黑卷　　姓名__________　　准考证号__________

（在此卷上答题无效）

绝密★启用前

2021年普通高等学校招生全国统一考试(浙江)

数　学

本试卷分选择题和非选择题两部分。全卷共4页，选择题部分1至2页；非选择题部分3至4页。满分150分。考试用时120分钟。

考生注意：

1. 答卷前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定位置上。
2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A，B 互斥，则

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

若事件 A，B 相互独立，则

$P(AB)=P(A)P(B)$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1，S_2 分别表示台体的上、下底面积

h 表示台体的高

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

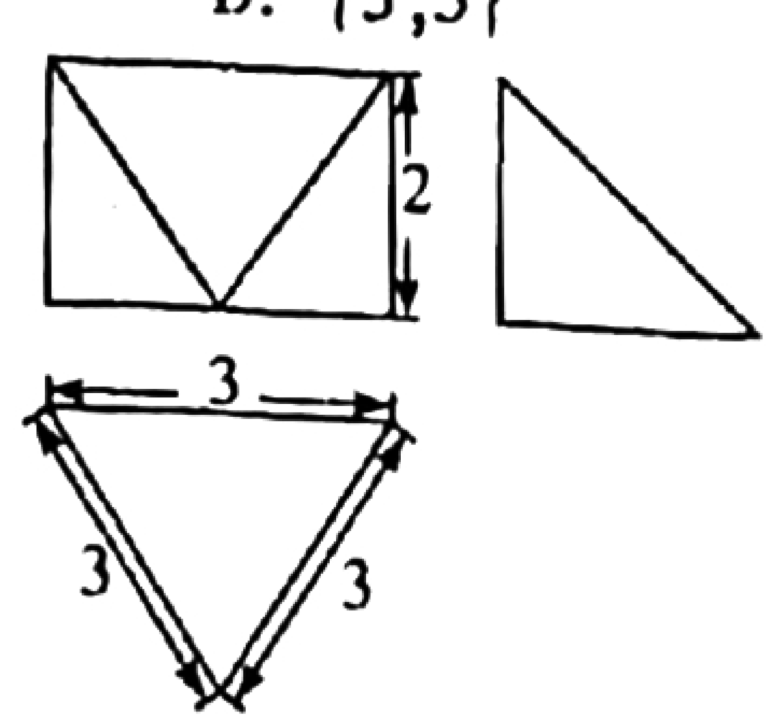
选择题部分(共40分)

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $U=\{0,1,2,3,4,5\}$，$A=\{0,1,2\}$，则 $\complement_U A=$

A. $\{4,5\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{3,5\}$

2. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为



A. $3\sqrt{3}$　　B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

3. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+3\geqslant 0 \\ x+2y+6\geqslant 0 \\ x+y+3\leqslant 0 \end{cases}$，则 $z=x+3y$ 的取值范围是

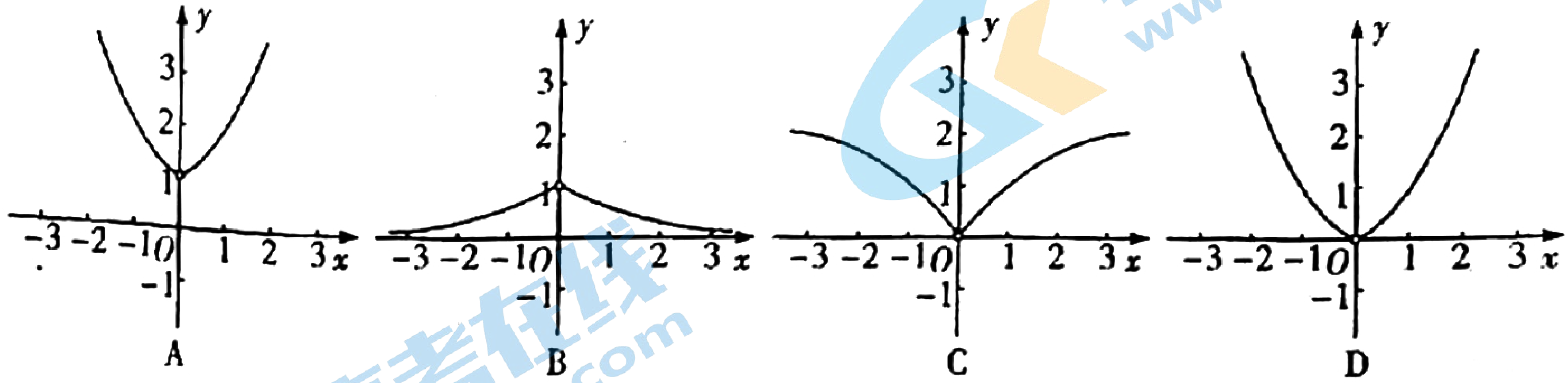
A. $[-7,3]$　　B. $[-7,-3]$　　C. $[-9,3]$　　D. $[-9,-3]$

4. “$a\leqslant -1$”是“函数 $f(x)=x^2+ax+2a^2-1$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递减”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 函数 $f(x)=2^{|\ln|x||}$ 的大致图象为



