

丰台区 2021—2022 学年度第一学期期末练习 初三数学

2022.01

考生须知	1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和考试号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束,将本试卷和答题卡一并交回。
------	--

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 下列是围绕 2022 年北京冬奥会设计的剪纸图案,其中既是中心对称图形又是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

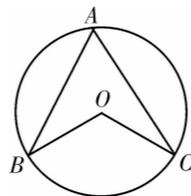
2. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的点, 如果 $\angle BOC = 120^\circ$, 那么 $\angle BAC$ 的度数是

(A) 30°

(B) 45°

(C) 60°

(D) 90°



3. 抛物线 $y = (x - 4)^2 + 1$ 的对称轴是

(A) $x = 4$

(B) $x = 1$

(C) $x = -1$

(D) $x = -4$

4. 把一副普通扑克牌中 13 张黑桃牌洗匀后正面向下放在桌子上. 从中随机抽取一张, 抽出的牌上的数小于 6 的概率为

(A) $\frac{8}{13}$

(B) $\frac{7}{13}$

(C) $\frac{6}{13}$

(D) $\frac{5}{13}$



5. 若关于 x 的一元二次方程 $(m - 1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$ 有一个解为 $x = 0$, 那么 m 的值是

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 1 或 -1

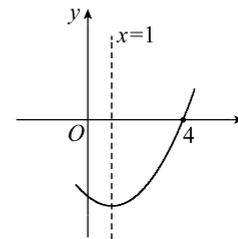
6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 那么下列说法正确的是

(A) $a = 2b$

(B) $c > 0$

(C) $a + b + c > 0$

(D) $4a - 2b + c = 0$



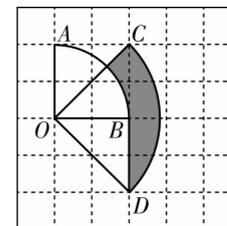
7. 如图所示, 边长为 1 的正方形网格中, O, A, B, C, D 是网格线交点, 若 \widehat{AB} 与 \widehat{CD} 所在圆的圆心都为点 O , 那么阴影部分的面积为

(A) π

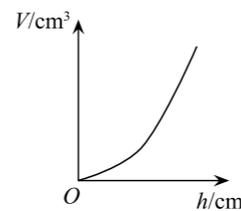
(B) 2π

(C) $\frac{3}{2}\pi - 2$

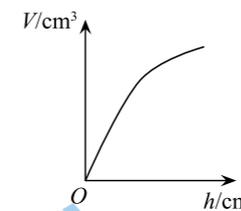
(D) $2\pi - 2$



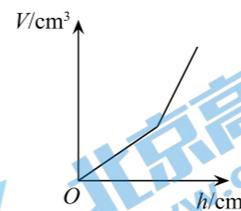
8. 如图所示, 有一个容器水平放置, 往此容器内注水, 注满为止. 若用 h (单位: cm) 表示容器底面到水面的高度, 用 V (单位: cm^3) 表示注入容器内的水量, 则表示 V 与 h 的函数关系的图象大致是



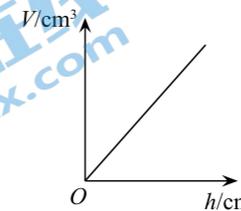
(A)



(B)



(C)



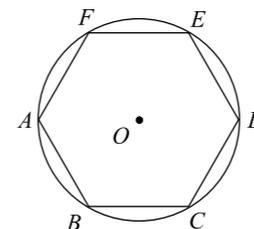
(D)

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

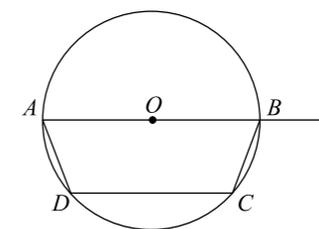
9. 如果点 $A(3, -2)$ 与点 B 关于原点对称, 那么点 B 的坐标是 _____.

