2020 北京首师大附中高一分班考试

数　　学

一、选择题

1. 已知全集$U=\{0,1,2,3,4\},M=\{0,1,2\},N=\{2,3\}$ 则$C_U M\cap N=$（　）

A. $\{2\}$　　B. $\{3\}$　　C. $\{2,3,4\}$　　D. $\{0,1,2,3,4\}$

2. 已知$a\in\mathbf{R}$，集合$M=\{1,a^2\}$，$N=\{a,-1\}$，若$M\cup N$有三个元素，则$M\bigcap N=$（　）

A. $\{0,1\}$　　B. $\{0,-1\}$　　C. $\{0\}$　　D. $\{1\}$

3. 命题"对任意的$x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2>0$"的否定是（ ）

A. 不存在　$x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2\le 0$

B. 存在$x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2\le 0$

C. 存在$x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2>0$

D. 对任意的$x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2\le 0$

4. 若集合$P=\{1,2,3,4\}$，$Q=\{x\mid x\le 0或x\ge 5\}$，则"$x\in P$"是"$x\in \complement_R Q$"的（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 已知集合$A=\{x|\ x^2-5x+6=0\}$，$B=\{x|0<x<6,x\in N\}$，则满足$A\subseteq C\subseteq B$　集合C的个数为（　）

A. 4　　B. 8　　C. 7　　D. 16

6. 不等式$x^2\ge 2x$的解集是(　　)

A. $\{x|x\ge 2\}$

B. $\{x|x\le 2\}$

C. $\{x|0\le x\le 2\}$

D. $\{x|x\le 0$ 或 $x\ge 2\}$

7. 设$M=2a(a-2)+7$，$N=(a-2)(a-3)$，则M与N的大小关系是（　）

A. $M>N$　　B. $M\ge N$　　C. $M<N$　　D. $M\le N$

8. 已知实数$0<a<1$，则（　）

A. $a^2>\frac{1}{a}>a>-a$

B. $a>a^2>\frac{1}{a}>-a$

C. $\frac{1}{a}>a>a^2>-a$

D. $\frac{1}{a}>a^2>a>-a$

9. "$a>0$"是"一元二次不等式$ax^2+bx+c>0$恒成立"的( )

A. 充分且不必要条件

B. 必要且不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 已知$x>0$, $y>0$,且$\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$,则$x+y$的最小值为(　)

A. 5　B. 6　C. 7　D. 8

11. 下列各组函数中表示同一函数的是（　）

A. $y=x-1$和$y=\frac{x^2-1}{x+1}$　B. $y=x^0$和$y=1(x\in R)$

C. $y=x^2$和$y=(x+1)^2$　D. $y=\frac{(\sqrt{x})^2}{x}$和$y=\frac{x}{(\sqrt{x})^2}$

12. 函数$g(x)=\frac{\sqrt{-x^2-x+2}}{x}$定义域为（　）

A. $(-2,0)\cup(0,1)$　B. $[-2,0)\cup(0,1]$　C. $(-1,0)\cup(0,1]$　D. $[-1,0)\cup(0,2]$

13. 已知函数$f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$，其定义域是$[-8，-4)$，则下列说法正确的是(　　)

A. $f(x)$有最大值$\frac{5}{3}$，无最小值　B. $f(x)$有最大值$\frac{5}{3}$，最小值$\frac{7}{5}$

C. $f(x)$有最大值$\frac{7}{5}$，无最小值　D. $f(x)$有最大值2，最小值$\frac{7}{5}$

14. 已知$f(x)$为一次函数，且$f[f(x)]=4x-3$, 则$f(1)$的值为（）

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

15. 定义在R上的偶函数$f(x)$，对任意的$x_1,x_2\in(-\infty,0)$，都有$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$，$f(-1)=0$，则不等式$xf(x)<0$的解集是（　）

A. $(-1,1)$　B. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

C. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$　D. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

16. 电流强度$I(A)$随时间$t(s)$变化的关系式是$I=5\sin\left(100\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$，则当$t=\frac{1}{200}s$时，电流强度$I$为（　）