6. 已知斜率不为 0 的直线 l 过椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的左焦点 F 且交椭圆于 A,B 两点，y 轴上的点 M 满足 $|MA|=|MB|$，则 $\frac{|FM|}{|AB|}$ 的取值范围为

A. $(\frac{\sqrt{2}}{8},\frac{\sqrt{2}}{4}]$　　B. $(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}]$　　C. $(\frac{1}{16},\frac{1}{2})$　　D. $[\sqrt{2},+\infty)$

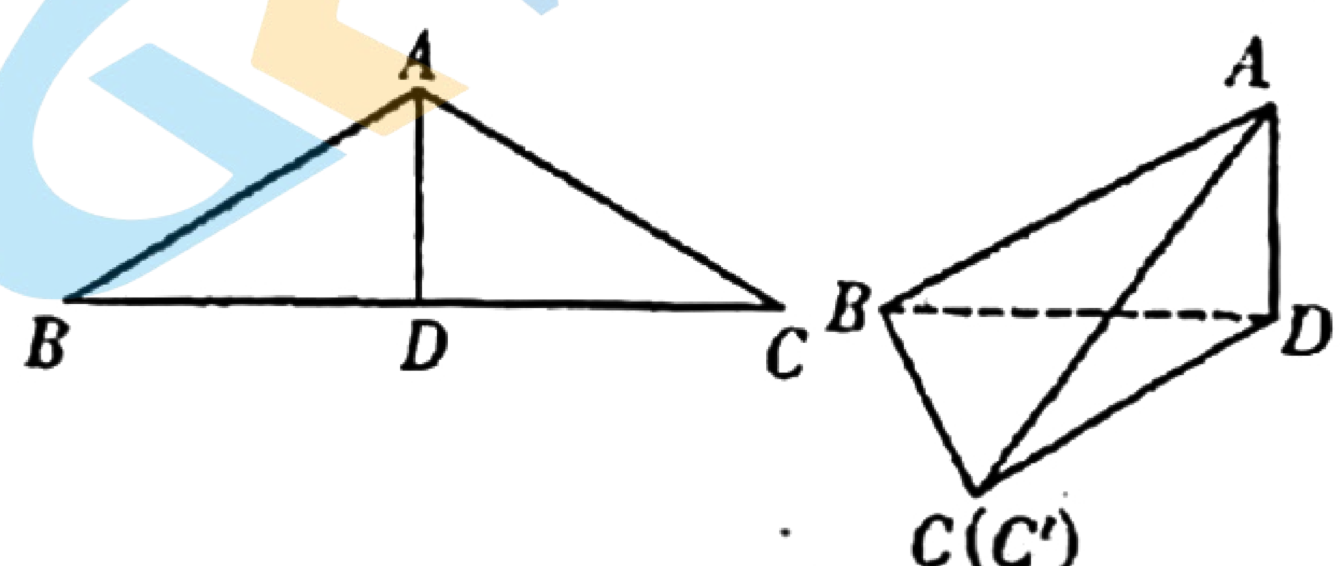
7. 设 $0<b<\frac{2}{3}$，随机变量 X 的分布列如下，则当 b 在 $(0,\frac{2}{3})$ 内增大时，

X	1	2	3
P	a	b	$\frac{1}{3}$

A. $E(X)$ 增大，$D(X)$ 增大　　B. $E(X)$ 增大，$D(X)$ 减小

C. $E(X)$ 减小，$D(X)$ 先增大后减小　　D. $E(X)$ 减小，$D(X)$ 先减小后增大

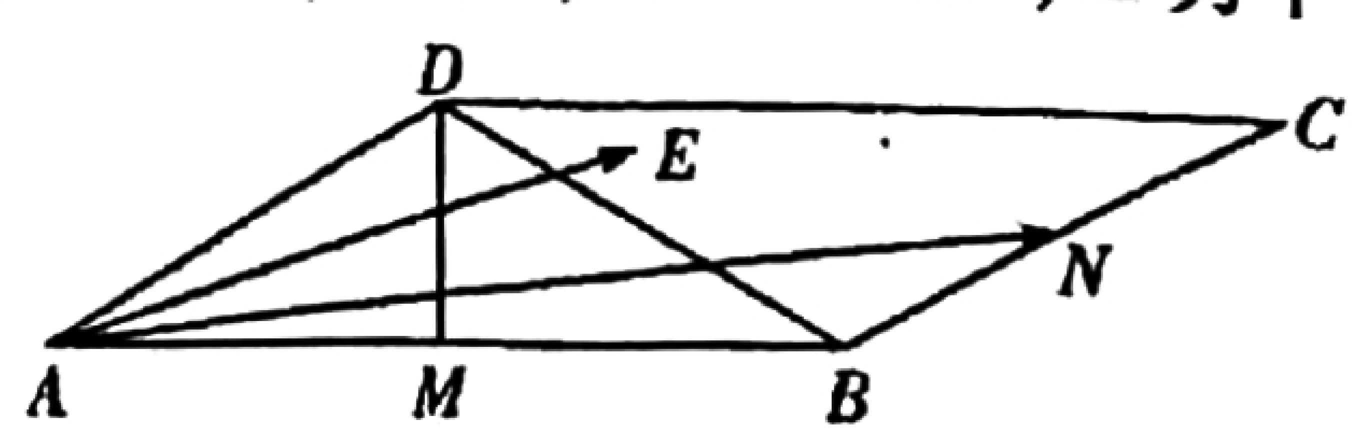
8. 在 $\triangle ABC$ 中，$BC=\sqrt{3}AB=\sqrt{3}AC=2\sqrt{3}$，$D$ 为 BC 的中点，将 $\triangle ADC$ 沿 AD 翻折到 $\triangle ADC'$，已知四面体 $ABC'D$ 的外接球表面积为 5π，则线段 BC' 的长度为