10. 如图, 把 $\odot O$ 分成相等的六段弧, 依次连接各分点得到正六边形 $ABCDEF$, 如果 $\odot O$ 的周长为 12π , 那么该正六边形的边长是 _____.

11. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, E 为直径 AB 延长线上一点, 且 $AB \parallel DC$, 若 $\angle A = 70^\circ$, 则 $\angle CBE$ 的度数为 _____.

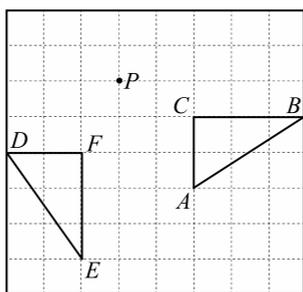


(第 10 题图)

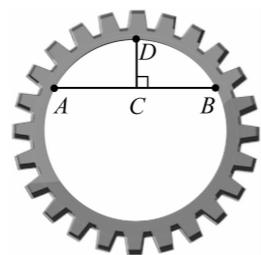


(第 11 题图)

12. 如图所示, $\triangle ABC$ 绕点 P 顺时针旋转得到 $\triangle DEF$, 则旋转的角度是_____.



(第 12 题图)



(第 13 题图)

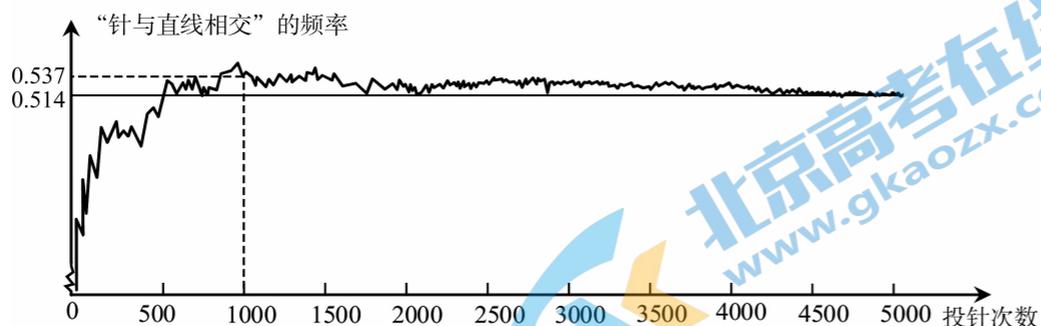
13. 数学活动课上, 小东想测算一个圆形齿轮内圈圆的半径. 如图所示, 小东首先在内圈圆上取点 A, B , 再作弦 AB 的垂直平分线, 垂足为 C , 交 \widehat{AB} 于点 D , 连接 CD , 经测量 $AB = 8\text{cm}$, $CD = 2\text{cm}$, 那么这个齿轮内圈圆的半径为_____ cm .

14. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

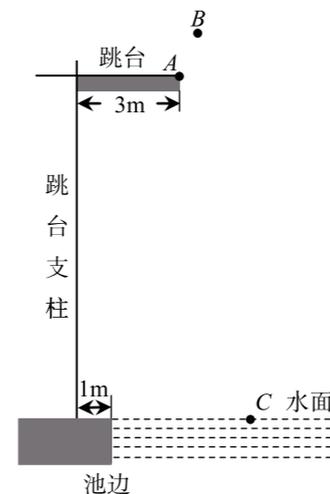
x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	5	0	-3	-4	-3	0	...

那么该抛物线的顶点坐标是_____.

15. 小红利用计算机模拟“投针试验”: 在一个平面上画一组间距为 $d = 0.73\text{cm}$ 的平行线, 将一根长度为 $l = 0.59\text{cm}$ 的针任意投掷在这个平面上, 针可能与某一直线相交, 也可能与任一直线都不相交. 下图显示了小红某次实验的结果, 那么可以估计出针与直线相交的概率是_____ (结果保留小数点后两位).