A. 5A　B. 2.5A　C. 2A　D. −5A

17. 函数$y=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4}\right)$的周期，振幅，初相分别是（　）

A. $\frac{\pi}{4},2,\frac{\pi}{4}$　B. $4\pi,-2,-\frac{\pi}{4}$　C. $4\pi,2,\frac{\pi}{4}$　D. $2\pi,2,-\frac{\pi}{4}$

18. 已知α为第二象限角，$\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，则$\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 值等于

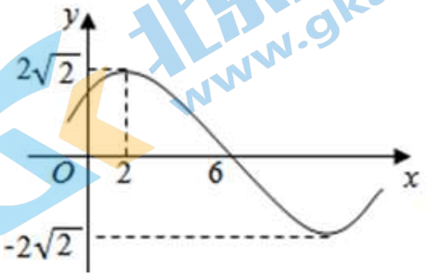
A. $\dfrac{4+3\sqrt{3}}{10}$　　B. $\dfrac{4-3\sqrt{3}}{10}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{3}-4}{10}$　　D. $\dfrac{-4-3\sqrt{3}}{10}$

19. 要得到函数$y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象,需要把函数$y=\sin 2x$的图象

A. 向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位　　B. 向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位

C. 向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位　　D. 向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位

20. 函数$y=2\sqrt{2}\sin(\omega x+\varphi)$其中$\omega>0, 0<\varphi<\pi$，的图象的一部分如图所示，则（ ）



A. $\omega=\dfrac{\pi}{8},\varphi=\dfrac{3\pi}{4}$　　B. $\omega=\dfrac{\pi}{8},\varphi=\dfrac{\pi}{4}$

C. $\omega=\dfrac{\pi}{4},\varphi=\dfrac{\pi}{2}$　　D. $\omega=\dfrac{\pi}{4},\varphi=\dfrac{3\pi}{4}$

二、解答题

21. （1）计算：$\left(2+\dfrac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}+2\log_3 2-\log_3\dfrac{4}{9}-5^{\log_{25}9}$；

（2）已知角α的终边经过点$M(1,-2)$，求$\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(\pi+\alpha)}$的值.

22. 已知函数 $f\left(x\right)=2\sin x\cos x+2\sqrt{3}\cos^2 x-\sqrt{3}$.

(1) 求函数 $f\left(x\right)$ 的单调减区间；

(2) 将函数 $y=f\left(x\right)$ 图象向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位，再将所得的图象上各点的横坐标缩短为原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象，求 $y=g\left(x\right)$ 在 $\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{8}\right)$ 上的值域.

23. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)=2^x-a\cdot 2^{-x}\ (a\in R)$.

(1) 当 $a>0$ 时,试判断 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上的单调性,并给予证明.

(2) 当 $a=1$ 时,试求 $g(x)=\dfrac{[f(x)]^2+4}{f(x)}\ (1\le x\le 2)$ 的最小值.

2020 北京首师大附中高一分班考试数学

参考答案

一、选择题

1. 【答案】B

【解析】

【分析】

先求 M 的补集，再与 N 求交集.

【详解】∵全集 $U=\{0，1，2，3，4\}$，$M=\{0，1，2\}$，

∴$\complement_U M=\{3，4\}$.

∵$N=\{2，3\}$，

∴（$\complement_U M$）$\cap N=\{3\}$.

故选 B.

【点睛】本题考查了交、并、补集的混合运算，是基础题.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】

由 $M\cup N$ 有三个元素可判断 $a^2=a$，结合集合的互异性排除不合理数值，再求 $M\cap N$ 即可

【详解】因为集合 $M=\{1,a^2\}$，$N=\{a,-1\}$，若 $M\cup N$ 有三个元素，则 $a^2=a$ 且 $a\neq\pm1$，解得 $a=0$.此时 $M\bigcap N=\{0\}$，故选 C.

【点睛】本题考查根据集合的并集求解参数，进而求解两集合交集问题，解题易错点为忽略集合的互异性

3. 【答案】B

【解析】

命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+2>0$”是一个全称命题，其否定是一个特称命题，即命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+2>0$”的否定是“存在 $x\in R,x^2+2x+2\leqslant 0$”，故选 B.