A. $\sqrt{6}$　　B. $\sqrt{5}$

C. 2　　D. $\sqrt{3}$

9. 在平行四边形 $ABCD$ 中，M,N 分别是 AB,BC 的中点，且 $DM=1$，$DB=2$，$\angle MDB=60^\circ$，E 为平行四边形内(包含边界)的一动点，则 $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{AE}$ 的最大值为



A. 22　　B. 23

C. 24　　D. 25

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n=-\frac{1}{2}+\frac{3}{4a_{n+1}-2}$，$n\in\mathbf{N}^*$，$\frac{5}{4}<a_2<2$，则以下成立的是

A. $a_7>a_9$　　B. $a_7+a_9>a_8+a_6$　　C. $a_9+a_8>2a_7$　　D. $a_{10}>a_8$

非选择题部分(共 110 分)

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 《孙子算经》卷下有一名题："今有出门望见九堤，堤有九木，木有九枝，枝有九巢，巢有九禽，禽有九雏，雏有九毛，毛有九色."请问：堤、木、枝、巢、禽、雏、毛、色的数目之和为_______.

12. 已知 i 是虚数单位，复数 $\frac{2}{1+i}=1+(a-2)i$，则 $a=$_______.

13. 直线 $y=k(x+1)$ 与圆 $C:x^2+y^2-2y-3=0$ 相交于 A,B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为_______，若 $\triangle ABC$ 的面积为 2，则 $k=$_______.

14. 已知 $\tan(\theta-\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{3}$，$\theta\in(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$，则 $\sin 2\theta=$_______，$\tan 3\theta=$_______.

15. 已知 $(x-2)^2(x+1)^3=a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则 $a_1=$_______，$a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5=$_______.

16. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，若点 F_1 关于直线 $y=\frac{b}{a}x$ 的对称点为 F_1'，且 $|F_1'F_2|>\frac{\sqrt{6}}{3}$，则 $\angle F_1F_1'F_2=$_______，双曲线 C 的实轴长的取值范围是_______.

17. 已知函数 $g(x)=\ln x$，当 $x\geqslant e$ 时，$|g(x)|\geqslant\frac{m-x}{2ex^3}\cdot e^{\frac{m}{x}}$ 恒成立，则 m 的取值范围为_______.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分)在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $2(b-a\cos C)=\sqrt{3}c$.

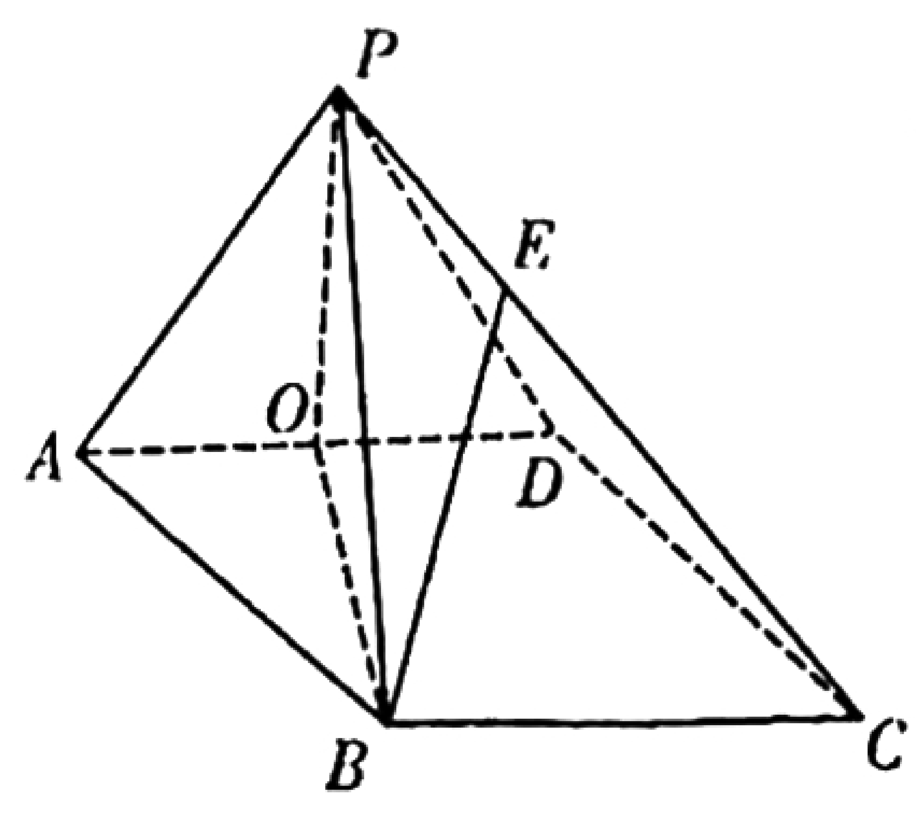
(Ⅰ)求 A；

(Ⅱ)若 $a=2$，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

19. (本题满分 15 分)如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，且 $\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，$\triangle PAD$ 为正三角形，O 为 AD 中点，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，E 在线段 PC 上且 $PE=\frac{1}{2}EC$.