16. 中国跳水队在第三十二届夏季奥林匹克运动会上获得 7 金 5 银 12 枚奖牌的好成绩. 某跳水运动员从起跳至入水的运动路线可以看作是抛物线的一部分. 如图所示, 该运动员起跳点 A 距离水面 10m , 运动过程中的最高点 B 距池边 2.5m , 入水点 C 距池边 4m , 根据上述信息, 可推断出点 B 距离水面_____ m .



三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 - 22 题, 每小题 5 分, 第 23 - 26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\frac{1}{2}(\sqrt{8}+1) + (\frac{\sqrt{1}}{2})^2 + |1-\sqrt{2}|$

18. 解方程: $x^2 - 2x - 3 = 0$.

19. 下面是小亮设计的“过圆上一点作已知圆的切线”的尺规作图过程.

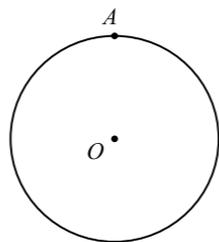
已知:点 A 在 $\odot O$ 上.

求作:直线 PA 和 $\odot O$ 相切.

作法:如图,

- ① 连接 AO ;
- ② 以 A 为圆心, AO 长为半径作弧, 与 $\odot O$ 的一个交点为 B ;
- ③ 连接 BO ;
- ④ 以 B 为圆心, BO 长为半径作圆;
- ⑤ 作 $\odot B$ 的直径 OP ;
- ⑥ 作直线 PA .

所以直线 PA 就是所求作的 $\odot O$ 的切线.



根据小亮设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形(保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明:

证明:在 $\odot O$ 中, 连接 BA .

$$\because OA = OB, AO = AB,$$

$$\therefore OB = AB.$$

\therefore 点 A 在 $\odot B$ 上.

$\because OP$ 是 $\odot B$ 的直径,

$$\therefore \angle OAP = 90^\circ (\text{填推理的依据}).$$

$$\therefore OA \perp AP.$$

又 \because 点 A 在 $\odot O$ 上,

$$\therefore PA \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线} (\text{填推理的依据}).$$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3kx + 2k^2 = 0$.

- (1) 求证: 该方程总有两个实数根;
- (2) 若 $k > 0$, 且该方程的两个实数根的差为 1, 求 k 的值.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + mx + n$ 经过点 $A(-3, 0), B(1, 0)$.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 设抛物线与 y 轴的交点为 C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

22. 小宇和小伟玩“石头、剪刀、布”的游戏. 这个游戏的规则是:“剪刀”胜“布”,“布”胜“石头”,“石头”胜“剪刀”, 手势相同不分胜负. 如果二人同时随机出手(分别出三种手势中的一种手势)一次, 那么小宇获胜的概率是多少?

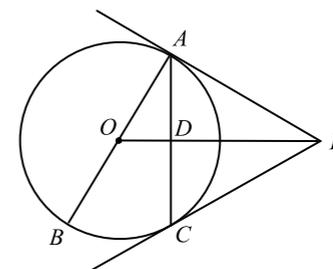


23. 某校举办了“冰雪运动进校园”活动, 计划在校园一块矩形的空地上铺设两块完全相同的矩形冰场. 如下图所示, 已知空地长 27m, 宽 12m, 矩形冰场的长与宽的比为 4:3, 如果要使冰场的面积是原空地面积的 $\frac{2}{3}$, 并且预留的上、下通道的宽度相等, 左、中、右通道的宽度相等, 那么预留的上、下通道的宽度和左、中、右通道的宽度分别是多少米?



24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA, PC 是 $\odot O$ 的切线, A, C 是切点, 连接 AC, PO , 交点为 D .

- (1) 求证: $\angle BAC = \angle OPC$;
- (2) 延长 PO 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 BE, CE .
若 $\angle BEC = 30^\circ, PA = 8$, 求 AB 的长.



25. 小朋在学习过程中遇到一个函数 $y = \frac{1}{2}|x|(x-3)^2$.