4. 【答案】A

【解析】

【分析】

先求解出 $\complement_R Q$，然后根据集合 P 与 $\complement_R Q$ 的关系判断出对应的是何种条件.

【详解】因为 $Q=\{x|x\le 0$ 或 $x\ge 5\}$，所以 $\complement_R Q=\{x|0<x<5\}$，

所以 $Q\subsetneqq \complement_R Q$，所以“$x\in P$”是“$x\in \complement_R Q$”的充分不必要条件，

故选：A.

【点睛】本题考查充分条件、必要条件的判断，其中涉及到根据集合间的关系判断充分、必要条件，难度较易.若有集合 A,B，当 $A\subsetneqq B$ 时，则“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件；当 $B\subsetneqq A$ 时，则“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要不充分条件.

5. 【答案】B

【解析】

【分析】

先分别用列举法表示出 A,B，然后根据 $A\subseteq C\subseteq B$ 确定出 C 中一定有的元素和可能有的元素，从而求解出满足的 C 的个数.

【详解】因为 $x^2-5x+6=0$ 的解为 $x=2$ 或 $x=3$，所以 $A=\{2,3\}$；

又因为 $B=\{1,2,3,4,5\}$，且 $A\subseteq C\subseteq B$，所以 C 中一定含有元素 $2,3$，可能含有元素 $1,4,5$，

所以 C 的个数即为集合 $\{1,4,5\}$ 的子集个数：$2^3=8$，

故选：B.

【点睛】本题考查根据集合的子集关系求解符合条件的集合个数，解答问题的关键是确定出集合中一定包含的元素和可能包含的元素，难度一般.

6. 【答案】D

【解析】

由 $x^2\ge 2x$ 解得：$x(x-2)\ge 0$，所以 $x\le 0$ 或 $x\ge 2$.选 D.

7. 【答案】A

【解析】

【分析】

利用作差法求解出 $M-N$ 的结果，将所求结果与 0 作比较，然后可得 M,N 的大小关系.

【详解】因为 $M-N=2a(a-2)+7-(a-2)(a-3)=a^2+a+1=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$，

所以 $M>N$，

故选：A.

【点睛】本题考查利用作差法比较大小，难度较易.常见的比较大小的方法还有作商法，使用作商法时注意分析好式子的正负.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】

采用“0,1分段法”，结合不等式的性质确定正确选项.

【详解】$\because 0<a<1$，$\therefore 0<a^2<1$，$\frac{1}{a}>1$，$-1<-a<0$，

由于$0<a<1$，在不等式上同时乘以a得$0<a^2<a$，

即$\frac{1}{a}>1>a>a^2>0>-a$，

因此，$\frac{1}{a}>a>a^2>-a$.

故选：C

【点睛】本小题主要考查不等式的性质，属于基础题.

9. 【答案】B

【解析】

【分析】

由题意求得一元二次不等式$ax^2+bx+c>0$恒成立的充要条件，可得 $a>0$ 且$\triangle<0$，即可得答案.

【详解】由一元二次不等式$ax^2+bx+c>0$恒成立，则$a>0$且�$=b^2-4ac<0$，

反之，$a>0$时，如：$x^2+3x+2>0$不恒成立，

故选 B.

【点睛】本题考查了一元二次不等式与二次项系数及△的关系，考查充分条件、必要条件的含义，属于基础题.

10. 【答案】A

【解析】

【分析】

因为$x+y=(x+3)+y-3=[(x+3)+y]\cdot 2\left(\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}\right)-3$,利用基本不等式,注意等号成立的条件,即可求得答案.

【详解】$x+y=(x+3)+y-3$

$=[(x+3)+y]\cdot 1-3$

$=[(x+3)+y]\cdot 2\left(\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{y}\right)-3$

$=2\left(2+\dfrac{y}{x+3}+\dfrac{x+3}{y}\right)-3$

$\geq 1+4\sqrt{\dfrac{y}{x+3}\cdot\dfrac{x+3}{y}}=1+4=5$

当且仅当$\dfrac{y}{x+3}=\dfrac{x+3}{y}$,取等号,即$y=x+3$,结合$\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2}$,

可得$x=1, y=4$时,取得最小值5.