(Ⅰ)求证：$AD\perp$ 平面 POB；

(Ⅱ)求直线 BE 与平面 PCD 所成角的正弦值.

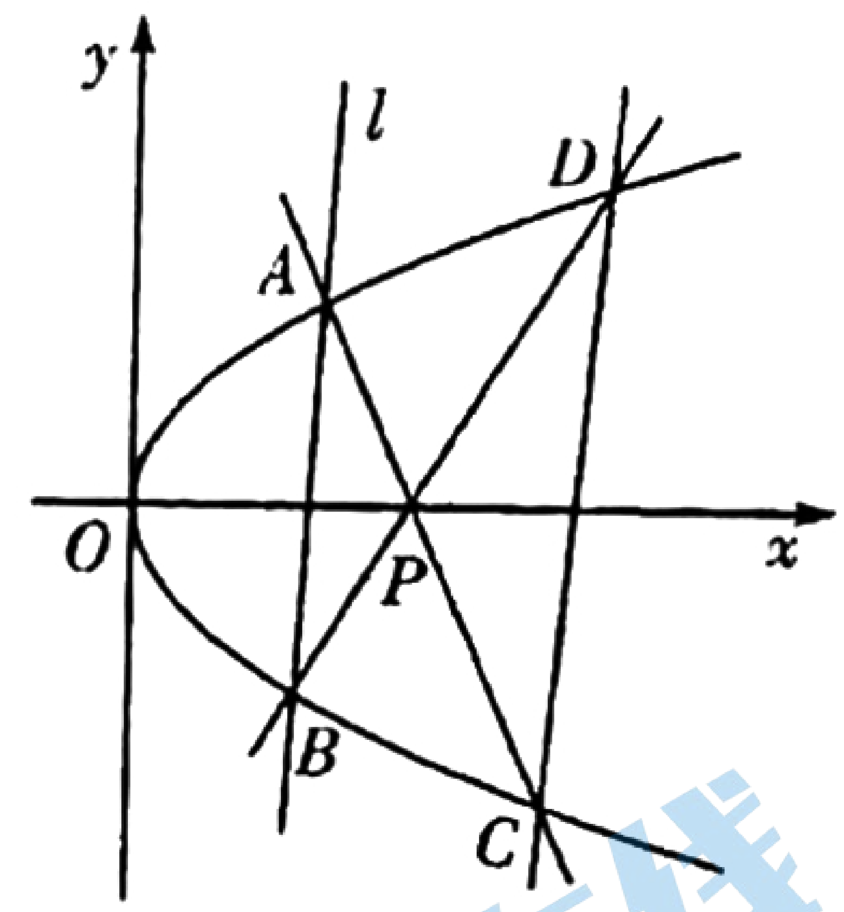


20. (本题满分 15 分)已知数列$\{c_n\}$的前 n 项之积为 T_n,即 $T_n=c_1c_2\cdot\cdots\cdot c_n$,且 $T_n=10^{n(n+1)}$,$a_n=\lg c_n-1$.

(Ⅰ)求数列$\{c_n\}$,$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$b_n=\sqrt{\dfrac{a_n+1}{2}\cdot S_n}$,求证:对一切 $n\in\mathbf{N}^*$,均有$\dfrac{1}{b_1}+\dfrac{1}{b_2}+\cdots+\dfrac{1}{b_n}<3$.

21. (本题满分 15 分)已知直线 $l:x=ty+3$ 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 A,B 两点,$P(5,0)$为 x 轴上一点,直线 AP,BP 分别交抛物线于点 C,D.



(Ⅰ)若$|AB|=8\sqrt{2}$,求直线 l 的方程;

(Ⅱ)证明:直线 CD 过定点,并求该定点坐标.

22. (本题满分 15 分)已知函数$f(x)=m\sqrt{x}-\ln x$ 在定义域内有两个不同的零点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$.

(Ⅰ)求证:$0<m<\dfrac{2}{e}$;

(Ⅱ)已知 $k>0$,若对任意的 $a\in(0,1]$,不等式$\sqrt{x_1^a}\cdot\sqrt{x_2^k}>e^{1+k}$恒成立,求 k 的取值范围.

