2024 年 1 月“九省联考”考后提升卷

高三数学

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.现有一组数据：$663,664,665,668,671,664,656,674,651,653,652,656$，则这组数据的第 85 百分位数是**(　　)**

A．652　　B．668　　C．671　　D．674

2.已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点、右顶点、左焦点恰好是等腰三角形的三个顶点，则椭圆 C 的离心率为(　　)

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

3.已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且满足 $S_n=(-1)^n a_n-2^{-n}$，则 $S_5+S_6=$（　　）

A．$-\frac{1}{64}$　　B．$-\frac{1}{32}$　　C．$-\frac{1}{16}$　　D．$\frac{1}{64}$

4..已知 m，n 为异面直线，直线 l 与 m，n 都垂直，则下列说法不正确的是**(　　)**

A．若 $l\perp$ 平面 α，则 $m /\!/ \alpha$，$n /\!/ \alpha$

B．存在平面 α，使得 $l\perp\alpha$，$m\subset\alpha$，$n /\!/ \alpha$

C．有且只有一对互相平行的平面 α 和 β，其中 $m\subset\alpha$，$n\subset\beta$

D．至少存在两对互相垂直的平面α和β，其中$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$

5.某学校举办运动会，径赛类共设100米、200米、400米、800米、1500米5个项目，田赛类共设铅球、跳高、跳远、三级跳远4个项目.现甲、乙两名同学均选择一个径赛类项目和一个田赛类项目参赛，则甲、乙的参赛项目有且只有一个相同的方法种数等于(　　)

A．70　　B．140　　C．252　　D．504

6.在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P在侧面CC_1D_1D（含边界）内运动，Q在底面$ABCD$（含边界）内运动，则下列说法不正确的是（　　）

A．若直线BP与直线AD所成角为30°，则P点的轨迹为圆弧

B．若直线BP与平面$ABCD$所成角为30°，则P点的轨迹为双曲线的一部分

C．若$|D_1Q|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，则$Q$点的轨迹为线段

D．若Q到直线DD_1的距离等于Q到平面ABB_1A_1的距离，则点Q的轨迹为抛物线的一部分

7.已知角β的终边上一点P的坐标为$\left(2,\sqrt{3}\right)$，则$\tan\left(\beta-\dfrac{\pi}{6}\right)$的值为(　　)

A．0　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{9}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

8.已知F_1，F_2分别为双曲线Γ：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左，右焦点，点$P$为双曲线渐近线上一点，若$PF_1\perp PF_2$，$\tan\angle PF_1F_2=\dfrac{1}{3}$，则双曲线$\Gamma$的离心率为（　　）

A．$\dfrac{5}{3}$　　B．$\dfrac{5}{4}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9.将函数$f\left(x\right)=\sin x$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度，再将图象上所有点的横坐标变为原来的$\frac{1}{2}$倍（纵坐标不变），得到$g(x)$的图象，则（　　）

A．函数$g(x-\dfrac{\pi}{3})$是偶函数

B．$x=-\dfrac{\pi}{6}$是函数$g(x)$的一个零点

C．函数$g(x)$在区间$\left[-\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right]$上单调递增

D. 函数$g(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{12}$对称

10.已知z_1与z_2是共扼复数，以下四个命题一定是正确的是（　）

A．$z_1^2=|z_1|^2$　　B．$z_1z_2=|z_2|^2$　　C．$z_1+z_2\in R$　　D．$\frac{z_1}{z_2}\in R$

11.已知定义在R上的函数$f(x)$满足$f(x+\frac{7}{2})+f(x)=0$，且$y=f(x-\frac{7}{4})$为奇函数，则下列说法一定正确的是（　）

A. 函数$f(x)$的周期为$\frac{7}{2}$

B. 函数$f(x)$的图象关于$(-\frac{7}{4},0)$对称

C. 函数$f(x)$为偶函数

D. 函数$f(x)$的图象关于$x=\frac{7}{4}$对称

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12.已知集合$A=\left\{x|\frac{x+1}{x-2}\le 0\right\},B=\{x|\ x<a\}$，若$A\cap B\ne\varnothing$，且$A\cup B\ne B$，则实数$a$的取值范围是__________.