故选:A.

【点睛】本题主要考查了根据均值不等式最值,解题关键是灵活使用均值不等式,注意等号验证,考查了分析能力和计算能力,属于中档题.

11.【答案】D

【解析】

【分析】

根据函数的定义域和解析式是否相同判断.

【详解】A. $y=x-1$　定义域为 R，$y=\dfrac{x^2-1}{x+1}$的定义域为$\{x\,|\,x\neq -1\}$，故错误；

B. $y=x^0$和定义域为$\{x\,|\,x\neq 0\}$，y=1 定义域为 R,故错误；

C. $y=x^2$和$y=(x+1)^2$解析式不同，故错误；

D. $f(x)=\dfrac{(\sqrt{x})^2}{x}=1$，定义域为$\{x|x>0\}$，$g(x)=\dfrac{x}{(\sqrt{x})^2}=1$，定义域为$\{x|x>0\}$，故正确；

故选：D

【点睛】本题主要考查相等函数的判断，属于基础题.

12.【答案】B

【解析】

【分析】

首先根据题中所给的函数解析式，结合偶次根式和分式的要求列出不等式组求得结果.

【详解】由题意得$\begin{cases}-x^2-x+2\geq 0\\ x\neq 0\end{cases}$，即$\begin{cases}x^2+x-2\leq 0\\ x\neq 0\end{cases}$，

解得$-2\leq x\leq 1$且$x\neq 0$，

所以函数$g(x)=\dfrac{\sqrt{-x^2-x+2}}{x}$的定义域为$[-2,0)\cup(0,1]$，

故选：B.

【点睛】该题考查的是有关函数的问题，涉及到的知识点有求函数的定义域，在求解的过程中，关键在于列全限制条件，并准确求解不等式（组），属于简单题目.

13.【答案】A

【解析】

【分析】

将$f(x)$化为$f\left(x\right)=2+\dfrac{3}{x-1}$，判断在$[-8$，$-4)$的单调性，即可得到最值.

【详解】解：函数$f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}=2+\dfrac{3}{x-1}$

即有$f(x)$在$[-8$，$-4)$递减，

则$x=-8$处取得最大值，且为$\dfrac{5}{3}$，

由$x=-4$取不到，即最小值取不到.

故选：A.

【点睛】本题考查函数的最值的求法，注意运用单调性，考查运算能力，属于基础题.

14.【答案】B

【解析】

【分析】

设$f(x)=kx+b$，代入$f[f(x)]=4x-3$，得到$f(x)=2x-1$或$f(x)=-2x+3$，计算得到答案.

【详解】设$f(x)=kx+b$

则$f[f(x)]=f(kx+b)=k(kx+b)+b=k^2x+kb+b=4x-3$

$k^2=4, kb+b=-3$

$k=2, b=-1, f(x)=2x-1, f(1)=1$

或$k=-2, b=3, f(x)=-2x+3, f(1)=1$

综上： $f(1)=1$

故答案选 B

【点睛】本题考查了一次函数的计算，待定系数法是常规方法，需要灵活掌握和应用.

15. 【答案】D

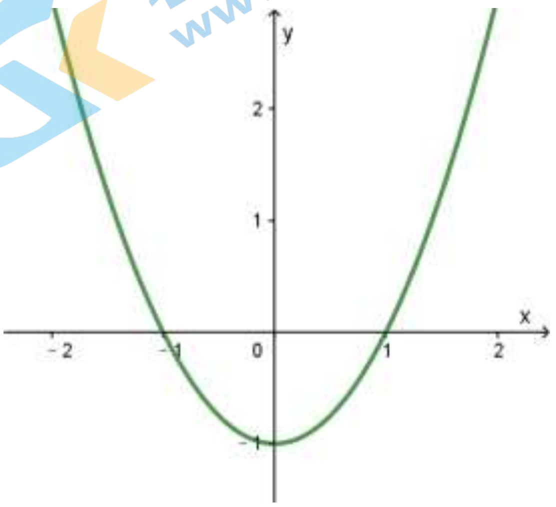
【解析】

【分析】

根据题目所给条件判断出函数的单调区间和零点，画出函数的大致图像，由此判断出正确选项.