白卷　　姓名________________　　准考证号________________

（在此卷上答题无效）

绝密★启用前

2021年普通高等学校招生全国统一考试（浙江）

数　学

本试卷分选择题和非选择题两部分。全卷共4页，选择题部分1至2页；非选择题部分3至4页。满分150分。考试用时120分钟。

考生注意：

1. 答卷前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定位置上。
2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A,B 互斥，则

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

若事件 A,B 相互独立，则

$P(AB)=P(A)P(B)$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积

h 表示台体的高

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|-3\leqslant x\leqslant 1\}$，则 $(\complement_UA)\cup B=$

A. $[1,2]$　　B. $[1,2)$

C. $(-\infty,1]\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

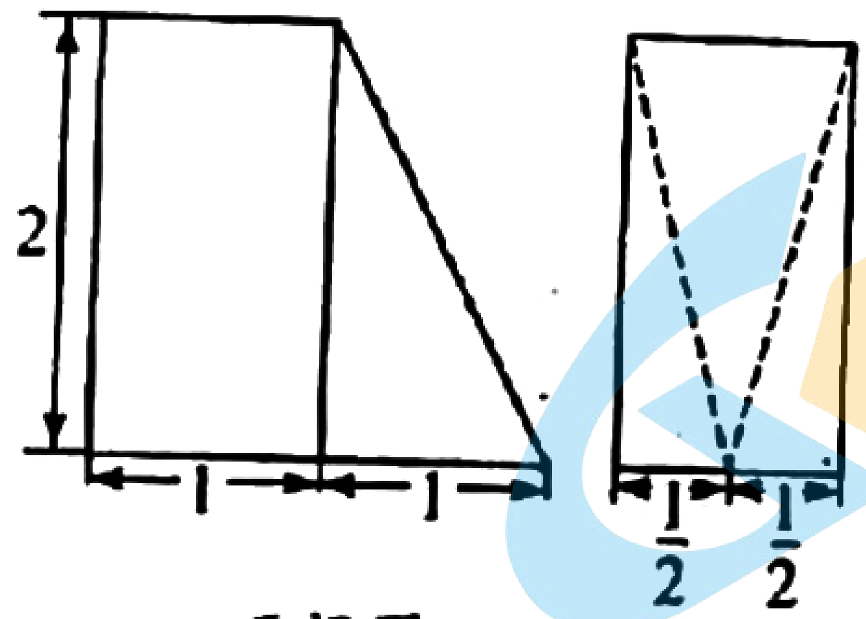
2. 已知复数 $z=\frac{2}{1+2i}$（i 为虚数单位），则复数 z 在复平面内对应的点的坐标是

A. $(\frac{2}{5},\frac{4}{5})$　　B. $(\frac{2}{5},-\frac{4}{5})$　　C. $(\frac{2}{25},\frac{4}{25})$　　D. $(\frac{2}{25},-\frac{4}{25})$

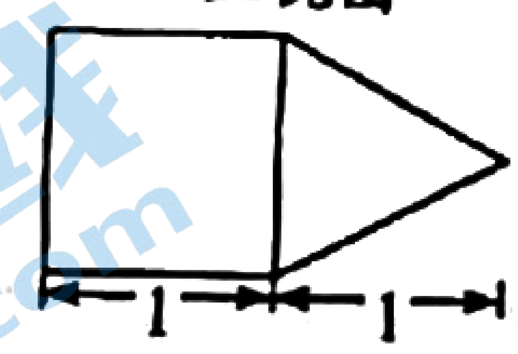
3. 焦距为6的双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{m}=1(m>0)$的渐近线方程是

A. $2x\pm\sqrt{5}y=0$　　B. $4x\pm5y=0$　　C. $5x\pm4y=0$　　D. $\sqrt{5}x\pm2y=0$

4. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是



正视图　　侧视图



俯视图

A. $\frac{8}{3}$　　B. $\frac{10}{3}$　　C. $\frac{11}{3}$　　D. 4

5. 已知正项等比数列$\{a_n\}$的公比为q，前n项和为S_n，则“$S_6+S_4<S_3+S_7$”是“$q>1$”的

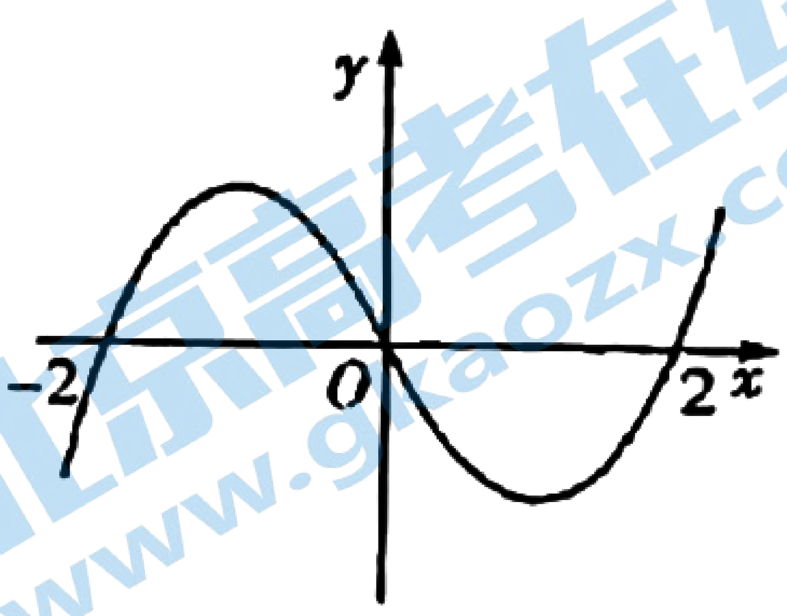
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. $(\sqrt{3}x+\frac{1}{x})^6$的展开式中$x^2$的系数为