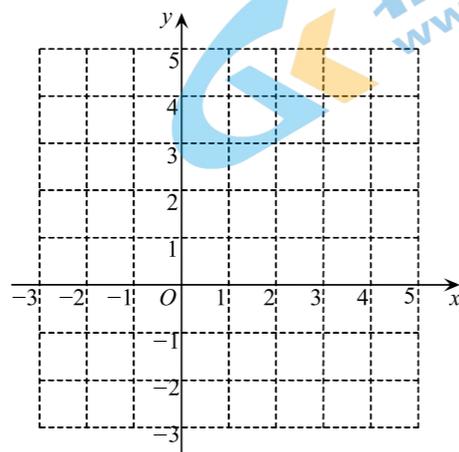
下面是小朋对其探究的过程,请补充完整:

(1) 观察这个函数的解析式可知, x 的取值范围是全体实数, 并且 y 有 _____ 值(填“最大”或“最小”), 这个值是 _____;

(2) 进一步研究, 当 $x \geq 0$ 时, y 与 x 的几组对应值如下表:

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	4	...
y	0	$\frac{25}{16}$	2	$\frac{27}{16}$	1	$\frac{5}{16}$	0	$\frac{7}{16}$	2	...

结合上表, 画出当 $x \geq 0$ 时, 函数 $y = \frac{1}{2}|x|(x-3)^2$ 的图象;



(3) 结合(1)(2)的分析, 解决问题:

若关于 x 的方程 $\frac{1}{2}|x|(x-3)^2 = kx - 1$ 有一个实数根为 2, 则该方程其它的实数根约为 _____ (结果保留小数点后一位).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$ 上任意两点.

(1) 求抛物线的顶点坐标(用含 m 的式子表示);

(2) 若 $x_1 = m - 2$, $x_2 = m + 2$, 比较 y_1 与 y_2 的大小, 并说明理由;

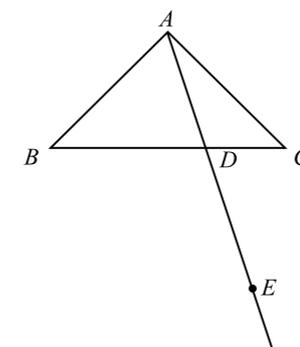
(3) 若对于 $-1 \leq x_1 < 4$, $x_2 = 4$, 都有 $y_1 \leq y_2$, 直接写出 m 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, D 是边 BC 上一点, 作射线 AD , 满足 $0^\circ < \angle DAC < 45^\circ$, 在射线 AD 取一点 E , 且 $AE > BC$. 将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到线段 AF , 连接 BE , FE , 连接 FC 并延长交 BE 于点 G .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求 $\angle EGF$ 的度数;

(3) 连接 GA , 用等式表示线段 GA , GB , GC 之间的数量关系, 并证明.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M, N , 给出如下定义: 若图形 M 和图形 N 有且只有一个公共点 P , 则称点 P 是图形 M 和图形 N 的“关联点”.

已知点 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(2, 2)$, $D(1, \sqrt{3})$.

(1) 直线 l 经过点 A , $\odot B$ 的半径为 2, 在点 A, C, D 中, 直线 l 和 $\odot B$ 的“关联点”是 _____;

(2) G 为线段 OA 中点, Q 为线段 DC 上一点(不与点 D, C 重合), 若 $\odot Q$ 和 $\triangle OAD$ 有“关联点”, 求 $\odot Q$ 半径 r 的取值范围;

(3) $\odot T$ 的圆心为点 $T(0, t)$ ($t > 0$), 半径为 t , 直线 m 过点 A 且不与 x 轴重合. 若 $\odot T$ 和直线 m 的“关联点”在直线 $y = x + b$ 上, 请直接写出 b 的取值范围.