13.甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为2π，侧面积分别为$S_{甲}$和$S_{乙}$，体积分别为$V_{甲}$和$V_{乙}$．若$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=\frac{3}{2}$，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=$______

14.已知数列$\{a_n\}$满足$a_n\cdot a_{n+1}\cdot a_{n+2}=-\frac{1}{2}$，$a_1=-2,a_2=\frac{1}{4}$,则$\{a_n\}$的前$n$项积的最大值为____

四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.　**（13分）**设函数$f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2$，$g(x)=e^x-bx$，$a,b\in\mathbf{R}$，已知曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线与直线$x-y+1=0$垂直.

（1）求a的值；

（2）求$g(x)$的单调区间；

16.　**（15分）**为倡导公益环保理念，培养学生社会实践能力，某中学开展了旧物义卖活动，所得善款将用于捐赠"圆梦困境学生"计划.活动共计50多个班级参与，1000余件物品待出售.摄影社从中选取了20件物品，用于拍照宣传，这些物品中，最引人注目的当属优秀毕业生们的笔记本，已知高三1，2,3班分别有$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$的同学有购买意向.假设三个班的人数比例为6：7:8

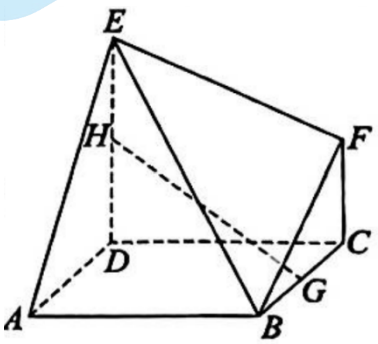
(1)现从三个班中随机抽取一位同学：

(i)求该同学有购买意向的概率；

(ii)如果该同学有购买意向，求此人来自 2 班的概率；

(2)对于优秀毕业生的笔记本，设计了一种有趣的“掷骰子叫价确定购买资格”的竞买方式：统一以 0 元为初始叫价，通过掷骰子确定新叫价，若点数大于 2，则在已叫价格基础上增加 1 元更新叫价，若点数小于 3，则在已叫价格基础上增加 2 元更新叫价；重复上述过程，能叫到 10 元，即获得以 10 元为价格的购买资格，未出现叫价为 10 元的情况则失去购买资格，并结束叫价.若甲同学已抢先选中了其中一本笔记本，试估计其获得该笔记本购买资格的概率(精确到 0.01).

17．（15 分） 如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$\angle DAB=60^{\circ}, DE\perp$ 平面 $ABCD$，$CF\ //\ DE$，且 $AB=DE=2, CF=1, G$ 为棱 BC 的中点，H 为棱 DE 上的动点.



（1）求二面角 $A-BE-F$ 的正弦值；

（2）是否存在点 H 使得 $GH\ //$ 平面 BEF？若存在，求 $\dfrac{EH}{ED}$ 的值；否则，请说明理由.

18．（17 分） 与 x 轴不垂直的直线 l 交抛物线 T: $y^2=2px\left(p>0\right)$ 于 M、N 两点，F 为抛物线的焦点，线段 MN 的垂直平分线交 x 轴于点 E(3,0),已知 O0(0,0),Q(4,0)且有 $|MF|+|NF|=4$

(1)求抛物线 T 的方程：

(2)过 F 的直线交抛物线 T 于 A、B 两点，延长 AQ、BQ 分别交抛物线 T 于 C、D;G、H 分别为

AB、CD 的中点，求 $\cos\angle GOH$ 的最小值.

19．（17 分）对于无穷数列$\{a_n\}$，设集合$A=\{x|x=a_n,n\geq 1\}$．若A为有限集，则称数列$\{a_n\}$为“T数列”.

(1)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2,a_{n+1}=\frac{1}{1-a_n}$，判断$\{a_n\}$是否为“$T$数列”，并说明理由；

(2)设函数$y=f(x)$的表达式为$f(x)=3|x+1|-|x+2|$，数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=f(a_n)$．若$\{a_n\}$为“T数列”，求首项a_1的值；

(3)设$a_n=\cos(t\pi n)$．若数列$\{a_n\}$为“T数列”，求实数t的取值集合．