A. 45　　B. 90　　C. 135　　D. 270

7. 已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$且导函数为$f'(x)$，如图是函数$y=(x^2-4)f'(x)$的图象，则下列说法正确的是



A. 函数$f(x)$的增区间是$(-\infty,0)$，减区间为$(0,+\infty)$

B. 函数$f(x)$的增区间是$(0,+\infty)$，减区间为$(-\infty,0)$

C. $x=-2$是函数$f(x)$的极小值点，$x=2$是函数$f(x)$的极大值点

D. 函数$f(x)$为奇函数

8. 盒中装有标记号码为1,2,3,4,5,6,7的7张卡片(卡片除标记号码外，大小质地都相同)，现从中任取两张卡片，取后不放回，直到取出两张卡片的号码之和不超过10时停止，用X表示取卡片终止时取卡片的次数，则$E(X)=$

A. $\frac{6}{5}$　　B. $\frac{106}{105}$　　C. $\frac{161}{210}$　　D. $\frac{106}{210}$

9. 若对任意$x\geq1$，恒有$a(e^{2ax}-1)\geq(x-\frac{1}{x})\ln x$，则实数$a$的最小值为

A. $\frac{1}{2e}$　　B. $\frac{1}{e}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{e}$　　D. $\frac{2}{e}$

10. 已知O为$\triangle ABC$所在平面上一点，若$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=2|\overrightarrow{AC}|$，则$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$所成角的取值范围是

A. $[0,\frac{\pi}{3}]$　　B. $[0,\frac{\pi}{6}]$　　C. $[0,\frac{\pi}{4}]$　　D. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}]$

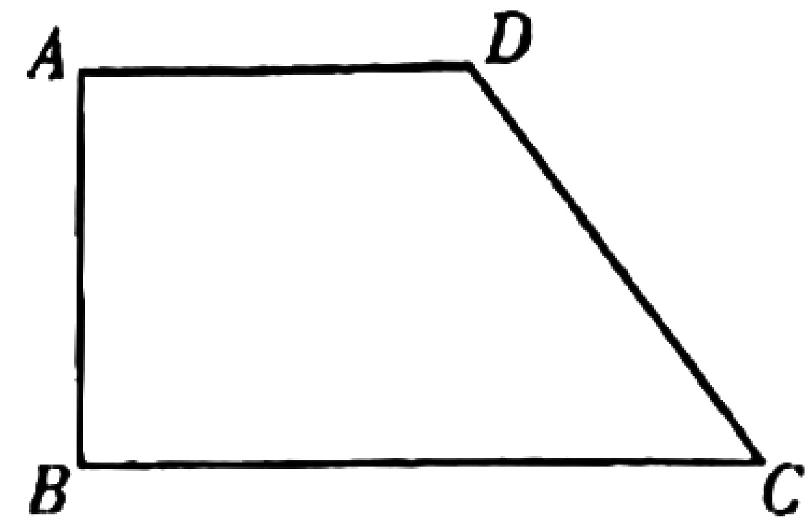
非选择题部分(共 110 分)

二、填空题:本大题共 7 小题,多空题每题 6 分,单空题每题 4 分,共 36 分。

11. 中国近代数学家李善兰的《垛积比类》为算术史上垛积术之大成,提出了备受国际数学家关注和赞赏、驰名中外的“李善兰恒等式”,其中三角垛公式:$\sum_{r=1}^{n} C_{r+p-1}^{p} = C_{n+p}^{p+1}$为“李善兰恒等式”的一个特例,这里$\sum_{r=1}^{n} C_{r+p-1}^{p} = C_{p}^{p} + C_{p+1}^{p} + \cdots + C_{n+p-1}^{p}$. 由此恒等式可计算$\sum_{r=1}^{9} C_{r+1}^{2} =$ ________.

12. 设实数 x,y 满足$\begin{cases} x-y-2\leqslant 0 \\ x+y-4\geqslant 0 \\ y-2\leqslant 0 \end{cases}$,则 $z=x+2y$ 的最小值为________,最大值为________.

13. 如图,已知直角梯形 $ABCD$,$AD // BC$,$AB\perp BC$,$AB=AD=4$,$BC=7$,以 AD 为轴将梯形旋转一周,则所形成的几何体的表面积为________,体积为________.