初三数学参考答案

2022.01

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	D	A	D	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $(-3, 2)$; 10. 6; 11. 110° ; 12. 90° ; 13. 5; 14. $(1, -4)$; 15. 略; 16. 11.25

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27, 28 题，每小题 7 分）

17. 解：原式 = $\frac{1}{2}(2\sqrt{2}+1) + \frac{1}{2} + \sqrt{2} - 1$ 3 分

= $\sqrt{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \sqrt{2} - 1$ 4 分

= $2\sqrt{2}$ 5 分

18. 解：移项，得 $x^2 - 2x = 3$, 1 分

配方，得 $(x-1)^2 = 4$, 2 分

由此可得 $x-1 = \pm 2$, 3 分

$x_1 = 3, x_2 = -1$ 5 分

19. 解：（1）略; 3 分

（2）直径所对的圆周角是直角. 4 分

经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. 5 分

20. （1）证明： $a = 1, b = -3k, c = 2k^2$.

$\Delta = (-3k)^2 - 4 \times 2k^2 = k^2$ 1 分

$\because k^2 \geq 0$,

$\therefore \Delta \geq 0$.

\therefore 原方程总有两个实数根. 2 分

（2）解： $x = \frac{3k \pm \sqrt{k^2}}{2}$, 3 分

$x_1 = 2k, x_2 = k$ 4 分

$\because k > 0$,

$\therefore 2k > k$.

$\therefore 2k - k = 1$.

$\therefore k = 1$ 5 分

21. (1) 解: \because 抛物线 $y = x^2 + mx + n$ 经过点 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} (-3)^2 - 3m + n = 0, \\ 1^2 + m + n = 0. \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore \begin{cases} m = 2, \\ n = -3. \end{cases}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = x^2 + 2x - 3$. $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 令 $x = 0$, $y = -3$,

$\therefore C(0, -3)$. $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 . \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

22. 解:

小宇 \ 小伟	石头	剪刀	布
石头	(石头, 石头)	(剪刀, 石头)	(布, 石头)
剪刀	(石头, 剪刀)	(剪刀, 剪刀)	(布, 剪刀)
布	(石头, 布)	(剪刀, 布)	(布, 布)

$\dots\dots\dots 2 \text{分}$

由上表可知, 小宇、小伟二人同时随机出手一次的结果有 9 种, 并且它们出现的可能性相等, 在所有可能的结果中满足小宇获胜的结果有 3 种, 即

(布, 石头), (石头, 剪刀), (剪刀, 布), $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

$$\therefore P(\text{小宇获胜}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} . \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

23. 解: 设矩形冰场的长为 $4x \text{ m}$, 宽为 $3x \text{ m}$. $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

列方程 $4x \cdot 3x \cdot 2 = \frac{2}{3} \times 27 \times 12$. $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

解方程, 得 $x_1 = 3$, $x_2 = -3$ (不合题意, 舍去). $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

上、下通道的宽度为 $\frac{1}{2} \times (12 - 9) = 1.5$,

左、中、右通道的宽度为 $\frac{1}{3} \times (27 - 12 \times 2) = 1$. $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

答: 上、下通道的宽度为 1.5 m , 左、中、右通道的宽度为 1 m . $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

24. (1) 证明: $\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线, A 是切点,

$$\therefore \angle OAP = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle BAC + \angle PAD = 90^\circ .$$

$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线, C 是切点,

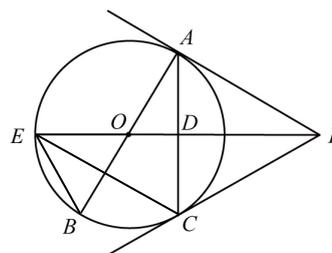
$$\therefore PA = PC, \angle OPA = \angle OPC .$$

$$\therefore PO \perp AC .$$

$$\therefore \angle OPA + \angle PAD = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle BAC = \angle OPA .$$

$$\therefore \angle BAC = \angle OPC . \dots\dots\dots 3 \text{分}$$



(2) 解 $\because \angle BAC$ 与 $\angle BEC$ 所对的弧都是 \widehat{BC} , 且 $\angle BEC=30^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = \angle BEC = 30^\circ$.
 $\therefore \angle OPA = \angle BAC = 30^\circ$.
 $\therefore \angle OAP = 90^\circ$,
 $\therefore PO = 2AO$.

