 为棱 PD 上一点， $PA = AB = 2$

- (1) 当 Q 为棱 PD 中点时，求直线 PC 与平面 ACQ 所成角的正弦值；
- (2) 是否存在 Q 点，使二面角 $C-AQ-D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ？若存在，求 $\frac{PQ}{PD}$ 的值。若不存在，请说明理由。



22、（创新题）已知 $M(4, 1)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ 上的点，直线 $l: y = x + m$ 交椭圆于不同的两点 A, B 。

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 若直线 l 不过点 M ，直线 MA 的斜率为 $-\frac{1}{2}$ ，求直线 MB 的斜率；
- (3) 若直线 l 不过点 M ，直线 MA 的斜率为 k ，求直线 MB 的斜率。

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 20 万+。

北京高考在线_2020 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980