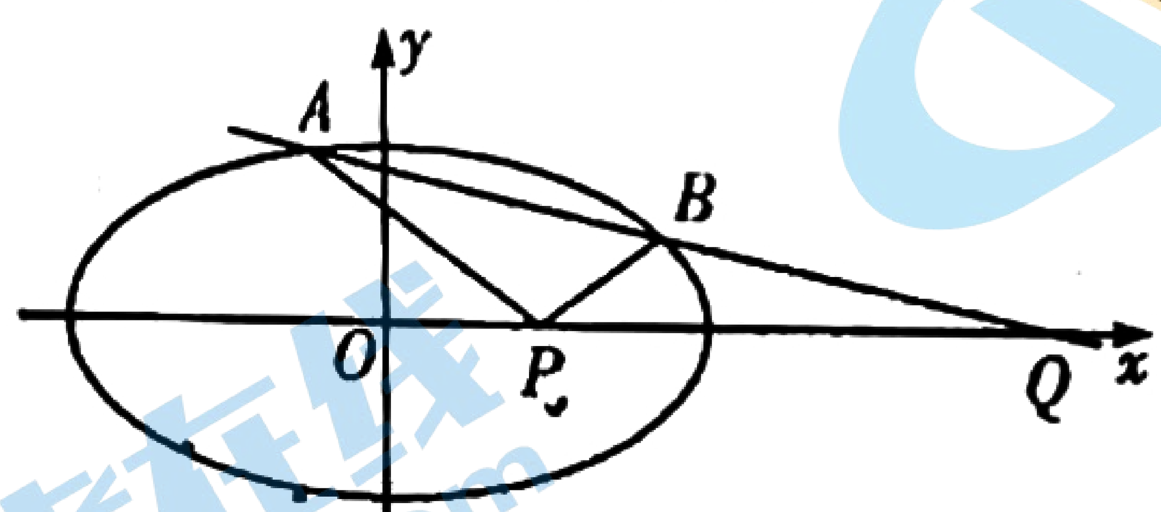


14. 已知在$\triangle ABC$ 中角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,$B=30°$,$b=2\sqrt{2}$. 若 $c=(\sqrt{3}+1)a$,则 $C=$________;设 D 为 AC 边的中点,当 BD 取得最大值时,$\triangle ABC$ 的面积是________.

15. 甲、乙、丙三家医院各有 2,2,3 名医护工作者,依次记作 A,B,C,D,E,F,G. 现要从每个医院各抽调 2 名医护工作者组成三个志愿者小组,分别前往三个不同的路口做医护工作,要求每组两名医护工作者且来自不同的医院,其中 A 与 C 不同组,则不同的工作安排有________ 种.(用数字作答)

16. 已知函数$f(x)=\begin{cases} x+1, x\in(-\infty,0] \\ x^2, x\in(0,+\infty) \end{cases}$,则函数$f(x)$的图象与函数 $y=\frac{1}{2}(x+1)$的图象的交点个数为________,若函数 $f(x)$存在 x_1,x_2,当 $x_1<x_2$ 时,$f(x_1)=f(x_2)$,则 $x_1 f(1-x_2)$的取值范围为________.

17. 如图,已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$,点 Q 是 x 轴上的点,点 $P(\frac{a}{2},0)$,过点 Q 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A,B 两点,若$\angle APO=\angle QPB$,则点 Q 的横坐标是________.



三、解答题:本大题共 5 小题,共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本小题满分 14 分)已知函数$f(x)=(2\cos x+1)(2\cos x-1)+4\sin x\cos x-1$.

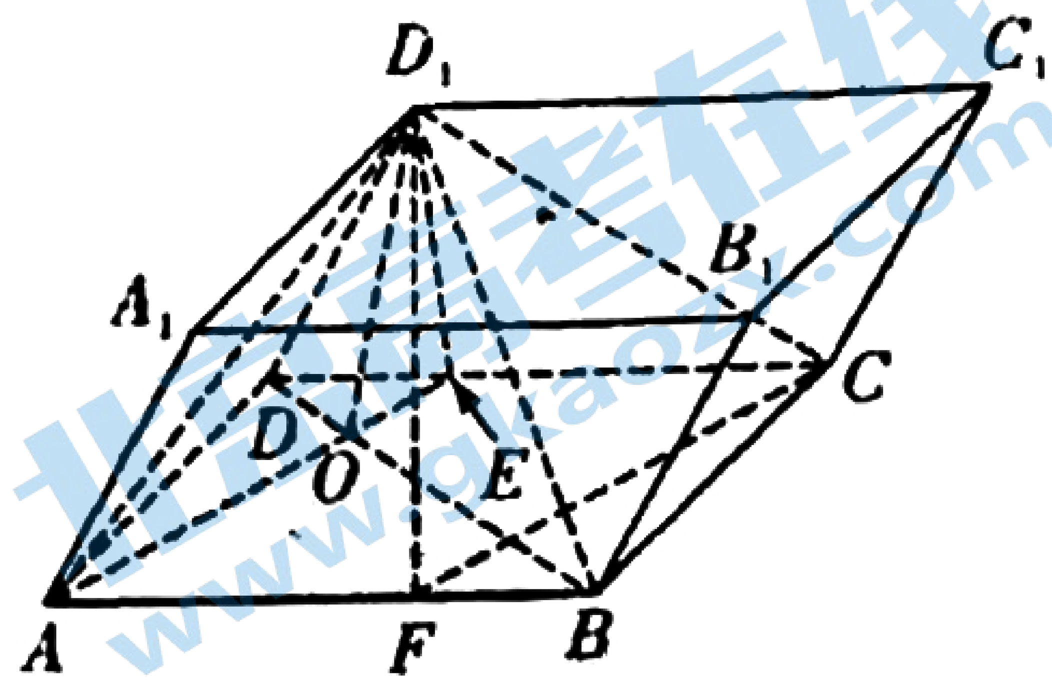
(Ⅰ)求$f(\frac{\pi}{8})$的值;

(Ⅱ)求函数$f(x)$的值域及单调递减区间.