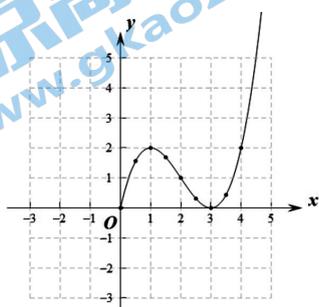
在 $Rt\triangle AOP$ 中, $PA^2 + AO^2 = PO^2$ 且 $PA=8$,

$$\therefore AO = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore AB = \frac{16\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

25. (1) 最小, 0 ; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2)



$\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(3) 4.2. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

26. (1) $(m, -1)$; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) $\because y = x^2 - 2mx + m^2 - 1 = (x - m)^2 - 1$, 且点 P, Q 在抛物线上,

$$\therefore y_1 = (m + 2 - m)^2 - 1 = 3, \quad y_2 = (m - 2 - m)^2 - 1 = 3.$$

$$\therefore y_1 = y_2. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) $m \leq \frac{3}{2}$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

27. (1) 图略; $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

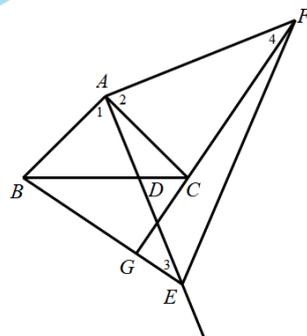
(2) 证明: $\because \angle BAC = \angle EAF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$.
 $\because AB = AC, AE = AF$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$.
 $\therefore \angle 3 = \angle 4$.

由题意可知, $\angle EAF = 90^\circ$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE = 45^\circ$$

$$\therefore \angle GEF + \angle GFE = \angle 45^\circ + \angle 3 + 45^\circ - \angle 4 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FGE = 90^\circ \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(3) $GB + GC = \sqrt{2}GA$.

证明：在线段 FC 上取一点 H ，使 $FH = EG$.

- $\because \angle 4 = \angle 3, AF = AE,$
- $\therefore \triangle AFH \cong \triangle AEG .$
- $\therefore AH = AG, \angle HAF = \angle GAE .$
- $\therefore \angle HAF + \angle EAH = 90^\circ,$
- $\therefore \angle GAE + \angle EAH = 90^\circ .$
- $\therefore \angle GAH = 90^\circ .$
- $\therefore \triangle AGH$ 是等腰直角三角形.

$\therefore GH = \sqrt{2}GA .$

由 (2) 可知, $FC = EB$.

$\therefore FC - FH = EB - EG$.

即 $HC = GB$.

$\therefore GH = GC + CH = \sqrt{2}GA .$

$\therefore GB + GC = \sqrt{2}GA$ 7分

28 (1) C; 2分

(2) $\because \triangle OAD$ 为等边三角形, G 是 OA 中点, $OA = 2$,

$\therefore DG = \sqrt{3}$.

当 $\odot Q$ 是 $\triangle OAD$ 的内切圆时, $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

当 $\odot Q$ 是 $\triangle OAD$ 的外接圆时, $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

若点 G 是 $\odot Q$ 与 $\triangle AOD$ 的“关联点”,

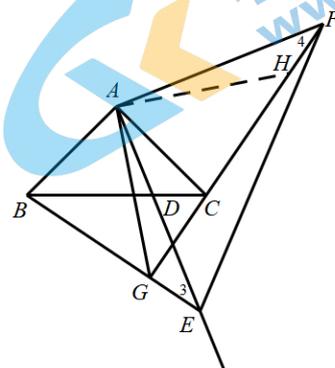
则 $0 < r < \frac{\sqrt{3}}{3}$;

若点 D 是 $\odot Q$ 与 $\triangle AOD$ 的“关联点”,

则 $\frac{2\sqrt{3}}{3} < r < \sqrt{3}$;

综上, $0 < r < \frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3} < r < \sqrt{3}$ 5分

(3) $-4 < b \leq 2\sqrt{2} - 2$ 7分



北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