【详解】由于对任意的 $x_1,x_2\in(-\infty,0)$，都有 $(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]<0$，所以函数在 $(-\infty,0)$ 上为减函数，由于函数是 R 上的偶函数，故函数在 $(0,+\infty)$ 上递增，且 $f(1)=f(-1)=0$，由此画出函数大致图像如下图所示，由图可知，不等式 $xf(x)<0$ 的解集是 $(-\infty,-1)\cup(0,1)$.

故选 D.



【点睛】本小题主要考查函数的单调性和奇偶性，考查数形结合的数学思想方法，属于基础题.

16. 【答案】B

【解析】

【分析】

由已知直接把 $t=\dfrac{1}{200}$ 代入 $I=5\sin\left(100\pi t+\dfrac{\pi}{3}\right)$，利用诱导公式及特殊角的三角函数值即可求出 I .

【详解】解：当 $t=\dfrac{1}{200}$ 时，$I=5\sin\left(100\pi\times\dfrac{1}{200}+\dfrac{\pi}{3}\right)=5\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)=5\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{5}{2}=2.5(A)$.

故选： B .

【点睛】本题考查三角函数的简单应用，属于基础题.

17. 【答案】C

【解析】

【分析】

根据函数解析式求解出函数的周期和初相，振幅可以直接由解析式得到.

【详解】因为 $y=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4}\right)$，所以 $T=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$，

当 $x=0$，初相为 $\frac{\pi}{4}$；由解析式可知振幅为 2，

故选：C.

【点睛】本题考查对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 中各个量的理解，难度容易.注意周期的计算公式：$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$.

18.【答案】A

【解析】

∵α 为第二象限角，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，所以 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，则 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$，故选 A.

19.【答案】C

【解析】

要得到函数 $y=\sin 2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$ 的图象,需要把函数 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位.

故选 C

20.【答案】B

【解析】

【分析】

先利用图象中的 2 和 6，求得函数的周期，求得 ω，最后根据 $x=2$ 时取最大值，求得 φ，即可得解.

【详解】如图根据函数的图象可得：函数的周期为（6﹣2）×4＝16，

又∵ω＞0，

∴$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{8}$，

当 $x=2$ 时取最大值，即 $2\sqrt{2}\sin\left(2\times\frac{\pi}{8}+\varphi\right)=2\sqrt{2}$，可得：$2\times\frac{\pi}{8}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

∴$\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\in Z$，

∵$0<\varphi<\pi$，

$\therefore \varphi = \frac{\pi}{4}$，

故选 B.

【点睛】本题主要考查了由 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象确定其解析式，考查了五点作图的应用和图象观察能力，属于基本知识的考查.

二、解答题

21. 【答案】（1）$-\frac{7}{16}$；（2）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

【解析】

【分析】

（1）根据指数幂运算和对数运算公式，即可求出结果；

（2）根据角 α 的终边经过点 $M(x,y)$，$\begin{cases} \sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{cases}$，即可求出 $\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$，然后再根据诱导公式即可求出结果.

【详解】（1）原式 $=\left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + 2\log_3 2 - 2\log_3 \frac{2}{3} - 5^{\log_5 3} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 2 - 3 = -\frac{7}{16}$.

（2）$\because$ 角 α 的终边经过点 $M(1,-2)$，

$\therefore \sin\alpha = \frac{-2}{\sqrt{1+4}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$$\therefore \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{5\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(\pi+\alpha)}$$

$$= \frac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{-\cos\alpha} = -\sin\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

【点睛】本题主要考出了指数幂运算和对数运算公式，三角函数的诱导公式和终边上一点的三角函数值的运算，熟练掌握公式是解决本题的关键.