19. (本小题满分 15 分)如图,在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 为矩形,$AB=BD_1=2\sqrt{3}$,$BC=AA_1=2$,E 为 DC 的三等分点(靠近 D 点),F 为 AB 的三等分点(靠近 B 点),O 为 AE,BD 交点.

(Ⅰ)求证:CF//平面 AED_1;

(Ⅱ)若 $D_1A=3$,求直线 D_1O 与平面 D_1FC 所成角的余弦值.



20. (本小题满分 15 分)已知等比数列$\{a_n\}$的公比 $q<0$,$a_1=-2$,且$\frac{1}{a_{n+2}}$是$\frac{1}{a_n}$,$\frac{1}{a_{n+1}}$的等差中项,数列$\{b_n\}$满足 $b_1=0$,数列$\{(b_{n+1}-b_n)a_{n+1}\}$的前 n 项和为$\frac{3n+1}{9}\times(-2)^{n+2}-\frac{4}{9}$,$n\in\mathbf{N}^*$.

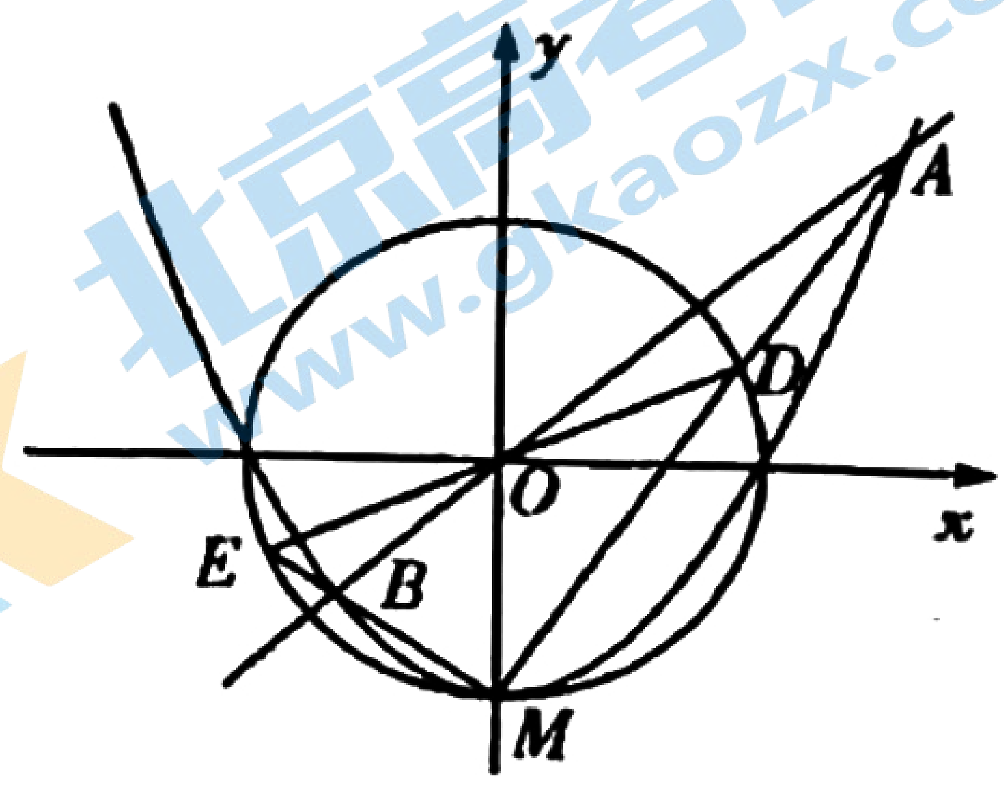
(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)求数列$\{\frac{a_nb_n}{n}\}$的前 n 项和.

21. (本小题满分 15 分)已知圆 $O:x^2+y^2=1$,抛物线 $C:y=x^2-1$ 与 y 轴的交点为 M,过原点 O 的直线 l 与抛物线 C 交于 A,B 两点,直线 MA,MB 与圆 O 交于 D,E 两点.

(Ⅰ)求证:DE 为圆 O 的直径;

(Ⅱ)记$\triangle MAB$,$\triangle MDE$ 的面积分别为 S_1,S_2,求使得$\frac{S_1}{S_2}=\frac{5}{4}$的直线 l 的方程.



22. (本小题满分 15 分)已知函数 $f(x)=a\sqrt{x}-e^x(a\in\mathbf{R})$,其中 e 为自然对数的底数.

(Ⅰ)若曲线 $f(x)$ 在点$(1,f(1))$处的切线为 $y=(1-e)x+1$,求 a 的值;

(Ⅱ)若函数 $f(x)$ 存在唯一的极值点,求实数 a 的取值范围;

(Ⅲ)若函数 $f(x)$ 满足 $f(x_1)=f(x_2)>0$,且 $x_1<x_2$,证明:$\frac{(\sqrt{e})^{x_1}-(\sqrt{e})^{x_2}}{\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}}>\frac{\sqrt{2e}}{(\sqrt{e})^{x_1}+(\sqrt{e})^{x_2}}$.