22. 【答案】（1）$\left[k\pi+\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}+k\pi\right](k\in Z)$；（2）$(-1,2]$

【解析】

【分析】

(1) 利用二倍角的正弦公式、二倍角的余弦公式以及两角和与差的正弦公式将函数 $f\left(x\right)$ 化为 $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，利用正弦函数的单调性解不等式，可得到函数 $f\left(x\right)$ 的递减区间；(2) 利用函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$ 的图象变换规律，求得 $g\left(x\right)$ 的解析式，由 $x\in\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{8}\right)$ 可得 $4x+\frac{2\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\right)$ 结合正弦函数的单调性，求得 $g\left(x\right)$ 的值域.

【详解】(1) 函数 $f\left(x\right)=2\sin x\cos x+2\sqrt{3}\cos^2x-\sqrt{3}=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

$\therefore$ 当 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$ 时,解得：$k\pi+\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in Z$，

因此，函数 $f\left(x\right)$ 单调减区间为 $\left[k\pi+\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}+k\pi\right]\left(k\in Z\right)$.

(2) 将函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，可得 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，

再将所得的图象上各点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=g\left(x\right)=2\sin\left(4x+\frac{2\pi}{3}\right)$ 的图象，

$\because x\in\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{8}\right)$，$\therefore 4x+\frac{2\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\right)$，

$\therefore\sin\left(4x+\frac{2\pi}{3}\right)\in\left(-\frac{1}{2},1\right]$,$\therefore y=g\left(x\right)$ 的值域为 $\left(-1,2\right]$.

【点睛】本题主要考查三角恒等变换，正弦函数的单调性，函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$ 的图象变换规律，正弦函数的值域，属于中档题．函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$ 的单调区间的求法：若 $A>0,\omega>0$,把 $\omega x+\varphi$ 看作是一个整体，由 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\le\omega x+\varphi\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi\left(k\in Z\right)$ 求得函数的减区间，$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le\omega x+\varphi\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$ 求得增区间.

23. 【答案】(1) $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增，证明见解析； (2)4.

【解析】

【分析】

（1）用定义法严格证明即可

（2）用换元法设 $f(x)=t,(1\le x\le 2)$，$g(x)=t+\frac{4}{t}$，由（1）可得 $t\in[\frac{3}{2},\frac{15}{4}]$，再根据对勾函数增减性求出 $g\left(x\right)$ 的最小值即可

【详解】(1) 用定义法证明如下:

设 $1<x_1<x_2$,

则 $f(x_1)-f(x_2)=(2^{x_1}-a\cdot 2^{-x_1})-(2^{x_2}-a\cdot 2^{-x_2})$

$=(2^{x_1}-2^{x_2})+a(2^{-x_2}-2^{-x_1})$

$=(2^{x_1}-2^{x_2})+a\frac{2^{x_1}-2^{x_2}}{2^{x_1+x_2}}$

$=(2^{x_1}-2^{x_2})(1+\frac{a}{2^{x_1+x_2}})$,

$\because 1<x_1<x_2, a>0$,

$\therefore 2^{x_1}-2^{x_2}<0$, $1+\frac{a}{2^{x_1+x_2}}>0$,

$\therefore (2^{x_1}-2^{x_2})(1+\frac{a}{2^{x_1+x_2}})<0$, 即 $f(x_1)-f(x_2)<0$,

$\therefore$ $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增;

(2)设 $f(x)=t,(1\le x\le 2)$,则 $g(x)=t+\frac{4}{t}$,

由(1)知, 当 $a=1$ 时 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增

$\therefore t\in[\frac{3}{2},\frac{15}{4}]$,

$\because y=t+\frac{4}{t}$ 在区间 $[\frac{3}{2},2]$ 上单调递减,在区间 $[2,\frac{15}{4}]$ 上单调递增 ,

$\therefore$ 当 $t=2$, 即 $2^x-\frac{1}{2^x}=2$,解得 $x=\log_2(\sqrt{2}+1)$ 时, $g(x)_{\min}=4$.

【点睛】本题考查函数增减性的证明，复合函数值域的求法，换元法的应用，换元法的核心在于新元的取值范围必须明确，复合函数的增减性遵循同增异减

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。